
Lexikon

der



Astrophysik

von



Andreas Müller

aus dem

Wissensportal für Astrophysik

<http://www.mpe.mpg.de/~amueller>

April 2007

Abbildungsverzeichnis

6.1	Der erste Einstein-Ring, beobachtet 1988 mit dem VLA.	6
6.2	Fluoreszenzübergang der Eisenemissionslinie im Röntgenbereich.	10
6.3	relativistische Emissionslinie von ionisiertem Eisen nahe eines Schwarzen Lochs.	11
6.4	Energie - Wichtigste Größe der Physik.	21
6.5	Innerer und äußerer Horizont in Abhängigkeit des Kerr-Parameters a	29
6.6	Strukturen eines Kerr-Loches inklusive Ergosphäre.	32
6.7	Radialverhalten der metrischen 00-Komponente in der Äquatorialebene.	33
6.8	Streuung und Extinktion an interstellarem Staub.	34
6.9	Pferdekopfnebel im Sternbild Orion, ESO/VLT 2002.	36
6.10	Reflektionsnebel M78 und NGC 2071 im Pferdekopfnebel im Orion-Molekülwolkenkomplex, 2007.	37
6.11	Beschränkung der SM-Felder und Unbeschränktheit der Gravitationsfelder.	38
6.12	Exzentrizitäten der Kegelschnitte.	43

6 Lexikon E

6.1 Eddington-Finkelstein-Koordinaten

Es handelt sich um ein geeignetes Koordinatensystem, dass die Koordinatensingularität nicht rotierender Schwarzer Löcher beseitigt.

6.1.1 Das Problem

Das Linienelement der Schwarzschild-Lösung, die statische Schwarze Löcher beschreibt, hat in seiner historisch ursprünglichen Form ('Schwarzschild-Koordinaten') eine Unzulänglichkeit: Nur für eine unendliche Koordinatenzeit würde dort der Ereignishorizont erreicht werden. Diese Schwarzschild'sche Koordinatenzeit wäre daher nur für einen weit entfernten Beobachter sinnvoll, da dies seiner Eigenzeit entsprechen würde. Tatsächlich erreicht ein radial einfallender Testkörper aber in *endlicher* Zeit den Horizont, weshalb sich eine Koordinatentransformation zum Studium dieses Problems anbietet.

6.1.2 Die Lösung: eine Koordinatentransformation

Sir Arthur Eddington (1924) und später *David Finkelstein* (1958) haben nun die später nach ihnen benannten Eddington-Finkelstein-Koordinaten eingeführt. Die Transformationsvorschrift lautet:

$$v = t + r + 2M \log(r - 2M)$$

Die neue Zeitkoordinate t enthält die alte Zeitkoordinate t , hängt aber auch von der Radialkoordinate r ab (M ist die Lochmasse).

In dieser neuen Koordinatenzeit werden die einfallenden radialen Nullgeodäten zu Geraden. Dies liefert dann die Eddington-Finkelstein-Form der Schwarzschild-Lösung, die mathematisch die **analytische Erweiterung** der klassischen Schwarzschild-Lösung ist. Die Lösung in Eddington-Finkelstein-Koordinaten ist allerdings *nicht mehr zeitsymmetrisch*! Eine zeitumgekehrte Lösung findet man durch Einführen einer weiteren Zeitkoordinate, was radial auslaufende Geodäten zu Geraden macht. In diesem Sinne unterscheidet man die Schwarzschild-Lösung in *avancierten und retardierten Eddington-Finkelstein-Koordinaten*. Die folgende Gleichung stellt das Linienelement der Schwarzschild-Lösung in der avancierten Eddington-Finkelstein-Form dar:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dv^2 - 2dv dr - r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\Phi^2).$$

Wie man sieht, handelt man sich durch die Transformation einen Kreuzterm zwischen Zeit- und Radialkoordinate ein. Der metrische Tensor besitzt also zwei Nebendiagonalelemente.

6.1.3 Trennung durch Horizont

Man kann zeigen, dass die Fläche bei $r = 2M$ (Schwarzschildradius, in geometrisierten Einheiten), die Funktion einer semipermeablen Membran zukommt, die für die avancierte Lösung nach innen und für die retardierte Lösung nach außen für Teilchen durchlässig ist! Aus diesem Grund heißt diese Fläche Ereignishorizont, da sie die Grenze aller Ereignisse darstellt, die außen noch beobachtbar sind. Die 'inneren Ereignisse' innerhalb $r = 2M$ bleiben also **jedem äußeren Beobachter** verborgen.

6.2 Eddington-Leuchtkraft

Eddington-Leuchtkraft und Eddington-Akkretionsrate sind bedeutende Größen in der **Akkretionsphysik**. Sie dienen dazu, um das Vermögen einer Quelle einzuschätzen, um Materie aufzusammeln und die bei der Akkretion freiwerdende Gravitationsenergie in Form elektromagnetischer Wellen abzustrahlen. Insoweit benötigen Astrophysiker die Eddington-Grenze, um die Strahlungsleistung und das Akkretionsverhalten von Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) wie die Quasare und Seyfertgalaxien einerseits, aber auch den Röntgendoppelsternen und Protosternen andererseits beurteilen zu können. Mit der Eddington-Relation kann auch die Masse des Materie aufammelnden Objekts, des so genannten *Akkretors*, abgeschätzt werden.

6.2.1 Eddington-Limit: Strahlung kann den Einfall stoppen

Bei der Ableitung dieser charakteristischen Größe der Akkretionsphysik beginnt man bei der **Eddington-Leuchtkraft**. Die Eddington-Leuchtkraft ist diejenige Leuchtkraft, bei der der nach außen gerichtete Strahlungsdruck auf ein Volumenelement im Akkretionsfluss gerade so groß wird wie der nach innen gerichtete Gravitationsdruck. Mit anderen Worten: Eine Quelle mit einer Leuchtkraft oberhalb des Eddington-Limits bläst die Materie in der Umgebung mit der Strahlung weg und bremst oder unterbindet gar die Akkretion. Wenn der Grenzfall gerade erfüllt ist, sprechen die Astronomen von einer *Quelle am Eddington-Limit*. Ist die Leuchtkraft sogar noch größer, so sprechen sie von einer *super-Eddington-Quelle*. Entsprechend gibt es auch die *sub-Eddington-Quellen*, bei denen die Leuchtkraft unter der Eddington-Grenze liegt.

6.2.2 Und so wird's berechnet

Eine Berechnung aus dem Druckgleichgewicht von Strahlungs- und Gravitationsdruck führt auf die Gleichung für die Eddington-Leuchtkraft:

$$L_{\text{Edd}} = \frac{4\pi G M m_p c}{\sigma_T} \approx 1.3 \times 10^{46} \text{ erg s}^{-1} \left(\frac{M}{10^8 M_\odot} \right). \quad (6.1)$$

Hier sind $G = 6.672 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ g}^{-1} \text{ s}^{-2}$ die Gravitationskonstante, M die Masse des Akkretors, z. B. eines Schwarzen Lochs oder eines Neutronensterns, $m_p = 1.6726231 \times 10^{-24} \text{ g}$ bezeichnet die Protonenmasse, weil vor allem diese schweren Teilchen den Gravitationsdruck in einem Volumenelement des Stroms ausmachen, $c = 29979245800 \text{ cm s}^{-1}$ ist die Vakuumlichtgeschwindigkeit, σ_T ist der Wirkungsquerschnitt der Thomson-Streuung (Zahlenwert: $6.6524 \times 10^{-25} \text{ cm}^2$), da der Strahlungsdruck auf das Volumenelement besonders durch Streuung der Photonen an den Elektronen hervorgerufen wird. Dabei ist erg eine

sehr gebräuchliche Einheit im cgs-System für die Energie. Astrophysiker bevorzugen die Verwendung von erg gegenüber Joule.

6.2.3 physikalische Bedeutung

Diese erste Gleichung lädt zur Diskussion ein: Sie besagt, dass - wie man intuitiv erwarten würde - ein Akkretor größerer Masse eine größere Leuchtkraft erzeugt. Das ist plausibel, hat doch eine schwere Masse ein tieferes Gravitationspotential als eine leichte Masse. Akkretion ist nicht anderes als das Umwandeln von Gravitationsenergie in Strahlungsenergie. Plakativ gesagt, leuchtet ein akkretierender AGN heller als ein Neutronenstern. Das deckt sich auch glücklicherweise mit den astronomischen Beobachtungen.

6.2.4 Effizienz und Eddington-Akkretionsrate

Die Leuchtkraft mit der Dimension Energie/Zeit kann über eine Größe namens Effizienz (in folgender Gleichung ϵ) an eine Akkretionsrate mit der Dimension, Masse pro Zeit, koppeln. Die Effizienz macht eine Aussage darüber, wie effizient die akkretierte Masse in Strahlung umgewandelt werden kann. Ein typischer, empirischer Wert für die Effizienz ist 10% (bei schnell rotierenden Löchern kann er auch bei 42% liegen!). Korrigiert man um einen Faktor c^2 wird aus der Masse eine Energie und aus der Leuchtkraft eine Akkretionsrate: Aus der **Eddington-Leuchtkraft** wird so die **Eddington-Akkretionsrate**:

$$\dot{M}_{\text{Edd}} \approx 20 M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \left(\frac{0.1}{\epsilon} \frac{L}{10^{47} \text{ erg s}^{-1}} \right).$$

Diese fundamentale Gleichung der Akkretionsphysik sagt aus, dass der leuchtkräftigere von zwei Quasaren auch eine höhere Akkretionsrate aufweisen muss **und** - aufgrund der ersten Gleichung (6.1) - dass der Akkretor des leuchtkräftigeren Quasars auch massereicher ist.

In den Gleichungen wurden typische Zahlenwerte für AGN zugrunde gelegt. Theoretische Astrophysiker benutzen meist das cgs-System und geben deshalb Energien nicht in Joule, sondern in erg an. Die Gleichungen besagen nun, dass ein Quasar, bei dem Astronomen eine Leuchtkraft von 10^{47} erg/s beobachten gemäß Eddingtons Argument ein supermassereiches Schwarzes Loch von 100 Mio. bis einer Mrd. Sonnenmassen beherbergen muss!

6.2.5 Einheitliche Sicht auf Materieaufsammler

Wie im Lexikoneintrag Akkretion besprochen wird, kann man ein vereinheitlichendes Schema vieler akkretierender Quellen schaffen, indem man beobachtete Akkretionsraten in Einheiten der Eddington-Akkretionsrate ausdrückt. Das ermöglicht die reizvolle, globale Sichtweise, dass man stellare und supermassereiche Schwarze Löcher vergleichen kann. Es stellt sich heraus, dass die Quellen zwischen verschiedenen Akkretionszuständen wechseln. Ein Musterbeispiel ist der Röntgendoppelstern Cyg X-1.

6.2.6 Natur mit Kontrollfunktion

Im Prinzip ist die Eddington-Leuchtkraft ein schönes Beispiel, wie die Natur Prozesse von selbst regelt. Denn eine hohe Akkretionsrate bewirkt eine hohe Leuchtkraft. Wird jedoch die Eddington-Leuchtkraft überschritten, sinkt automatisch die Akkretionsrate durch den angestiegenen Strahlungsdruck, so dass die Leuchtkraft wieder sinkt und sub-Eddington wird. Man kann sagen, dass akkretierende Objekte selbstregulierend - *autoregulativ* - sind.

6.3 Effektivtemperatur

Diese Zustandsgröße für Sterne legt eindeutig seinen Spektraltyp fest. So weisen O-Sterne eine höhere Effektivtemperatur auf, als F-Sterne oder die Sonne.

6.3.1 Sterne sind Wärmestrahler

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

Dies Gleichung für die Effektivtemperatur leitet sich von dem T^4 -Gesetz der Planck-Strahler (Wärmestrahler) für einen Stern ab. Die Intensität des Schwarzen Körpers möge dabei derjenigen genügen, die der Stern an seiner Oberfläche abstrahlt. Diese folgt aus der **Leuchtkraft** L des Sterns über seiner Oberfläche, also dem 4π -fachen des Quadrats des **Sternradius** R . Die vierte Wurzel aus diesem Quotienten liefert gerade die Effektivtemperatur T_{eff} (das Symbol σ kennzeichnet dabei die *Stefan-Boltzmann-Konstante*, $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$).

6.3.2 So liest man direkt an diesem einfachen Zusammenhang ab, dass

- ◇ bei gleicher Größe (gleichem Sternradius) der heißere Stern der leuchtkräftigere ist,
- ◇ bei gleicher Temperatur (d. h. gleichem Spektraltyp) der kleinere Stern der leuchtschwächere ist.

Die letzte Aussage ist gerade die Grundlage der Yerkes-Leuchtkraftklassen, eine Unterscheidung der Sterne in Zwerge und Riesen.

Anhand des fundamentalen Hertzsprung-Russell-Diagramms der Sterne lassen sich diese Verhältnisse hervorragend illustrieren.

6.4 Eichtheorie

Eichtheorien (engl. *gauge theory*) bilden ein allgemeines Konzept zur Beschreibung von Symmetrien in den Quantenfeldtheorien der vier fundamentalen Wechselwirkungen der Physik mithilfe der Gruppentheorie.

6.4.1 Aus Symmetrien werden Teilchen

Die *Erhaltung der lokalen Eichsymmetrie* erfordert Eichfelder oder **Eichbosonen**, die als bosonische Austauschteilchen der jeweiligen Wechselwirkung interpretiert werden. Gruppentheoretisch bezeichnet man sie als Erzeuger oder *Generatoren*. Die Eichbosonen haben in jeder bestimmten Quantenfeldtheorie ihren eigenen Namen bekommen: In der Quantenchromodynamik (QCD) heißen sie Gluonen; in der Quantenelektrodynamik (QED) sind es die Photonen; in der elektroschwachen Theorie sind es W^+ -, W^- - und Z -Teilchen (manchmal mit dem Oberbegriff Weakonen versehen).

6.4.2 geometrische Interpretation und Loops

Die Eichtheorien konnten mithilfe der **Loop-Zustände** *geometrisch* gedeutet werden (*Gambini & Trias*, 1981 und 1986). Eine Anwendung dieses Konzepts auf eine Quantengravitation mündete in die Loop-Quantengravitation (*Rovelli & Smolin*, 1988 und 1990). Loops (dt. Schleifen) sind dabei die fundamentalen Einheiten in einer quantisierten Raumzeit.

6.4.3 Lagrangedichte & Feldgleichungen

Prinzipiell nutzt man - wie schon einfach in der klassischen Elektrodynamik beispielhaft gezeigt werden kann - eine **Eichfreiheit** einer Theorie aus, um die Symmetrie zu erhalten. Mit *Symmetrie* ist hier die Symmetrie der **Lagrangedichte** gemeint. Die Lagrangedichte (*Lagrangian*) legt die Dynamik einer Quantenfeldtheorie fest, weil aus ihr die Bewegungsgleichungen der Theorie, die so genannten Feldgleichungen nach einer bestimmten mathematischen Prozedur folgen. Diese Gleichungen sind dann *forminvariant* unter den *Eichtransformationen*.

6.5 Einstein-Ring

Diese kreisförmige Erscheinung wird durch eine **Gravitationslinse** hervorgerufen und kann nur mit der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) erklärt werden.

6.5.1 Der Visionär Einstein

Nach Einsteins Theorie vermag Masse (bzw. generell Energie) elektromagnetische Strahlung abzulenken. In der Sprache der ART bewegt sich das Licht auf der Nullgeodäte der entsprechenden gekrümmten Raumzeit, die die Masse gemäß der Einsteinschen Feldgleichungen diktiert.

Albert Einstein spekulierte bereits 1936 in einer Veröffentlichung in der Fachzeitschrift *Science* über die Möglichkeit, dass eine Ansammlung hoher Masse, das Licht dahinter liegender Objekte wie eine Linse ablenken könnte, so dass **Mehrfachbilder** ein und desselben Objekts entstehen könne. Der Einstein-Ring entsteht unter einer ganz besonderen Konstellation, nämlich wenn Hintergrundquelle, Linse und Beobachter auf einer Linie liegen. Nur dann wird das Bild in ein charakteristisch rundes Gebilde verzerrt.

Einstein war sich darüber im Klaren, dass der Effekt freilich winzig sei, und kaum eine Chance bestünde, diesen Verzerrungseffekt direkt zu beobachten. Einstein schrieb:

Of course, there is no hope of observing this phenomenon directly.

Doch Einsteins Linsen-Idee sollte sich Jahrzehnte später als sehr weitsichtig entpuppen, denn 1988 entdeckten Radioastronomen mit dem VLA genau die Struktur, die Einstein vorhergesagt hatte! Diese Entdeckung bei der Radioquelle 4C 05.51 zeigt das beobachtete Radiofoto 6.1 bei einer Wellenlänge von 2.0 cm bzw. 15 GHz (Credit: *Hewitt & Turner*, NRAO/VLA 1988).

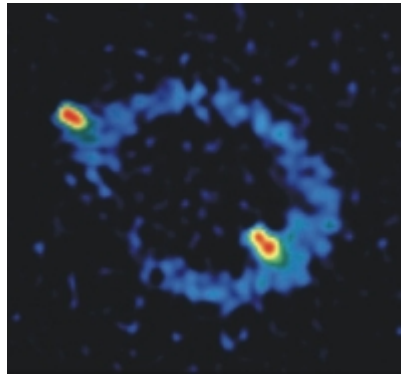


Abbildung 6.1: Der erste Einstein-Ring, beobachtet 1988 mit dem VLA.

6.5.2 Ein Zoo von Einstein-Ringen und Mehrfachbildern

In vielen beobachteten Abbildungen von Galaxienhaufen machen sich die Gravitationslinsen auch als charakteristische **fadenförmige Strukturen** bemerkbar. Dies sind stark verzerrte und auseinander gezogene Bilder einzelner Galaxien.

Mittlerweile entdecken die Astronomen sehr häufig Einstein-Ringe, auch in anderen Wellenlängenbereichen. Einen Ring sieht man zum Beispiel beim Quasar 1938+666. Eine typische Konstellation ist, dass ein massereicher Galaxienhaufen, das Licht dahinter liegender Objekte, beispielsweise eines Quasars, ablenkt. Nicht immer sind dabei die exakten Konstellationsbedingungen für den Einstein-Ring realisiert, so dass dann Mehrfachbilder (ohne Ring) entstehen. Beim Quasar QSO 0957+561 kommt durch den Gravitationslinseneffekt ein doppeltes Abbild ein und desselben Quasars zustande. Beim Quasar 1422+231 mit der hohen Rotverschiebung $z = 3.62$ beobachteten Astronomen sogar vier Quasarbilder, die durch eine massereiche elliptische Galaxie im Vordergrund gelinst werden. Dabei ist es möglich, dass die Mehrfachbilder das so genannte **Einstein-Kreuz** bilden, wie im Falle des Quasars QSO 2237+0305 in einer Entfernung von 8 Mrd. Lj oder $z = 1.7$. Hier bildeten sich vier Bilder des Quasars, die einen maximalen Abstand von 1.6 an der Himmelssphäre haben.

6.5.3 Linsen im Mini-Format

In so genannten Mikrolinsen sind die Linsen massearme, stellare Objekte. Hier reicht die Auflösung nicht aus, um die Verzerrung abzubilden. Allerdings kommt es während eines Linsenereignisses zu einem charakteristischen, symmetrischen Helligkeitsanstieg. Dieses Verfahren wird genutzt, um massearme, leuchtschwache Objekte im dunklen Halo von Galaxien, auch bei der Milchstraße, nachzuweisen. Die Astronomen waren sprachlich erfinderisch und nennen solche Objekte **MACHOs** (engl. *massive compact halo objects*; also: *massive, kompakte Halo-Objekte*). Sie vermuten, dass es sich dabei vor allem um Braune Zwerge und M-Sterne handelt.

6.5.4 Pionier-Papiere

- ◇ Einstein, A., *Lens-like action of a star by the deviation of light in the gravitational field*, Science **84**, 506-507, 1936
- ◇ Hewitt, J.N. et al., *Unusual radio source MG1131+0456 - A possible Einstein ring*, Nature **333**, 537-540, 1988

6.6 Einstein-Rosen-Brücke

Die Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) bieten eine Fülle von Lösungen an, zu denen auch die Kruskal-Lösung gehört. Sie kann als eine spezielle Form eines Schwarzen Loches aufgefasst werden.

6.6.1 Schwarzes trifft auf Weißes Loch

Das Studium der Kruskal-Raumzeit offenbart eine interessante Topologie: es gibt eine Vergangenheits- und eine Zukunftssingularität, in denen die Geodäten enden können. Je nach Wahl der Zeitkoordinate kann die Kruskal-Mannigfaltigkeit als zwei in der zeitlichen Entwicklung verschiedene Schwarzschild-Mannigfaltigkeiten gedacht werden. Entweder diese beiden Raumzeiten vereinigen sich beim Schwarzschild-Radius $r = 2m$ (Radius des Ereignishorizonts eines statischen Lochs) oder sie sind getrennt. Diese Morphologie erfährt eine interessante Interpretation als ein System aus einem Schwarzen Loch (retardierte Komponente) und einem Weißen Loch (avancierte Komponente), das aber zeitlich instabil ist. Der temporäre Raumzeitkanal zwischen den Schwarzschild-Mannigfaltigkeiten heißt **Einstein-Rosen-Brücke**.

6.6.2 Nur Science-Fiction?

Es ist vorstellbar, aber spekulativ, dass dieser Kanal verschiedene Universen verbinden könnte, weil die Feldgleichungen die globale Topologie *nicht* festlegen. Diese Idee wurde dankbar in der Science-Fiction-Literatur wie bei *Contact* von *Carl Sagan* aufgenommen. So soll die Einstein-Rosen-Brücke in Wurmlöchern existieren, aber für all das gibt es keine Belege in der Astronomie: Keinerlei astronomische Beobachtung legt ein Wurmloch nahe! Sie gelten nach wie vor als hypothetisch. Für die theoretische Analyse von Einstein-Rosen-Brücken und Wurmlöchern eignen sich die so genannten Penrose-Diagramme, die in der ART häufig benutzt werden.

6.7 Einstein-Tensor

Der Einstein-Tensor ist einer der wesentlichen Tensoren in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Er ist gerade die linke Seite der Einsteinschen Feldgleichungen, während die rechte Seite im Vakuumfall verschwindet, im allgemeinen Fall jedoch gleich dem Energie-Impuls-Tensor plus Lambda-Term (siehe kosmologische Konstante) ist.

6.7.1 Wir basteln uns einen Einstein-Tensor

Der Einstein-Tensor setzt sich tensoriell aus dem Ricci-Tensor (2. Stufe) und dessen Verjüngung, dem **Ricci-Skalar** (Tensor 0. Stufe), zusammen:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R.$$

Der Ricci-Tensor selbst ist ebenfalls eine Verjüngung des Riemann-Tensors (4.Stufe). Das rechtfertigt auch die Bezeichnung *Einsteinscher Krümmungstensor*. Der Riemann-Tensor besteht wiederum aus partiellen Ableitungen der Christoffel-Symbole, die selbst Ableitungen der Metrik sind. Das klingt kompliziert, daher noch einmal die Vorgehensweise bei bekannter Metrik (= Raumzeit):

- ◇ die Ableitungen des metrischen Tensors liefern die Christoffel-Symbole;
- ◇ die Ableitung der Christoffel-Symbole bilden den Riemann-Tensor 4. Stufe;
- ◇ die Verjüngung des Riemann-Tensors und die weitere Verjüngung des daraus folgenden Ricci-Tensors zum Ricci-Skalar konstituieren zusammen mit dem metrischen Tensor den Einstein-Tensor.

6.7.2 Im Einstein-Tensor steckt verbogener Raum (und verbogene Zeit)

Der Einstein-Tensor enthält also die ganze Information über die Raumzeit und wird durch kompliziertes Verschachteln der metrischen Koeffizienten erzeugt.

6.8 Eisenlinie

Die etwas laxe Formulierung Eisenlinie, meint (in der Physik) generell gesprochen eine Spektrallinie des Elements Eisen (Elementsymbol *Fe*, lat. *ferrum*). Davon gibt es natürlich viele in ganz unterschiedlichen physikalischen Bereichen (Atomphysik, Kernphysik etc.), je nachdem welche Teilchen den elektromagnetischen Übergang bewerkstelligen. Wir betrachten im Folgenden elektronische Übergänge, d. h. die Strahlungsemission ist eine Folge davon, dass ein Elektron von einer Atomschale auf die andere wechselt. Die Atomhaupt- und unterschalen (*Orbitale*) unterscheiden sich darin, dass die Elektronen unterschiedliche Energien haben. Die Energie des emittierten Photons passt genau zu dem Energieunterschied der Atomschalen zwischen denen der elektronische Übergang stattfindet.

6.8.1 Linie von Atom vs. Ion

Die Eisenlinie gibt es streng genommen gar nicht, weil im Eisenatom eine ganze Reihe von Übergängen möglich sind. Ein neutrales Eisenatom (in astronomischer Notation **FeI**, siehe dazu auch Metall) hat 26 Elektronen. Eisen kann jedoch auch ionisiert werden, so dass einige Elektronen in den Schalen fehlen. Die Ionisation kann eine Folge von Stößen zwischen den Atomen sein, wie sie besonders heftig bei hohen Temperaturen stattfinden (*Stoßionisation*). Die Ionisation findet auch durch ein elektromagnetisches Strahlungsfeld ausreichender Energie statt (*Photoionisation*).

Durch Ionisation entstehen Eisenionen, die nur noch 25, 24,..., 3, 2 oder nur ein Elektron in der Atomhülle haben. Je nach Anzahl spricht man von wasserstoffartigem (engl. *H-like*) Eisen bei einem Elektron, heliumartigen (engl. *He-like*) Eisen bei zwei Elektronen, lithiumartigen (engl. *Li-like*) Eisen bei drei Elektronen in den Schalen etc. Da das Coulomb-Potential von der elektrischen Ladung abhängt, verschieben sich die Ionisierungsenergien mit dem Ionisationsgrad. Es ist deshalb klar, dass es einen ganzen Zoo von Eisenlinien gibt, je nachdem in welchem Ion der Übergang stattfindet und je nachdem von welcher Unterschale zu welcher Unterschale der Übergang stattfindet. In der Spektroskopie wird das durch eine exakte Nomenklatur festgelegt.

6.8.2 Fe $K\alpha$ - Werkzeug der Röntgenastronomie

In der Astronomie, im Speziellen in der Röntgenastronomie, sind Röntgenemissionslinien von großem Interesse. Astronomen beobachten sie in Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) und Röntgendoppelsternen (siehe auch Galaktischer Schwarz-Loch Kandidat, GBHC, und Mikroquasare).

Prominente, weil besonders starke Emissionslinien von neutralem Eisen sind die Fe $K\alpha$ - und Fe $K\beta$ -Linien: Die Fe $K\beta$ -Linie liegt bei einer Ruheenergie von 7.06 keV (eigentlich sind es zwei dicht benachbarte Linien bei 7.057 und 7.058 keV). Die hier wesentlich zu diskutierende Emissionslinie von neutralem Eisen ist jedoch die Fe $K\alpha$ -Linie bei einer Ruheenergie des emittierenden Plasmas von 6.4 keV (ebenfalls an sich zwei Linien bei 6.405 und 6.391 keV). Sie ist deshalb so wichtig, weil ihre Fluoreszenzausbeute sehr groß ist und sie die neutrale Fe $K\beta$ -Linie etwa um einen Faktor 8 übertrifft! Der Energiebereich von keV macht klar, dass diese Linien im elektromagnetischen Spektrum in der Domäne der Röntgenstrahlung liegen.

6.8.3 Erzeugung durch Fluoreszenz

Diese Emissionslinien werden über den Mechanismus der *Fluoreszenz* gebildet. Der Fluoreszenzmechanismus erfordert eine räumliche Nähe von kaltem und sehr heißem Material. Die heiße Quelle wird Korona genannt und liefert die hochenergetische Primärstrahlung (ebenfalls Röntgenstrahlung). Sie bestrahlt die kalte Materie, die sich typischerweise in einer geometrisch dünnen (d. h. flachen) und optisch dicken ('undurchsichtigen') Akkretionsscheibe ansammelt. Diese Scheibe nennen Akkretionsphysiker die Standardscheibe (*Shakura-Sunyaev Disk*, SSD). An der ionisierten Schicht wird ein Großteil der harten Röntgenstrahlung reflektiert, was sich in Röntgenspektren in einem breiten Reflektionsbuckel bei 20 bis 30 keV niederschlägt. Man könnte sagen, dass das die 'Antwort auf das koronale Inputspektrum' ist. Astronomen beobachten dies sowohl in Röntgendoppelsternen, die einen Neutronenstern oder ein stellares Schwarzes Loch als Akkretor enthalten können, als auch in AGN, wie den Seyfertgalaxien oder Quasaren (besonders bei Typ 1). In den Zentren der Galaxien ist es allerdings immer ein superschweres Schwarzes Loch, das akkretiert.

6.8.4 Höllenfeuer

Die Strahlung kommt aus der innersten Region des akkretierenden Systems, wo sehr hohe Temperaturen (10^5 bis 10^7 Kelvin, je nach Akkretionsrate und Masse des Akkretors) herrschen. Daher ist das Akkretionsmaterial bereits teilweise ionisiert und geht im Zentrum des Systems in ein Plasma über. Neben anderen chemischen Elementen befindet sich auch Eisen in der Akkretionsscheibe. Nachfolgend sei beispielhaft der Fall der starken $K\alpha$ -Linie

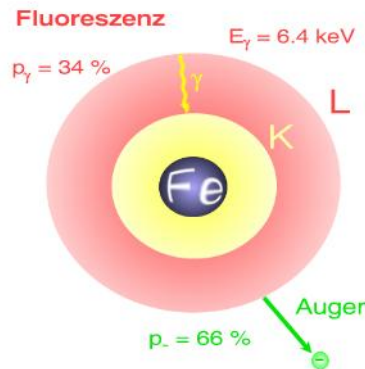


Abbildung 6.2: Fluoreszenzübergang der Eisenemissionslinie im Röntgenbereich.

neutralen Eisens skizziert. Eisen absorbiert ab einer Schwellenenergie von 7.1 keV die harte Primärstrahlung der Korona. Durch die Absorption eines Röntgenphotons wurde ein 1s-Elektron (dem Grundzustand im Eisenatom) in ein höheres, freies Energieniveau befördert. Nun können zwei Prozesse stattfinden (Abbildung 6.2):

- ◇ Entweder kann durch Fluoreszenz ein Übergang von der L- zur K-Schale ein Röntgenphoton der Ruheenergie von 6.4 keV emittieren. Dies geschieht mit einer Wahrscheinlichkeit von 34 %.
- ◇ Oder im konkurrierenden Prozess, dem **Auger-Effekt**, kann das Plasma mit weiteren heißen Elektronen angereichert werden. Es kommt zur Emission von *Auger-Elektronen*. Dieser Prozess ist mit 66 % dominant.

Diese Eisenlinie kann aus den Röntgenbeobachtungen bei plausiblen physikalischen Annahmen für das Kontinuum ('hartes Potenzgesetz mit cut-off'), das aus Comptonisierung entstand, im Spektrum extrahiert werden.

6.8.5 Form der Linie ist der Schlüssel

Das Profil der Eisenlinie hat eine sonderbare Form, weil sie durch **relativistische Effekte** 'verbogen' wird:

- ◇ **Beaming**,
- ◇ Gravitationsrotverschiebung
- ◇ und **Doppler-Effekt**.

Forward Beaming (dt. 'Vorwärtsstrahlen') bewirkt, dass der blaue Flügel der Linie heller wird. Physikalisch erklärt ist es, dass die emittierende Materie in der Akkretionsscheibe sehr schnell, relativistisch schnell, um das Schwarze Loch rotiert, bevor sie von ihm verschlungen wird. Die Strahlung wird dabei in Bewegungsrichtung kollimiert und erscheint daher einem Beobachter, der sie sehen kann, heller. Außerdem wird die Strahlung blauverschoben, wird also hochenergetischer.

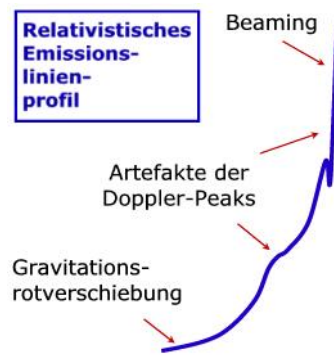


Abbildung 6.3: relativistische Emissionslinie von ionisiertem Eisen nahe eines Schwarzen Lochs.

Auf derjenigen Seite der Akkretionsscheibe, die sich vom Beobachter entfernt, gibt es entsprechend **Back Beaming** ('dt. Wegstrahlen'), eine Verringerung der Intensität des roten Flügels der Spektrallinie. Dies ist also eine Rotverschiebung (aber keine kosmologische!). Der Beaming-Effekt ist aus Teilchenbeschleunigern bekannt, wo relativistisch schnelle Elektronen Synchrotronstrahlung emittieren. Beaming beruht auf der Speziellen Relativitätstheorie. Er spielt also eine Rolle bei relativistisch schnell bewegten, strahlenden Körpern.

Gravitationsrotverschiebung (engl. *gravitational redshift*) hingegen ist ein Effekt der Allgemeinen Relativitätstheorie und macht sich dadurch bemerkbar, dass der rote Flügel der Emissionslinie lang zu kleineren Energien hin auseinander gezogen wird. Die emittierten Photonen sind dem Schwarzen Loch nämlich schon so nahe, dass sie Arbeit gegen das starke Gravitationsfeld verrichten müssen und daher Energie verlieren. Die Rotverschiebung der Strahlung ist also *gravitativ* bedingt. Ein Energieverlust eines Photons verschiebt es zum roten Ende des Spektrums, daher der Begriff **Rotverschiebung**, der vor allem in der Kosmologie gebräuchlich ist. Hier wird er auf die Fluchtbewegung der Galaxien infolge der kosmischen Expansion des Universums angewendet. Diese kosmologische Rotverschiebung muss man von der gravitativen unterscheiden.

Der **Doppler-Effekt** ist an sich ein klassischer Effekt, der auch ohne relativistische Beschreibung auftritt. Der Doppler-Effekt findet bei bewegten Quellen Anwendung, die elektromagnetische oder akustische Wellen emittieren: Bewegt sich die Quelle auf den Beobachter zu, so werden die Wellen gestaucht, also die Wellenlänge verkürzt (Blauverschiebung); bewegt sich die Quelle vom Beobachter weg, so werden die Wellen auseinander gezogen, dementsprechend nimmt ihre Wellenlänge zu (Rotverschiebung). Der Doppler-Effekt hängt empfindlich von der Scheibenneigung (*Inklination*) ab, weil sie den Bewegungszustand des Plasmas relativ zum Beobachter festlegt: niedrige Inklination (engl. *face-on*) bedeutet, dass kaum eine Bewegung relativ zum Beobachter stattfindet. Als Folge davon gibt es fast keinen Doppler-Effekt; hohe Inklination (engl. *edge-on*) wiederum hat sehr hohe Relativbewegungen in Bezug zum Beobachter zur Folge: ein Teil der Akkretionsscheibe rotiert auf den Beobachter zu (Wellenlängenverkürzung, Blauverschiebung), der andere Teil der Scheibe rotiert von ihm weg (Wellenlängendehnung, Rotverschiebung). Eine beliebig dünne Spektrallinie (Delta-Distribution oder Gauß-Peak) im Ruhesystem wird charakteristisch allein durch den Doppler-Effekt im Laborsystem in ein Linienprofil aus zwei Höckern (engl. *Doppler horns*, siehe Abbildung 6.3) deformiert.

Die Voraussetzung für diese zwei Dopplerspitzen ist, dass die Inklination im mittleren bis hohen Bereich zwischen 40 und 90 Grad liegt. Genau zwischen den beiden Höckern (einer entspricht dem blauverschobenen, der andere dem rotverschobenen Anteil) liegt gerade die Ruhewellenlänge oder Ruheenergie der Strahlung. Weil die beiden relativistischen Effekte Beaming und Gravitationsrotverschiebung hinzukommen, bleibt vom Dopplereffekt nur noch ein verkümmertes Relikt übrig. Das ist die charakteristische Signatur bei heißen Eisenemissionslinien aus den Akkretionsscheiben Schwarzer Löcher. Das Ergebnis aller drei Effekte ist schließlich ein schiefes, asymmetrisches Linienprofil, das Astronomen tatsächlich bei Kandidaten für Schwarze Löcher beobachten. Als Teleskope dienen dabei Röntgenobservatorien im Weltraum, wie die Satelliten ASCA, RXTE, XMM-Newton und Chandra.

6.8.6 Die Linie als Informant über Loch und Akkretionsfluss

Mit den relativistischen Emissionslinien betreiben die Röntgenastronomen Diagnostik an Schwarzen Löchern und an dem in sie einfallenden Materiestrom. Diese Technik kann sowohl auf stellare Schwarze Löcher in Röntgendoppelsternen, als auch auf supermassereiche Schwarze Löcher in AGN angewendet werden. Besonders interessante AGN sind in diesem Zusammenhang Seyfert-Galaxien und Quasare. Linien als diagnostische Werkzeuge eignen sich, um beispielsweise die Neigung des Scheibensystems zur Sichtlinie zu bestimmen oder die Plasmadynamik abzulesen.

6.8.7 Weitere Ressourcen

Ich habe in meiner Diplomarbeit (2000), im Rahmen eines neuen Modells in einem Papier (2004) und die Gravitationsrotverschiebung ebenfalls in einer wissenschaftlichen Veröffentlichung (2006) diese Phänomene eingehend untersucht.

- ◇ Web-Artikel: Gefangenes Licht - Relativistisches Ray Tracing,
- ◇ Web-Artikel: Röntgenlinien - Sendboten von Loch und Scheibe,
- ◇ Vortrag vom Mai 2003: Relativistic Emission Lines of Accreting Black Holes,
- ◇ Diplomarbeit herunterladen (pdf mit 3.9 MB)
- ◇ Müller, A. & Camenzind, M.: *Relativistic emission lines from accreting black holes - The effect of disk truncation on line profiles*, A& A **413**, 861-878, 2004 oder als Preprint unter astro-ph/0309832 (2003)
- ◇ Müller, A. & Wold, M.: *On the signatures of gravitational redshift: The onset of relativistic emission lines*, A& A **457**, 485-492, 2006 oder als Preprint unter astro-ph/0607050 (2006)

6.9 Eklipse

Eine Eklipse (lat. *eclipsis*: Ausbleiben, Finsternis) ist eine Finsternis, also eine Verfinsterung eines Himmelskörpers durch die Bedeckung eines anderen. Vor allem **Sonnenfinsternis** (SoFi) und **Mondfinsternis** (MoFi) werden unter dem Begriff Eklipsen zusammengefasst.

Dies ist zu unterscheiden von einem *Durchgang*, dem Transit.

6.9.1 Bezug zur Ekliptik

Die Ähnlichkeit der Begriffe Eklipse und Ekliptik ist kein Zufall, denn die Eklipsen können nur stattfinden, wenn sich alle drei beteiligten Himmelskörper (Sonne, Erde und Mond) in derselben Ebene, der Ekliptik, befinden.

6.10 Ekliptik

Die Ekliptik ist eine Ebene in der Sonne und (mehr oder weniger) alle Planeten liegen.

6.10.1 Ein Zufall?

Es ist kein Zufall, dass sich Sonne und Planeten in der gleichen Ebene befinden. Die Ursache findet man in den Frühphasen des Sonnensystems, als es sich gerade gebildet hat.

6.10.2 Entstehung der Sonne

Die Sonne entstand aus metallreichem, interstellarem Material. Dieses Ausgangsmaterial haben vorhergehende Sterngenerationen erzeugt, indem sie es in Rote-Riese-Phasen und Supernovae freigesetzt haben. Typischerweise besitzt diese Materie *Drehimpuls*, d. h. sie rotiert. Dabei bildet sich eine Scheibenstruktur aus, weil die Materie durch Zentrifugalkräfte von der Drehachse weggedrückt wird. Magnethydrodynamische Prozesse wie vor allem die magnetische Rotationsinstabilität sorgen dafür, dass sich die Materie im Zentrum der Scheibe anhäuft. Die Scheibe heißt im Fachjargon *protoplanetare Scheibe* oder kurz **Proplyd** (Kunstwort aus *protoplanetary disk*). Sobald dieses Material eine kritische Massengrenze, seine charakteristische Jeans-Masse, erreicht, setzt der Gravitationskollaps ein. Die Protosonne (siehe Protostern) war massereich genug (nämlich schwerer als 0.08 Sonnenmassen), dass dann thermonukleare Fusionsprozesse, insbesondere die pp-Kette, einsetzten: **Die Sonne erstrahlte als Stern!**

6.10.3 Leerfegen der Sonnenumgebung

Als Stern produziert die Sonne Strahlung, die sich von der Photosphäre auf den Weg in den Weltraum macht. Die Photonen besitzen allerdings einen Impuls und üben damit Druck auf das aus, was sich ihnen in den Weg stellt: den **Strahlungsdruck**. Darüber hinaus gehen von der Sonne Teilchen aus, der so genannte **Sonnenwind**, der ebenfalls Druck auf die Umgebung ausübt.

Strahlungsdruck und Sonnenwind pusten nun die restliche Materie weg, aus der die Sonne entstanden ist. Aber nicht alles. Denn innerhalb der Scheibe, haben sich Materieansammlungen durch die Wirkung der Gravitation zu **Planeten und Planetoiden** verdichtet.

6.10.4 Zeugen des Szenarios

Die Ekliptik bezeugt als Zeuge Nr. 1 diese Entstehungsgeschichte, weil noch heute Sonne und Planeten, die sich aus einer Urscheibe bildeten, **in einer Ebene** anordnen. Außerdem wurde nicht die ganze Materie aus dem Sonnensystem gefegt, denn **interplanetares Gas und Staub** sind nach wie vor überall fein verteilt vorhanden. Das offenbart uns Zeuge Nr. 2:

das **Zodiakallicht**. Ein dritter Zeuge sind die jungen Sterne, die die Astronomen beobachten und die genau die Entwicklungsstadien zeigen, die die Sonne schon durchlief: So befinden sich die **T Tauri Sterne** gerade in der Phase, in der sie beginnen, ihre Umgebung 'leerzufegen'.

6.10.5 Ekliptik am Himmel

Bislang war nur von der Ekliptik als Ebene die Rede - aus der Sicht des irdischen Beobachters sieht alles ganz anders aus. Wir sind selbst Teil der Ekliptikalebene und rotieren um die Sonne. Hinzu kommt, dass die Erdachse gegenüber der Ekliptik geneigt ist. Der Winkel zwischen Ekliptik und Himmelsäquator beträgt 23 Grad und 27 Minuten. Diese **Schiefe der Ekliptik** verursacht gerade die Jahreszeiten. Wäre die Erdachse genau senkrecht auf der Ekliptikalebene, würde auf jedem Breitengrad immer dieselbe Jahreszeit herrschen. Läge die Erdachse genau in der Ekliptik würde an einem der Pole immer Sommer und Tag und am anderen Pol Winter und Nacht herrschen - zum Glück ist die Ekliptik schief.

Projiziert man nun die Ekliptik an den Himmel, so biegt sie sich als Band einmal um unseren ganzen Globus. In diesem ekliptikalen Band liegen gerade ein paar ganz besondere Sternbilder, die zwölf **Tierkreiszeichen**. Nun ist auch klar, weshalb man niemals einen Planeten beispielsweise im Großen Bären sehen wird: die Planeten liegen in der Ebene der Ekliptik und *müssen* sich daher durch die Tierkreiszeichen bewegen - nirgendwo sonst! Der Große Bär ist jedoch weit weg von der Ekliptik und nahe am Himmelspol. Wer Planeten sucht, sollte also sein Augenmerk auf die Tierkreiszeichen richten.

6.10.6 Bezug zur Ekliptik

Nur in der Ekliptik ereignen sich Eklipsen (Sonnen- und Mondfinsternisse), weil dann Sonne, Erde und Mond in derselben Ebene sind.

6.10.7 Lesehinweis

- ◇ Web-Essay: Der Sternenhimmel

6.11 Ekpyrotisches Modell

Ein modernes, kosmologisches Modell, das den Urknall durch die Kollision zweier Universen erklärt! Diese mutige und spekulative Annahme geht auf *Paul Steinhardt* und *Neil Turok* (2001) zurück und kann tatsächlich mathematisch mit den Stringtheorien gefasst werden.

6.11.1 Etymologie von ekpyrosis

Die Namensgebung basiert auf der *ekpyrosis*, einem griechischen Wort für den **Weltenbrand**, wie ihn die Stoa (Schule der Stoiker um *Zenon von Krition*, 336 - 264 v. Chr.) verwendete. Gemäß stoischer Vorstellung, wird der Kosmos durch das Urfeuer in periodisch wiederkehrenden Zeiträumen verbrannt und entsteht in derselben Form neu (*palingenesis*: Wiedergeburt). Damit zeigt sich abermals, wie gut das Denken der Antike eine Renaissance im Denken der Neuzeit erlebt.

6.11.2 Ohne Bums, kein Dings

Im Ekpyrotischen Modell kollidiert unser Universum mit einem zweiten, uns nicht zugänglichen Universum, einem Paralleluniversum. Beide Universen beschreibt man im Rahmen der Stringtheorie als dreidimensionale **3-Branen**, die eine fünfdimensionale Welt, den **Bulk**, beranden. Die Strahlung und Materie bleibt auf ihr Universum beschränkt, nur die Gravitation kann von einer Bran zur anderen vermitteln. Die Ursache für die Kollision ist die folgende: die beiden Branen driften durch die Vermittlung eines zeitlich variablen Skalarfeldes, dem Radion, aufeinander zu. Aus der inelastischen Kollision würde dann soviel Energie frei, dass sie den Urknall treiben könnte und daraus auch Materie und Strahlung entstehen könnten.

6.11.3 Problem: Feinabstimmung

Kritisch am Ekpyrosis-Modell ist die erforderliche Symmetrie der exakt parallel zueinander ausgerichteten, vierdimensionalen Vorläuferuniversen. Jede Asymmetrie wurde inflationär, d. h. **exponentiell**, verstärkt werden und damit die Kollision und das Ekpyrotische Modell zunichte machen. Die Kosmologen erhoffen sich durch die direkte Messung von Gravitationswellen - wenn ihr Nachweis denn gelingen sollte - Aufschluss darüber, ob Inflation oder Ekpyrosis die richtige Beschreibung des Universums liefert. Hochfrequente Gravitationswellen als Reliktstrahlung der Ekpyrosis sollten nämlich intensiver sein. Auch könnten zukünftige Polarisationsmessungen der kosmischen Hintergrundstrahlung, die letztendlich auch eine Aufprägung durch Gravitationswellen erfahren haben, eines der Modelle begünstigen.

6.11.4 Auf Ekpyrosis folgt Ekpyrosis?

Die Erweiterung des Ekpyrotischen Modell, die noch mehr die Grenzen des Vorstellbaren strapaziert, ist das Zyklische Universum, wo die Kollisionen der Welten wiederholt, eben **zyklisch**, stattfinden. Dann hätten wir es mit einem **pulsierenden Universum** zu tun, das periodisch in der Abfolge von Big Bang, Expansion, Stopp, Kontraktion, Big Crunch, erneuter Big Bang entsteht und vergeht.

6.12 Elektromagnetismus

Eine der **vier fundamentalen Wechselwirkungen der unbelebten Natur** neben gravitativer, schwacher und starker Wechselwirkung.

6.12.1 Maxwells große Entdeckung

In der historischen Retrospektive wurden Elektrostatik und Magnetismus zunächst als separate Phänomene wahrgenommen, bis der englische Physiker *James Clerk Maxwell* (1831 - 1879) die **klassische Elektrodynamik** begründete. Seine *Maxwellschen Gleichungen* - je nach Formulierung vier Differential- oder vier Integralgleichungen - koppeln magnetische an elektrische Felder. Damit konnten elektrische Ströme, Magnetfelder von stromdurchflossenen Leitern, elektrische Felder von elektrischen Ladungen, aber auch elektromagnetische Wellen im Vakuum oder in Medien (Licht) erstmals rechnerisch behandelt werden und als elektromagnetische Effekte verstanden werden.

6.12.2 Vektoranalysis: div, grad, rot

Der mathematische Apparat der klassischen Elektrodynamik umfasst die Vektoranalysis, die Potentialtheorie und die Theorie Greenscher Funktionen. Der **Nabla-Operator** ist der zentrale Differentialoperator, der die Maxwell-Gleichungen kompakt mithilfe von Gradient (*grad*), Divergenz (*div*) und Rotation (*rot*) schreiben lässt. In der folgenden Gleichungen sind von oben nach unten Gradient eines Skalarfeldes, Divergenz eines Dreiervektors, Rotation eines Dreiervektors in kartesischen Koordinaten dargestellt (für andere Koordinatensysteme wie Kugelkoordinaten nehmen die Gleichungen eine andere Form an):

$$\begin{aligned}\nabla\Phi &= \frac{\partial\Phi}{\partial x}\vec{e}_x + \frac{\partial\Phi}{\partial y}\vec{e}_y + \frac{\partial\Phi}{\partial z}\vec{e}_z \\ \nabla\vec{E} &= \frac{\partial E_x}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial z} \\ \nabla \times \vec{A} &= \left(\frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z}\right)\vec{e}_x + \left(\frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x}\right)\vec{e}_y + \left(\frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y}\right)\vec{e}_z.\end{aligned}$$

6.12.3 Gaußscher und Stokesscher Satz

Der Nabla-Operator ist nichts anderes als eine gewöhnliche räumliche Ableitung. Die äquivalenten Maxwell-Gleichungen in integraler Form erhält man durch Anwendung der bekannten *Integralsätze nach Gauß und Stokes*: Der Gaußsche Satz verwandelt ein Volumenintegral der Divergenz eines Vektorfeldes in ein Oberflächenintegral über das Vektorfeld. Der Stokessche Satz verwandelt das Oberflächenintegral über die Rotation eines Vektorfeldes in ein Kurvenintegral des Vektorfeldes entlang der Kurve, die die Oberfläche einschließt.

6.12.4 Maxwell-Gleichungen in differentieller Form

Im Folgenden sind nun alle vier **inhomogenen zeitabhängigen Maxwell-Gleichungen im Vakuum in differentieller Form** notiert:

$$\begin{aligned}\nabla\vec{E} &= \rho \\ \nabla \times \vec{B} &= \vec{j} + \frac{\partial\vec{E}}{\partial t} \\ \nabla\vec{B} &= 0 \\ \nabla \times \vec{E} &= -\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}.\end{aligned}$$

Die erste und dritte Gleichung machen eine Aussage über die Quellen des elektrischen bzw. magnetischen Feldes. Die erste Gleichung besagt, dass die Quelle des elektrischen Feldes eine elektrische Ladungsdichte ist. Knapp gesagt: *Elektrische Ladungen erzeugen ein elektrisches Feld im Raum..* Bei magnetischen Feldern gibt es keine zugehörigen 'magnetischen Ladungen'. In knapper Form heißt es: *Es gibt keine magnetischen Monopole..* Die zweite Gleichung nennt man **Ampèresches Gesetz**. Physikalisch bedeutet es, dass ein stromdurchflossener Leiter mit elektrischer Stromdichte j ein Magnetfeld im Raum induziert. Gleiches passiert, wenn sich ein elektrisches Feld zeitlich ändert. Die letzte Gleichung heißt **Faradaysches Induktionsgesetz**. Dies wird so interpretiert, dass ein zeitlich variierendes Magnetfeld einen elektrischen Strom in Leitern induziert.

Bei *ohmschen Leitern* gilt insbesondere das **Ohmsche Gesetz**: die elektrische Stromdichte ist proportional zum elektrischen Feld, wobei die Proportionalitätskonstante *elektrische Leitfähigkeit* heißt. Diese Leitfähigkeit ist in ohmschen Leitern unabhängig vom angelegten elektrischen Feld. Vektoriell gesehen sind Stromdichte und elektrisches Feld dann kollinear: die Vektoren ('Pfeile') zeigen in dieselbe Richtung.

6.12.5 klassische Elektrodynamik und Spezielle Relativitätstheorie

Die Maxwell-Theorie ist bereits **kovariant**, d. h. forminvariant in der Speziellen Relativitätstheorie. Relativistisch betrachtet macht es keinen Sinn zwischen elektrischem und magnetischem Feld zu unterscheiden, weil beide Phänomene äquivalent sind und nur vom Bezugssystem oder **Beobachter** abhängen! Das lässt sich leicht an folgendem Beispiel nachvollziehen: Ein reines elektrisches Feld einer ruhenden Ladung wird durch Anwendung einer Lorentz-Transformation zu einem Magnetfeld einer bewegten Ladung. Dieser Sachverhalt rechtfertigt in tiefsinniger Weise die Wortsynthese zum Begriff Elektromagnetismus.

6.12.6 Maxwells Theorie häppchenweise

Mit dem Aufkommen der Quantentheorie Anfang des 20. Jahrhunderts wuchs das Bestreben die Maxwell-Theorie zu quantisieren. Im Wasserstoff-Problem tauchte bereits das Photon auf, das bei elektronischen Übergängen in der Atomschale emittiert oder absorbiert wird. Jede Atomschale ist gerade mit Elektronen bestimmter Energie besetzt. Bei einem Quantensprung eines Elektrons wird ein Photon charakteristischer Energie frei oder eingefangen. Die elektromagnetische Welle, die man in Form einer **Wellengleichung** aus den Maxwell-Gleichungen ableitet, ist jedoch noch unquantisiert. Der Quantisierungsapparat ermöglicht eine Umformulierung der klassischen Wellengleichung mithilfe von Feldoperatoren. Auf diese Weise erhält man die **Klein-Gordon-Gleichung**. Die daraus entstandene Quantenelektrodynamik (QED) war die erste erfolgreiche Quantenfeldtheorie überhaupt. Das Renormierungsverfahren wurde ebenfalls an der QED entwickelt. Der mathematische Apparat der Quantenfeldtheorie ist die Gruppentheorie. Eine U(1)-Theorie beschreibt hier die photonischen Wechselwirkungen. Da das Photon keine Ruhemasse aufweist, ist seine Reichweite unendlich. Die wesentlichen Wechselwirkungen in makroskopischen, kosmischen Dimensionen und insbesondere in der Astrophysik sind daher Elektromagnetismus und Gravitation. Die anderen Wechselwirkungen werden erst wichtig, wenn das Universum extrem klein ist und die Ausdehnung vergleichbar wird mit dem subatomaren Bereich. Dieser mikroskopische Bereich ist gerade in der Gegend der Planck-Skala. Ein mikroskopisch kleiner Zustand des Kosmos hat kurz nach dem Urknall vorgeherrscht und tangiert dann das Regime der **Planck-Ära**, der Großen Vereinheitlichten Theorien (**GUT**) bzw. Vereinheitlichten Theorie (**UT**).

6.12.7 Vereinheitlichung der Naturkräfte

Das Unifikationsbestreben fand im Elektromagnetismus jedoch erst seinen historischen Anfang (sieht man einmal von *Sir Isaac Newton* ab, dem die Vereinheitlichung von irdischen und kosmischen Kräften zugeschrieben wird). Mittlerweile ist es gelungen, die schwache und elektromagnetische Wechselwirkung in der elektroschwachen Theorie zu vereinigen. Hier wurde eine enge Verwandtschaft von Photon und Weakonen offen

gelegt, die bei hohen Energien betrachteter Teilchenprozesse als eine elektroschwache Kraft behandelt werden können. Der nächste Schritt sind die Großen Vereinheitlichten Theorien, die die starke Kraft im Rahmen einer SU(5)-Theorie zur Elektroschwachen Kraft hinzunehmen. Ab 10^{16} GeV Energie fordern die Teilchenphysiker neue Eichbosonen: die X-Bosonen und Y-Bosonen (zusammengefasst als Leptoquarks). Der letzte Schritt ist der schwierigste und noch nicht vollzogen worden: die Gravitation kann noch nicht vollständig mit quantenfeldtheoretischen Konzepten beschrieben werden. Deshalb steht eine **Vereinheitlichung aller vier Naturkräfte** als *Vereinheitlichte Theorie* (engl. *Unified Theory*, UT) oder eine **Theorie von Allem** (engl. *Theory Of Everything*, TOE) noch aus. Ein diskutierter Kandidat in dieser Hinsicht sind die Stringtheorien.

6.13 Elektronenvolt

Eine Einheit für die Energie, die sehr gebräuchlich ist in der Hochenergie- und Teilchenphysik, Quantenphysik sowie Kernphysik. Es ist die typische Energieskala einzelner Teilchen und definiert als die Energie, die ein Elektron, das die negative Elementarladung von -1.602×10^{-19} C beim Durchgang durch ein elektrisches Feld der Potentialdifferenz 1 V (Volt) erhält.

6.13.1 Umrechnung in Joule:

$$1 \text{ eV} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ C} \times 1 \text{ V} = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}$$

Üblicherweise gibt man Teilchenmassen in Einheiten von Elektronenvolt (Abkürzung **eV**). Dabei entsprechen die Präfixe der bekannten Nomenklatur: 1 meV = 1/1000 eV, 1 keV = 1000 eV, 1 MeV = 1 000 000 eV, 1 GeV = 1 000 000 000 eV, 1 TeV = 10^{12} eV, 1 PeV = 10^{15} eV, 1 EeV = 10^{18} eV etc.

6.13.2 Beispiele:

- ◇ Radioquant: etwa 1 meV
- ◇ Röntgenphoton: um 1 keV
- ◇ Gammaphoton: ab etwa 1 MeV
- ◇ Elektronenmasse: 510.9989 keV
- ◇ Protonenmasse: 938.2720 MeV (oft vereinfachend 1 GeV)
- ◇ Omega-Hyperon: 1.67245 GeV
- ◇ Heben eines Kilogramms vom Boden auf eine 1m hohe Platte: $6.12 \times 10^{19} \text{ eV} = 61.2 \text{ EeV} = 9.81 \text{ J}$

Am letzten Beispiel sieht man das das Elektronenvolt eine **Einheit der Mikrophysik** ist und für unsere Makrowelt recht unhandlich ist.

6.14 elektroschwache Theorie

Die historisch erste gelungene vereinheitlichte Quantenfeldtheorie war die Verschmelzung von elektromagnetischer Wechselwirkung, also der Quantenelektrodynamik (QED), und der schwachen Wechselwirkung. Die elektroschwache Theorie geht auf die Physiker *Sheldon Lee Glashow*, *Steven Weinberg* und *Abdus Salam* zurück und wird auch *Weinberg-Salam Modell* genannt.

6.14.1 $U(1) \times SU(2)$ - wie bitte?

Vom Standpunkt der Gruppentheorie aus, bildet man das direkte Produkt der Symmetriegruppe $U(1)$ der QED mit der Symmetriegruppe $SU(2)$ der schwachen Theorie (zurückgehend auf Glashow, 1961). Dies generiert zunächst **vier masselose Vektorbosonen** (vektoriell heißt Spin 1), die man W^+ , W^- , W^0 und B^0 nannte. Unter Hinzunahme eines **skalaren (d. h. Spin 0), eichinvarianten Feldes**, das man mit dem **Higgs-Teilchen** identifiziert, erhalten diese vier Vektorbosonen über den *Higgs-Mechanismus*, einer **spontanen Symmetriebrechung**, eine **Masse**! Auf diese Weise wurden die hohen Massen von den W - und dem Z -Teilchen (den Weakonen) erklärbar.

6.14.2 Glänzende Bestätigung einer Theorie!

Selbstverständlich war der Jubel über die experimentelle Verifikation dieser Theorie durch den Nachweis des Z -Teilchens 1973 am CERN (*Donald Perkins*) groß und wurde mit dem Nobelpreis für die Theoretiker (Weinberg, Salam und Glashow, 1979) belohnt. Die geladenen Ströme W^- und W^+ wurden erst zehn Jahre nach der Entdeckung des Z -Teilchens, 1983, verifiziert. Ebenfalls am CERN wurde in einem Synchrotron Protonen und Antiprotonen auf Kollisionskurs gebracht. *Carlo Rubbia* und *Simon Van der Meer* entdeckten daher die beiden weiteren Vektorbosonen.

6.14.3 Nachahmer

Die elektroschwache Theorie mit einer typischen Energieskala von 1 TeV (1000 GeV) war der erste Schritt im Bestreben die vier fundamentalen Naturkräfte zu vereinigen. Später folgten die Großen Vereinheitlichten Theorien (GUT), die die Quantenchromodynamik (QCD) zusammen mit der elektroschwachen Theorie vereinheitlichen will. Die hier typische Energieskala liegt bei 2×10^{16} GeV. Die letzte **Vereinheitlichung aller vier Naturkräfte** ist die *Vereinheitlichte Theorie (UT)*.

6.14.4 früher, heißer Kosmos

In der Frühphase des Universums, nur Sekundenbruchteile nach dem Urknall, haben die richtigen Bedingungen geherrscht, dass alle vier Wechselwirkungen *ununterscheidbar* waren. Nach der UT suchte man allerdings bisher immer noch vergeblich, weil die Miteinbeziehung der Gravitation nicht trivial ist und nur über das Auffinden einer Quantengravitation zu funktionieren scheint. Die aktuellen Forschungen auf dem Gebiet der Stringtheorien und eine Verifikation (oder Falsifikation) der Extradimensionen sind die Wege, die beschritten werden, um einem Konzept der Quantengravitation oder gar einer Vereinheitlichten Theorie näher zu kommen.

6.15 Elementarladung

Die elektrische Ladung kann nicht beliebige Zahlenwerte annehmen, sondern sie tritt nur in Vielfachen einer sehr kleinen Mindestladung auf. Die kleine Zahl heißt **Elementarladung**, symbolisiert mit e und beträgt:

$$1\,e = 1.60217733 \times 10^{-19}\text{C}.$$

Das C steht für die SI-Einheit *Coulomb* der elektrischen Ladung oder 'Elektrizitätsmenge' und wurde nach dem französischen Physiker *Charles Augustin de Coulomb* (1736 - 1806) benannt. Von der Dimension her entspricht die elektrische Ladung dem Produkt aus Stromstärke (SI-Einheit: *Ampère*) und Zeit (SI-Einheit: Sekunde).

6.15.1 Der Millikan-Versuch

Der Zahlenwert für die Elementarladung ist sehr klein. Woher kennt man diesen mikroskopischen Wert so genau? Im Jahr 1909 führte der US-amerikanische Physiker *Robert Andrews Millikan* (1868 - 1953) ein historisches, physikalisches Experiment durch, dessen Messprinzip einfach und genial ist: Er brachte elektrisch geladene Öltröpfchen im elektrischen Feld eines Plattenkondensators zum Schweben. Aus der **Gleichgewichtsbedingung** 'Schwerkraft ($G = mg$) wird kompensiert durch elektrische Feldkraft ($F = QE$)' und der Kenntnis der elektrischen Feldstärke E (die gleich der elektrischen Spannung durch den Plattenabstand der Kondensatoren ist), konnte Millikan auf die Ladung der Öltröpfchen Q schließen. Bei der Betrachtung vieler Öltröpfchen zeigt sich, dass deren Ladungen immer ein Vielfaches der Elementarladung e betragen. Millikan bekam für diese hervorragende Idee mit glänzendem Resultat den Nobelpreis für Physik 1923.

6.15.2 Beispiele

In der Physik ist es sehr bequem, die elektrische Ladung der Teilchen in Einheiten der Elementarladung e auszudrücken. Dabei sind sowohl positive, als auch negative **Vielfache** möglich. Elektrisch neutrale Teilchen haben das Nullfache der Elementarladung. So gelten u. a. folgende elektrische Ladungen:

- ◇ Proton: $1\,e$
- ◇ Elektron: $-1\,e$
- ◇ Positron: $+1\,e$
- ◇ Neutronen: 0

6.15.3 Ausnahmen bestätigen die Regel

Die Teilchenphysik kennt jedoch auch ein paar Exoten, die **kein ganzzahliges Vielfaches von e** sind. So haben Quarks (die Bausteine der Hadronen) und X-Bosonen sowie Y-Bosonen (hypothetische Teilchen der GUT-Ära) **drittelzahlige Ladungen**.

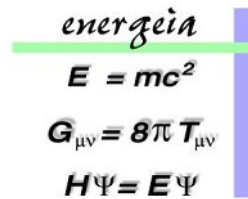


Abbildung 6.4: Energie - Wichtigste Größe der Physik.

6.15.4 Auf theoretischem Fundament

Die elektrischen Ladungen dieser und anderer Teilchen sind im Standardmodell der Teilchenphysik auch theoretisch erklärt. Dabei gehen wesentliche Konzepte wie Eichtheorie, Symmetrie, Gruppe und Vereinheitlichung der vier Naturkräfte ein.

6.16 Energie

Die Energie ist die zentrale Größe in der Physik. Der Begriff Energie geht auf *energeia* zurück, was erstmals in der Antike von *Aristoteles* (384 - 322 v.Chr.) verwendet wurde. Damals bedeutete dies soviel wie 'Geist' oder 'Seele'. In der Tat beseelt die Energie die Vorgänge in der Physik, wenn man in dieser metaphorischen Sprache bleiben möchte.

6.16.1 Energie in der Physik

Doch fassen wir den Energiebegriff physikalisch und betten ihn mathematisch streng ein. Ich möchte dabei chronologisch vorgehen. Es zeigt sich, dass die Energie sich wie ein roter Faden durch die Physik zieht:

- ◇ Die **Klassische Mechanik** ist historisch wohl das erste Gebiet der Physik gewesen, das die Energie exzessiv nutzt. Begriffe wie **kinetische Energie** (Bewegungsenergie) und **potentielle Energie** (Energie der Lage) sind sicher jedem noch aus der Schulphysik geläufig. Die Dynamik von Massenpunkten kann so sehr gut beschrieben werden. Zentral ist der empirisch begründete **Energieerhaltungssatz**. So wandelt sich die potentielle Energie einer ruhenden Kugel beim Hinabrollen auf einer schiefen Ebene in kinetische Energie um, während die potentielle Energie abnimmt. Schnell kann man auf diese Weise die Geschwindigkeit am Fußpunkt der schiefen Ebene rechnerisch bestimmen.

Eine typische Methode der klassischen Mechanik basiert darauf, die **Hamilton-Funktion** eines zu untersuchenden Systems zu bestimmen. Der klassische Formalismus definiert, dann eindeutig die *Bewegungsgleichung*, die nach einem festen Algorithmus aus der Hamilton-Funktion folgt.

- ◇ In der **Phänomenologischen Thermodynamik** gibt es fundamentale Hauptsätze, wobei der *Erste Hauptsatz der Thermodynamik* nichts anderes ist als der Energieerhaltungssatz, bezogen auf thermodynamische Größen. Eine wesentliche Energieform ist hier die **Wärmeenergie** oder thermische Energie. Die makroskopischen Größen der klassischen Thermodynamik erhalten ihre mikroskopische Deutung in der Statistischen Physik und Quantenstatistik.

- ◇ Die **Klassische Elektrodynamik** beschäftigt sich mit elektrischen und magnetischen Phänomenen in der Natur. In elektrischen und magnetischen Feldern ist Energie gespeichert, die freigesetzt werden kann, beispielsweise, wenn sich eine Ladung entlang der elektrischen Feldlinien bewegt oder wenn sie von magnetischen Feldern bei einer Bewegung abgelenkt wird (Lorentz-Kraft).

Vor allem aber folgt aus den Maxwell'schen Gleichungen eine besondere Form der Energie: die *elektromagnetische Welle*, in quantisierter Form Photon genannt. Es handelt sich um die für die Astronomie so wichtige **Strahlungsenergie**.

- ◇ Die Relativitätstheorie ist die erste wesentliche Theorie des 20. Jahrhunderts. In ihrer speziellen Formulierung erkennt sie die **Äquivalenz von Masse und Energie** in Einsteins berühmter Formel. In ihrer allgemeinen Formulierung tritt die **Kopplung von Energie und Raumzeitkrümmung** zutage. Die Gravitation entpuppt sich als ein Phänomen, das auf das Vorhandensein von *Energie in jedweder Form* zurückzuführen ist. Andererseits gibt es eine komplizierte Rückkopplung der Raumzeit auf die Energie, was sich in einem nichtlinearen Charakter der Einsteinschen Feldgleichungen widerspiegelt. In der Tensorschreibweise der Allgemeinen Relativitätstheorie steckt die Energieform vollständig im Energie-Impuls-Tensor. Er verschwindet bei Abwesenheit von Energie und Materie (*Vakuumfall*) und hat eine wohldefinierte Form für bestimmte Energieformen, wie Staub, eine ideale Flüssigkeit oder ein elektromagnetisches Feld (relativistisch, aber unquantisiert!). Die Energie offenbart sich in der Relativitätstheorie als bestimmende Größe von Raum und Zeit!

- ◇ Der zweite, erkenntnistheoretische Sprung in Bezug auf den Energiebegriff gelang im 20. Jahrhundert mit der Quantentheorie bzw. **Quantenmechanik**. Die Energieformen wurden als diskontinuierlich oder **quantisiert** - wie man seither sagte - erkannt. Historisch gelang dies zuerst bei der Strahlungsenergie, in der Deutung der Strahlung eines Schwarzen Körpers, als quantisierte Wärmestrahlung. Daher gilt *Max Planck* als 'Vater der Quantentheorie', wenngleich das gesamte theoretische Gebilde ein Werk vieler Quantenphysiker (*Bohr, Rutherford, Sommerfeld, de Broglie, Fermi, Heisenberg, Schrödinger, Pauli, Dirac* u.v.m.) war.

Die Hamilton-Funktion der klassischen Mechanik wird in der Quantenmechanik vom **Hamilton-Operator** abgelöst. Er ist der Protagonist der quantenmechanischen Probleme, wie dem *Wasserstoff-Problem* und legt in der **Schrödinger-Gleichung** die Dynamik des Systems fest. Im zeitunabhängigen Fall wird die Schrödinger-Gleichung zu einer *Eigenwert-Gleichung* und die Eigenwerte des Hamilton-Operators bestimmen die energetischen Zustände des Systems, während die Eigenfunktionen die Wellenfunktion (Ψ , 'Psi') festlegen.

- ◇ Die Erfolge in der Quantenmechanik läutete den Siegeszug der Quantenfeldtheorien ein. Die vier fundamentalen Wechselwirkungen der Physik, **elektromagnetische, schwache, starke und gravitative Wechselwirkung**, wurden als Austausch bestimmter Quanten, den intermediären Bosonen, begriffen. Gegenstand der Quantenfeldtheorien ist nun der Versuch, alle vier Wechselwirkungen zu quantisieren. Dies ist bis auf die Gravitation gelungen. Wesentlicher Ausfluss dieser Bemühungen in verschiedenen Quantenfeldtheorien ist das Standardmodell der Elementarteilchen.

Weder die theoretische Beschreibung einer quantisierten Gravitation oder

Quantengravitation ist in konsistenter Form gelungen, noch wurde das quantisierte Austauschteilchen der Gravitation, das Graviton, experimentell gefunden. Aussichtsreichster Kandidat zur Lösung dieses Problems sind die Stringtheorien.

- ◊ Die wohl seltsamste Form von Energie hat eine zentrale Bedeutung in der Kosmologie und heißt **Dunkle Energie**. Diese Energieform tritt als der so genannte **Lambda-Term** in den Einsteinschen Gleichungen neben dem Energie-Impuls-Tensor in Erscheinung. Einstein selbst war es wiederum, der diese Energieform einführte (wenn er sie auch nicht *Dunkle Energie* nannte), um ein Statisches Universum theoretisch zu bewerkstelligen. Auch wenn nach den modernen Erkenntnissen das Universum expandiert, so stellte sich die Dunkle Energie als vital heraus, wie astronomische Messungen belegen: sie wirkt antigravitativ und treibt den Kosmos auseinander! Ihr Anteil überwiegt andere Energieformen bei weitem: sie macht offenbar etwa 70% aus!

Die Dunkle Energie hat nicht nur kosmologische Relevanz, sondern ist ebenfalls die wesentliche Zutat bei den Gravasternen. Dabei handelt es sich um eine **reguläre Raumzeit ohne Ereignishorizont**, die die bisher favorisierten, aber singulären Schwarzen Löcher ablösen könnte. Die Dunkle Energie erscheint somit in vielfacher Hinsicht als interessante, kosmische Energieform.

6.16.2 Fazit: wohl die wichtigste Größe der Physik!

Dieser Streifzug durch die wesentlichen Teildisziplinen der Physik zeigt, dass sich die Energie wie ein Ariadnefaden durch das Labyrinth von Fragen der modernen Physik zieht. Immer wieder stoßen die Physiker auf den Energiebegriff, deuten und definieren ihn neu, finden neue Energieformen und erkennen die Energie als zentrales Element in der Natur. Die uralte Bedeutung *Geist* könnte nach modernem Verständnis treffender nicht sein.

6.17 Energiebedingungen

Energiebedingungen (engl. *energy conditions*, ECs) eignen sich im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie zur Klassifikation von Materie- und Energieformen. Man betrachtet dabei die **Zustandsgleichung** oder den w -Parameter oder den Energie-Impuls-Tensor der betreffenden Energieform und überprüft, ob die jeweilige Energiebedingung - eine mathematische Relation - gilt oder nicht.

6.17.1 Wozu?

Die Betrachtung von Energiebedingungen ist dadurch motiviert, dass in den Einsteinschen Feldgleichungen sehr viel Freiheit bei der Wahl eines Energie-Impuls-Tensors besteht. Möglicherweise ist jedoch die getroffene Wahl 'unphysikalisch' - die Energiebedingungen geben daher Kriterien an die Hand, um zu entscheiden, ob die Energieform physikalisch sinnvoll ist. Es gibt wohl mindestens sieben Energiebedingungen (*Visser* 1996); hier soll es um die wichtigsten vier gehen.

Null-Energiebedingung

Bei der Null-Energiebedingung (engl. *null energy condition*, **NEC**) bezieht sich die 'Null' auf Nullvektoren, also lichtartige Vektoren (siehe dazu Geodäte). Anschaulich besagt die

Bedingung, dass die lokale Energiedichte, die ein beliebiger (zeitartiger) Beobachter misst, positiv sein muss.

schwache Energiebedingung

Die schwache Energiebedingung (engl. *weak energy condition*, **WEC**) besagt, dass sowohl die Energiedichte, als auch die Summe aus Energiedichte und Druck immer positiv sein müssen.

dominante Energiebedingung

Die dominante Energiebedingung (engl. *dominant energy condition*, **DEC**) sagt anschaulich aus, dass die lokale Energiedichte immer positiv sein muss und dass der Energiefluss zeitartig oder null sein muss.

starke Energiebedingung

Die starke Energiebedingung (engl. *strong energy condition*, **SEC**) besagt, dass die Spur des Energie-Impuls-Tensors immer größer oder gleich null sein muss. Anders gesagt muss der w -Parameter immer größer als $-1/3$ sein.

6.17.2 Allgemeines

Die vier Energiebedingungen kann man zu folgenden Gleichungen zusammenfassen, wobei ρ die Energiedichte und p der Druck sind:

$$\begin{array}{llll} \text{NEC:} & \rho + p \geq 0 \Leftrightarrow w \geq -1 & & \\ \text{WEC:} & \rho \geq 0 & \text{und} & \rho + p \geq 0 \\ \text{DEC:} & \rho \geq 0 & \text{und} & -\rho \leq p \leq \rho \\ \text{SEC:} & \rho + 3p \geq 0 \Leftrightarrow w \geq -1/3 & \text{und} & \rho + p \geq 0 \end{array}$$

Es gilt, dass in der dominanten Energiebedingung automatisch die schwache Energiebedingung enthalten ist. Ebenso ist in der schwachen die Null-Energiebedingung enthalten. Aber dominante und schwache Energiebedingung sind *nicht* in der starken Energiebedingung enthalten. Die Null-Energiebedingung ist in der starken Energiebedingung enthalten.

6.17.3 Beispiele

Wie aus dem Lexikoneintrag w -Parameter hervorgeht (siehe Abbildung darin), liegen Quintessenz und Strings exakt auf der SEC. Topologische Defekte, kosmologische Konstante und Phantom-Energie verletzen die SEC. Topologische Defekte und kosmologische Konstante genügen der NEC, aber die Phantom-Energie verletzt sie. Aus diesem Grund wird die Phantom-Energie bisweilen als 'unphysikalisch' angesehen. Staub, Photonen, baryonische Materie und kalte Dunkle Materie erfüllen alle vier Energiebedingungen.

6.17.4 Buchtipp

◇ *Matt Visser: Lorentzian Wormholes; AIP, Woodbury, New York, 1996*

6.18 Energie-Impuls-Tensor

Der Energie-Impuls-Tensor ist der zweite wesentliche Tensor der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Er beschreibt den Zustand der Materie.

6.18.1 Vakuum: Energie-Impuls-Tensor null

Die einfachste Möglichkeit ist die Abwesenheit von Materie, ein (relativistisches) **Vakuum**. Dann verschwindet der Energie-Impuls-Tensor und man hat die *Vakuum-Feldgleichungen* zu lösen:

$$\mathbf{G}^{\mu\nu} = 0.$$

Alle elektrisch neutralen Schwarzen Löcher sind ohne Ausnahme Vakuumlösungen - nämlich die Schwarzschild-Lösung und die Kerr-Lösung. Die Masse des Schwarzen Loches befindet sich in den intrinsischen Singularitäten. Die Singularität kann als 'Masse ohne Materie' aufgefasst werden. Es ist eine **Krümmungssingularität**, wo die Raumzeit eine unendliche Krümmung aufweist. Das rechtfertigt im engeren Sinne die Bezeichnung 'Loch'.

6.18.2 Jetzt mal mit Energie-Impuls-Tensor

Bei Anwesenheit von Materie muss man adäquate Formulierungen für den Energie-Impuls-Tensor finden. Am wichtigsten sind die Energie-Impuls-Tensoren von inkohärenter, nicht-wechselwirkender Materie, vereinfacht gesagt Staub

$$T^{\mu\nu} = \rho_0 u^\mu u^\nu,$$

von idealen Flüssigkeiten

$$\mathbf{T}^{\mu\nu} = (\rho_0 + p)u^\mu u^\nu - p\mathbf{g}^{\mu\nu},$$

und der des elektromagnetischen Feldes

$$\mathbf{T}_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi}(-\mathbf{g}^{\kappa\lambda}\mathbf{F}_{\mu\kappa}\mathbf{F}_{\nu\lambda} + \frac{1}{4}\mathbf{g}^{\mu\nu}\mathbf{F}_{\kappa\lambda}\mathbf{F}^{\kappa\lambda}).$$

Die Behandlung der Einsteinschen Feldgleichungen, das Auffinden von Lösungen, wird dann erheblich komplizierter! Im Prinzip kann man ganz allgemein den Energie-Impuls-Tensor aus bekannter **Lagrangedichte einer Feldtheorie** konstruieren. Dies ist der kanonische Weg in Quantenfeldtheorien.

6.18.3 Energieerhaltung: ein zentraler Satz der Physik

Der Erhaltungssatz für Energie und Impuls, einer der zentralen Sätze der Physik überhaupt, manifestiert sich relativistisch im Verschwinden der kovarianten Ableitung des Energie-Impuls-Tensors. Die Ausformulierung dieser Bedingung liefert dann bekannte Erhaltungs- und Bewegungsgleichungen, wie die Kontinuitätsgleichung oder die Navier-Stokes-Gleichung der relativistischen Hydrodynamik.

6.19 Entfernungsmodul

Ein Synonym zum Begriff Distanzmodul, der unter dem Eintrag Helligkeit hergeleitet und erklärt wird.

6.20 eos

Eine in der Fachsprache sehr gebräuchliche Abkürzung für das Wort Zustandsgleichung (engl. *equation of state*).

6.21 eos-Parameter

Der eos-Parameter wird häufig auch w-Parameter genannt (siehe dort für detaillierte Erläuterungen) und ist wesentlich für die Kosmologie.

6.22 Epizykel

Dieser Begriff wird im Zusammenhang unter dem Begriff Gravitation erläutert. Siehe auch Quasi-periodische Oszillationen für die Klärung des Begriffs *Epizykelfrequenz*.

6.23 Ereignishorizont

Der Ereignishorizont (engl. *event horizon*) ist ein bestimmter Typus eines Horizonts, der in der Theorie Schwarzer Löcher und in der relativistischen Kosmologie eine wichtige Rolle spielt.

6.23.1 Horizonte trennen Beobachtbares von Unbeobachtbarem

Wie alle Horizonte trennt er Beobachtbares von Unbeobachtbarem. In der Relativitätstheorie trennt der Horizont *Ereignisse* (Welpunkte) von einem Außenbeobachter. Ereignisse sind dabei durch Angabe eines Ortes (drei Raumkoordinaten) und einer Zeitkoordinate charakterisiert. Daher rührt der Name *Ereignishorizont*.

6.23.2 Schwerkraftfalle Schwarzes Loch

Bei Schwarzen Löchern ist der Ereignishorizont eine ausgezeichnete Fläche, die die echte Singularität umschließt. Anschaulich definiert wird beim Ereignishorizont die Fluchtgeschwindigkeit gleich der Lichtgeschwindigkeit. Weil schon in der Speziellen Relativitätstheorie die Lichtgeschwindigkeit eine Obergrenze für Signale darstellt, die nicht überschritten werden kann, trennt der Ereignishorizont alle Ereignisse, die innerhalb des Horizonts geschehen, von der Außenwelt ab. Deshalb markiert der Ereignishorizont einen Bereich von 'Orten ohne Wiederkehr' (engl. *point of no return*): Alles, Materie und Strahlung, was sich einem Schwarzen Loch bis zum Ereignishorizont nähert, *muss* notwendigerweise in die Singularität stürzen. Alle Geodäten zeigen dann nach innen, direkt auf die Singularität. Aus diesem Grund ist der Horizont eine *Einfangfläche* (engl. *trapping surface*). **Der Einfang ist aber vom Standort des Beobachters abhängig.** Die Definition des Horizonts über Einfangflächen führt auf den Begriff des **scheinbaren Horizonts**.

Erstaunlicherweise kommt klassisch - in einer Newtonschen Rechnung - dasselbe Ergebnis zustande, wie korrekt gerechnet mit der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), wenn man den Horizont eines nicht rotierenden Schwarzen Loches berechnen will. Das ist allerdings ein Zufall. Die richtige Mathematik zur Beschreibung von Ereignishorizonten liefert nur die ART.

6.23.3 Gestalt des Horizonts

Horizonte von Schwarzen Löchern sind exakt kugelförmige Regionen, wie die (gleich folgenden) Definitionsgleichungen zeigen. Dies gilt sowohl in der statischen Schwarzschild-Metrik, als auch in der stationären, aber rotierenden Kerr-Metrik. Dennoch wird ein Außenbeobachter eine nicht kugelsymmetrische Form des Horizonts wahrnehmen, falls das Loch rotiert und falls der Beobachter geeignet zum Loch orientiert ist. Dies ist ein Resultat von dem Gravitationslinseneffekt und von dem Frame-Dragging-Effekt.

6.23.4 Horizonte in der Sprache von Einsteins Theorie

Im Unterschied zu 'normalen' Sternen ist der Ereignishorizont nur eine *mathematisch definierte Fläche*, eine so genannte *Nullfläche*, die **nicht** mit einer festen Oberfläche assoziiert ist! In der ART beschreibt man den Ereignishorizont eines rotierenden Schwarzen Loches als zweidimensionale Nullfläche. Sie wird von den beiden Killing-Vektoren aufgespannt. Die Killing-Vektoren folgen wiederum aus der Symmetrie der Raumzeit. Aus der Betrachtung der Isometrien lässt sich die Killing-Gleichung ableiten, deren Lösungen die Killing-Vektoren sind. Weil sie eine Nullfläche erzeugen, heißen sie auch **Nullgeneratoren**. Die Nullfläche der Kerr-Geometrie ist aufgrund der Isometrien unabhängig von den Koordinaten t (Zeit) und Φ (Azimuthalwinkel). Mit dieser Invarianz sind eindeutig die beiden Symmetrien *Stationarität* und *Axialsymmetrie* assoziiert.

Der **Horizontradius** berechnet sich aus der Masse des Schwarzen Loches M und dessen spezifischen Drehimpuls a gemäß

$$r_{\text{H}}^{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}.$$

Der Kerrparameter a ist null für die Schwarzschild-Lösung und vom Betrag her M für die maximale Kerr-Lösung (in geometrisierten Einheiten, d. h. wenn $G = c = 1$). Der Horizont ist für Schwarzschild bei zwei Gravitationsradien oder einem Schwarzschildradius:

$$R_{\text{S}} = 2 \frac{GM}{c^2}.$$

Der Schwarzschildradius beträgt einfach nur $2M$ in geometrisierten Einheiten.

6.23.5 Kerr: Noch ein Horizont!

Wer gerade aufmerksam die Gleichungen gelesen hat, wird eine Besonderheit bei der Kerr-Geometrie festgestellt haben: **zwei Horizonte**. Dabei ist der *innere Horizont* r_- kleiner als der *äußere Horizont* r_+ . Der innere Horizont ist eine so genannte Cauchy-Fläche. Die relativistische Definition der Horizonte ist das Verschwinden des so genannten Delta-Potentials:

$$\Delta = r^2 - 2Mr + a^2.$$

Es handelt sich dabei um eine bestimmte Funktion, wie sie in der Kerr-Geometrie in Boyer-Lindquist-Koordinaten verwendet wird. Weil Delta am Horizont null ist, zeigen die Boyer-Lindquist-Koordinaten leider pathologisches Verhalten an den Horizonten: die Komponente g_{rr} des metrischen Tensors divergiert und strebt gegen unendlich. Diese **Koordinatensingularität** (keine 'echte') kann mit anderen Koordinaten, wie den Kerr-Schild-Koordinaten vermieden werden.

6.23.6 Deshalb sieht man schwarz

Das Verschwinden von Δ am Ereignishorizont führt dazu, dass der Rotverschiebungsfaktor dort null wird. Dies ist im Kern der Grund dafür, dass Schwarze Löcher schwarz sind, denn dieser Faktor gewichtet in hoher Potenz jede Emission, die bei Schwarzen Löcher beispielsweise aufgrund der Akkretion entsteht. Diesen gravitativen Effekt auf Strahlung nennt man **Gravitationsrotverschiebung**. Der Energie- und Intensitätsverlust von Strahlung wird für einen Außenbeobachter am Horizont unendlich stark. Strahlung, die sich knapp vor dem Horizont auf den Weg macht, sieht ein Außenbeobachter extrem gerötet und extrem verdunkelt - aber er sieht sie im Prinzip noch.

6.23.7 rotierender Horizont, aber keiner sieht's!

Der äußere Horizont, den man in der Regel meint, wenn man nur von einem *Ereignishorizont* spricht, liegt in der Kerr-Metrik mit maximaler Rotation ($a = M$ bzw. $a = -M$ in geometrisierten Einheiten) bei nur einem Gravitationsradius. Der Horizont rotiert wie ein **starrer Körper**, was ein Unterschied zur differentiellen ('breitenabhängigen') Rotation der Sonne ist. Er reißt bei seiner Drehbewegung alles mit, was Relativisten als *Frame-Drag* bezeichnen. Diese Korotation mit dem Horizont ist eine wichtige Randbedingung für alle Objekte, die sich dort befinden. Zieht man den Ereignishorizont als Größenkriterium für Schwarze Löcher heran, so sind Kerr-Löcher bei gleicher Masse immer kleiner.

6.23.8 nackte Tatsachen

An sich verhüllt der Ereignishorizont gemäß der *kosmischen Zensur* (engl. *cosmic censorship*) intrinsische Singularitäten, wie der englische Mathematiker und Relativist *Roger Penrose* als Erster vermutet hat. *Intrinsisch* meint immer 'echte' Singularitäten oder Krümmungssingularitäten, die im Gegensatz zu den Koordinatensingularitäten *nicht* zu beheben sind. Ein Kuriosum bietet in dieser Hinsicht die extreme Kerr-Lösung: Der innere Horizont ist in diesem Fall ($a = M$ bzw. $a = -M$), deckungsgleich mit dem äußeren Horizont (siehe Definitionsgleichung oben). Die zentrale Ringsingularität ist in diesem Spezialfall eine so genannte 'nackte Singularität', die von außen sichtbar ist. Solche sichtbaren, unverhüllten Singularitäten sind jedoch verboten. Im Rahmen der ART kann man zeigen, dass durch nackte Singularitäten allerlei Unfug angestellt werden kann, weil sie z. B. das Prinzip der Kausalität verletzen. Beruhigend ist, dass noch kein Astronom eine nackte Singularität in der Natur beobachtet hat. Insofern stützt das die Hypothese von Penrose. In gleicher Weise spricht diese Zensur gegen Weiße Löcher bzw. der einen 'Seite' eines Wurmlochs.

Für Zwischenwerte von a gibt es einen signifikanten Versatz zwischen innerem und äußerem Horizont, der umso größer ist, je näher a der Null kommt. Im Schwarzschild-Fall verschwindet der innere Horizont in der zentralen Singularität bei $r = 0$. Dies alles fasst die Abbildung 6.5 zusammen, die beide Horizonte in Abhängigkeit von a illustriert:

6.23.9 Geodäten am Horizont

Am Schwarzschildradius der Schwarzschild-Lösung bzw. am äußeren Horizont der Kerr-Lösung werden alle Geodäten **lichtartig**! D.h. Strahlung und Materie bewegen sich auf dem Lichtkegel. Man kann sehr leicht nachrechnen, dass alles - Strahlung und Materie - exakt

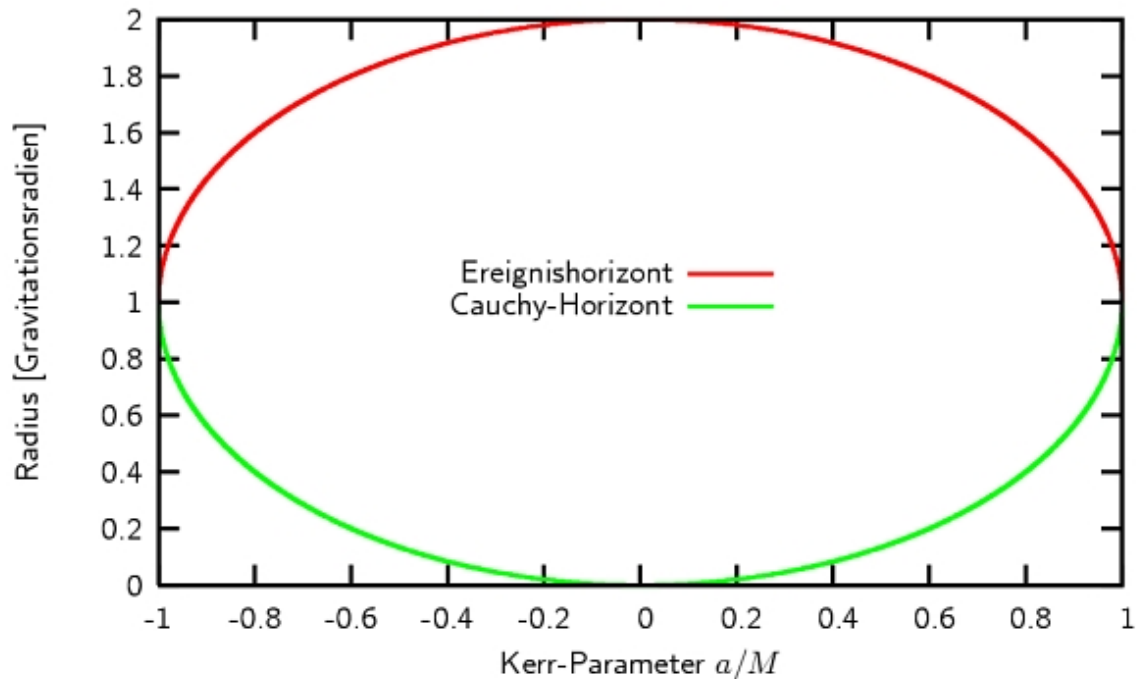


Abbildung 6.5: Innerer und äußerer Horizont in Abhängigkeit des Kerr-Parameters a .

mit der Lichtgeschwindigkeit radial in den Ereignishorizont einfällt. Innerhalb des Horizonts werden die Geodäten raumartig, also tachyonisch.

6.23.10 Evidenzen für den Ereignishorizont?

Die folgende Aussage ist an sich eine Sensation:

Bisher ist es nicht gelungen, bei irgendeinem kosmischen Objekt einen Ereignishorizont nachzuweisen!

Die Astronomen beobachten zwar eine Vielzahl dunkler kompakter Objekte (engl. *compact dark object*, CDO), doch gibt es mittlerweile zum Schwarzen Loch *mit* Ereignishorizont Alternativen, z. B. den Gravastern oder den Holostern, die beide *ohne* Ereignishorizont auskommen. Das ist ein Dilemma in der Physik Schwarzer Löcher! Einschränkend muss gesagt werden, dass bei vielen Loch-Kandidaten die Rotation (durch Eisenlinien oder quasi-periodischen Oszillationen) nachgewiesen wurde. Diese Objekte können zurzeit **nur befriedigend als Kerr-Loch**, aber nicht durch den Grava- oder Holostern beschrieben werden. Auch die theoretische Astrophysik sieht im Kerr-Loch ein unverzichtbares Objekt, das beispielsweise relativistische Jets antreibt (siehe auch Blandford-Znajek-Mechanismus). Insofern wird von den Astronomen tatsächlich nach wie vor versucht, den Ereignishorizont nachzuweisen. Vom uns am nächsten befindlichen mutmaßlichen Schwarzen Loch im Röntgendoppelstern XTE J1118+480 (Distanz 1.8 kpc) wurde behauptet, dass der Ereignishorizont nachgewiesen wurde (McClintock et al. 2004,). Die Argumentation beruht darauf, dass eine thermische Strahlungskomponente, wie sie in einem Neutronenstern (der eine

feste Oberfläche hat) auftritt, fehlt. Sie solle durch die starke Gravitationsrotverschiebung in der Nähe des und am Ereignishorizont stark unterdrückt werden. Die Argumentation dieser Autoren ist jedoch in der Fachwelt umstritten: So behaupten hingegen *Abramowicz* und Kollegen (A&A **396**, L31, 2002) sinngemäß,

..., dass es prinzipiell unmöglich sei, den Ereignishorizont mittels **elektromagnetischer Strahlung** nachzuweisen!

Die einzige Hoffnung besteht nach den Verfechtern dieser Gegenposition in Gravitationswellen, deren Wellenform in eindeutiger Weise von einem Ereignishorizont zeugen könnten. Diese Sichtweise untermauert eine recht aktuelle Papier von *Berti & Cardoso* (2006, gr-qc/0605101). Anmerkung des Autors: Falls Sie mich fragen, so teile ich die Position von *Abramowicz* und Kollegen.

6.23.11 Hoffnungsträger Radioastronomie

Innerhalb der nächsten fünf bis zehn Jahre werden möglicherweise die Radioastronomen den Ereignishorizont und den umgebenden dunklen Bereich **direkt** abbilden können! Die Radioastronomie erlaubt derzeit die höchste räumliche Auflösung am Himmel, nämlich mittels interferometrischer Methoden wie VLBI bis in den Bereich von Millionstel Bogensekunden. Um eine Vorstellung dieses winzigen Himmelsareals zu bekommen, betrachte man den Vollmond, dessen scheinbarer Durchmesser etwa ein halbes Grad, also 30 Bogenminuten oder 1800 Bogensekunden beträgt. Eine Zerlegung des Vollmonddurchmessers in 1.8 Milliarden gleich große Teile liefert also die Auflösungsgrenze der Radioastronomie!

Favorisierte Kandidaten zur radioastronomischen Abbildung des 'Großen Schwarzen Flecks' (nach der Terminologie meiner Dissertation) um ein Schwarzes Loch sind die zentralen supermassereichen Schwarzen Löcher im Zentrum der Milchstraße in 8 kpc Entfernung (etwa drei Millionen Sonnenmassen schwer) oder im Aktiven Galaktischen Kern von M87 (siehe Arbeiten von *Krichbaum et al.*, MPIfR, astro-ph/0411487, astro-ph/0607072). M87 ist zwar weiter weg (18.7 Mpc), aber dafür ist das zentrale Loch schwerer (drei Milliarden Sonnenmassen), was in einem größeren 'Schwarzen Fleck' resultiert.

6.23.12 Literatur von Andreas Müller zum Thema

In meiner Doktorarbeit (Download PhD, pdf) und einem Konferenzbeitrag (Download Proceeding, pdf) finden Sie viele Einzelheiten zu Schwarzen Löchern und zum Ereignishorizont.

Ich lege in diesen Arbeiten außerdem dar, wie man aus der genauen Gestalt des 'Großen Schwarzen Flecks' nicht nur die Masse des Loches, sondern auch seinen Rotationsparameter und Neigungswinkel zum Beobachter bestimmen könnte.

Die Radioastronomen erreichen im Wellenlängenbereich von Millimetern ein sehr gutes Auflösungsvermögen. Vermutlich wird der Durchbruch in der Radioastronomie gelingen: *die erste obskure Verifikation eines Schwarzen Loches*, also der Nachweis eines Lochs durch seine Schwärze.

Inwiefern die (noch hypothetische) Hawking-Strahlung für einen Nachweis taugt (was man als *eruptive Verifikation* bezeichnen kann), muss noch gezeigt werden. Denn zum einen ist diese Strahlungsform dermaßen schwach, dass sie von anderen Strahlungsformen überstrahlt wird; zum anderen gibt es auch andere thermische Strahlung am Schwarzen Loch, so dass

eine überzeugende Beweisführung sehr erschwert wird. In dieser Hinsicht ist die Verfolgung der Experimente an Teilchenbeschleunigern wie dem LHC anzuraten.

6.24 erg

Eine Einheit für die Energie. 1 erg entspricht 10^{-7} Joule, der gebräuchlicheren SI-Einheit.

6.24.1 Diese Theoretiker...

Die Einheit erg ist eine typische Theoretikereinheit, weil in der theoretischen Physik im **cgs-System** (*c*: Zentimeter, *g*: Gramm, *s*: Sekunde) gerechnet wird. 1 erg folgt dann auf natürliche Weise, wenn man *cm*, *g* und *s* zu der Dimension einer Energie (Kraft $\times$ Länge = Masse $\times$ Beschleunigung $\times$ Länge = Masse $\times$ Länge zum Quadrat pro Zeit im Quadrat) verknüpft:

$$g \times cm \times cm \times s^{-2} = 1 \text{ erg} = 10^{-7} \text{ kg} \times m^2 \times s^{-2} = 10^{-7} \text{ J.}$$

6.24.2 Astronomische Zahlenbeispiele

So gibt man beispielsweise die Leuchtkraft, mit der Dimension einer Leistung (Arbeit pro Zeit) in erg/s an. Die typische frei werdende Energie bei einer Supernova beträgt gewaltige 10^{51} erg. Diese Energiemenge wird auch in Form von Röntgenstrahlung frei, wenn ein Stern von einem Schwarzen Loch durch Gezeitenkräfte zerrissen wird.

6.25 Ergosphäre

Die Ergosphäre ist eine abgeplattete Kugelfläche, die die Forscher auch **statisches Limit** nennen. In Abbildung 6.6 ist sie blau dargestellt. Diese Fläche umschließt vollständig den Ereignishorizont (schwarz) **rotierender Schwarzer Löcher**. Noch innerhalb des Ereignishorizonts liegt der innere Horizont oder Cauchy-Horizont (grün und transparent dargestellt). Die Quelle der Gravitation eines rotierenden Schwarzen Loches ist die zentrale Ringsingularität (die hier aus grafischen Gründen vergrößert dargestellt wurde). Das Gebiet zwischen Ergosphäre und Ereignishorizont (äußerem Horizont) nennen Theoretiker bisweilen auch die **Ergoregion** - häufig wird Ergosphäre gleichbedeutend mit Ergoregion verwendet. Ergosphäre und Ergoregion gibt es nur bei der Kerr-Lösung der Allgemeinen Relativitätstheorie.

6.25.1 Kein Entrinnen von der rotierenden Raumzeit

Ab der statischen Grenze **muss** jeder Beobachter mit dem Schwarzen Loch ko-rotieren. Dieser Effekt heißt **Frame-Dragging**, d. h. innerhalb der Ergosphäre gibt es keine statischen Beobachter. Das Kerr-Loch zwingt seine Rotation allen Körpern, Beobachtern, selbst dem Licht auf, weil eben die Raumzeit selbst rotiert. Das gilt sogar dann, wenn der Körper oder das Teilchen sich ursprünglich gegen die Rotationsrichtung des Schwarzen Loches bewegte: es wird zur Bewegungsumkehr gezwungen! Ein Beobachter innerhalb der Ergosphäre würde den Fixsternhimmel in der Ferne rotierend wahrnehmen (siehe ZAMO). So nah an einem Kerr-Loch wäre das ein Schwindel erregender Höllenritt im Karussell der Raumzeit. Dramatischer wird es noch näher am Loch: Am Horizont selbst rotiert **alles** mit der exakt identischen

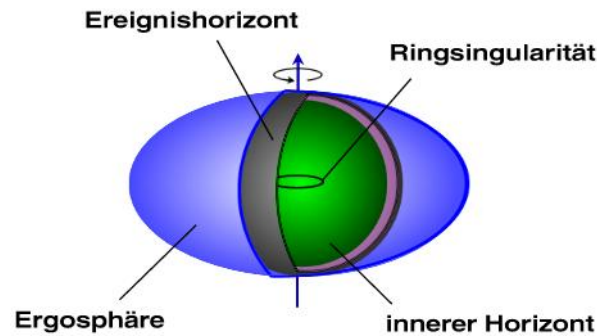


Abbildung 6.6: Strukturen eines Kerr-Loches inklusive Ergosphäre.

Winkelgeschwindigkeit wie das Schwarze Loch. Ausgedrückt in Geschwindigkeiten ist das im Falle des extremen Kerr-Lochs ($a = M$) exakt die **halbe Vakuumlichtgeschwindigkeit** (Bardeen, Press & Teukolsky 1972).

6.25.2 Ein Dickwanst am Äquator

Die **statische Grenze** ist vom Poloidalwinkel (θ) abhängig. Deshalb besitzt die Ergosphäre keine Kugelsymmetrie, sondern ist an den Polen abgeplattet. Diese Achsensymmetrie passt zu derjenigen der Kerr-Geometrie. Die Fläche des statischen Limits ist allgemein definiert mit der Gleichung $\mathbf{g}_{tt} = 0$, d. h. die 00-Komponente des metrischen Tensors verschwindet auf der Berandungsfläche der Ergoregion. Benutzt man $\mathbf{g}_{tt}$ der Kerr-Geometrie in Boyer-Lindquist-Form, so erhält man gerade folgende Gleichung:

$$r_{\text{stat}} = M + \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2 \theta}.$$

Hier sind M die Masse des Schwarzen Loches und $a = J/Mc$ der Rotationsparameter des Loches (beachte geometrisierte Einheiten: $G = c = 1$). An der statischen Grenze springt also gerade das Vorzeichen der metrischen Komponente $\mathbf{g}_{tt}$ der Kerr-Metrik. Diagramm 6.7 illustriert in die Abhängigkeit der metrischen Komponente $\mathbf{g}_{tt}$ vom Radius r :

Physikalisch bedeutet die Änderung des Vorzeichens von $\mathbf{g}_{tt}$, dass die Koordinatenzeit t von einer zeitartigen zu einer raumartigen Koordinate wird! An der Gleichung für r_{stat} erkennt man auch, dass die Ergosphäre in der Äquatorialebene ($\theta = \pi/2$) **immer** bei zwei Gravitationsradien beginnt, **unabhängig** vom Kerr-Parameter. Außerdem berührt die Ergosphäre an den Polen ($\theta = 0$ bzw. $\theta = \pi$) **immer** den äußeren Horizont (der von a abhängt).

Im Schwarzschild-Fall (Kerr-Parameter $a = 0$) fällt die Ergosphäre mit dem Ereignishorizont (siehe auch Schwarzschild-Radius) zusammen und verschwindet.

Im Falle der extremen Kerr-Lösung, $a = \pm M$ hat die Ergoregion maximale Größe.

6.25.3 Bedeutung für die Astrophysik

Die schnell rotierenden Kerr-Löcher haben für die relativistische Astrophysik eine überragende Bedeutung. Dabei ist die Ergosphäre das entscheidende Schlüsselement. Denn es ist möglich, dass Akkretionsscheiben bis in die Ergoregion hineinreichen, vor allem dann, wenn das

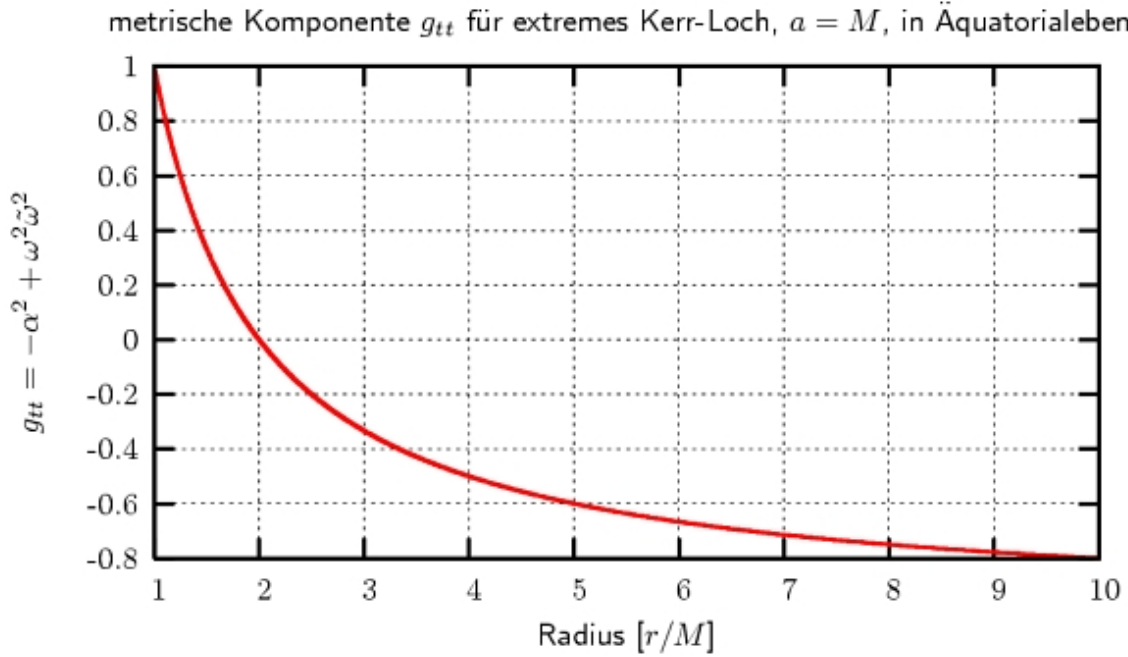


Abbildung 6.7: Radialverhalten der metrischen 00-Komponente in der Äquatorialebene.

Schwarze Loch schnell rotiert und die marginal stabile Bahn bei kleinen Radien liegt. Der Innenrand der Standardscheibe reicht nämlich in üblichen Akkretionsmodellen bis an den Radius marginaler Stabilität, r_{ms} . Für den maximalen Kerr-Fall ($a = M$) ist r_{ms} genau ein Gravitationsradius, so dass in der Äquatorialebene die Scheibe exakt einen Gravitationsradius in die Ergoregion reichen könnte. Falls die Akkretionsscheibe in die Ergosphäre eintritt, so sprechen Astrophysiker von einer **ergosphärischen Scheibe**.

Die Astronomen beobachten bei leuchtkräftigen Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) wie den radiolauten Quasaren und den Radiogalaxien, aber auch bei den Gamma Ray Bursts und einigen Röntgendoppelsternen extrem schnelle Materiestrahlen. Der aktuell favorisierte Entstehungsmechanismus dieser **relativistischen Jets** basiert gerade auf der **Magnetosphärenphysik der Kerr-Löcher**. Wesentliche Prozesse funktionieren *nur innerhalb der Ergosphäre*, wie z. B. Penrose-Prozess, Blandford-Znajek-Mechanismus und Frame-Dragging. Die Idee: Akkretionsflüsse 'schwimmen' Magnetfelder an das Loch heran. Diese Felder werden von der schnell rotierenden Raumzeit extrem verdreht. Anders gesagt: Rotationsenergie des Loches überträgt sich auf die Magnetfelder. Irgendwann setzt eine Art 'Kurzschluss' ein, weil verdrehte Felder mit entgegengesetzter Polarität aufeinandertreffen. Als Konsequenz kollabieren die Felder (*Rekonnexion*) und setzen die Feldenergie frei. Das Plasma in der Umgebung nimmt dies als kinetische Energie auf und strömt daher mit großer Geschwindigkeit vom Loch weg. Ein relativistischer Ausfluss ist entstanden, der durch Magnetfelder weiter gebündelt wird: ein Jet ist entstanden. Dieser Materiestrahl entsteht typischerweise an beiden Hemisphären des Loches, so dass in vielen AGN zwei Jets beobachtet werden. Sie bewegen sich weit aus den Zentren der Galaxien heraus und können sogar die **Mpc-Skala** erreichen. Ein kompaktes, rasant rotierendes, superschweres Schwarzes Loch hat



Abbildung 6.8: Streuung und Extinktion an interstellarem Staub.

Materie einige Millionen Lichtjahre weit von sich geschleudert!

Auf Supercomputern lösen die Theoretiker die komplizierten Gleichungen der Magnetohydrodynamik in der Kerr-Raumzeit. Zwar weisen die Modelle noch einige Unzulänglichkeiten auf (keine Berücksichtigung von Kühlung durch Strahlung; keine Berücksichtigung von Rekonnexion; innere Randbedingung am Horizont), aber sie zeigen eindrucksvoll die Wechselwirkung der rotierenden Raumzeit mit der Umgebung und belegen auf überzeugende Weise die Stimmigkeit dieses Szenarios.

6.25.4 Anmerkung

Die Ergosphäre ist **nicht** zu verwechseln mit der *Photonensphäre*, die durch den Photonenorbit bestimmt ist.

6.25.5 Weitere Informationen

- ◇ Passend zur Thematik sind die Einträge Poynting-Fluss, Gravitomagnetismus und Lense-Thirring-Effekt im Wissensportal.
- ◇ Artikel bei *Einstein online* von A. Müller: Das Schwarze Loch als Materieschleuder: Kosmische Jets (2007)

6.26 eV

Eine Einheit für die Energie in der Mikro- und Teilchenphysik, das Elektronenvolt (siehe dort).

6.27 Extinktion

Unter diesem Fachbegriff versteht man in der Astronomie die Rötung des Lichts z. B. von Sternen. Eine Rötung der Farbe ist letztlich ein Energieverlust der Strahlung. Die Ursache dafür sind Streuprozesse im interstellaren und intergalaktischen Medium (siehe dazu auch optische Tiefe).

6.27.1 Extinktion in der Milchstraße

Dieser Effekt ist beispielsweise in der galaktischen Ebene sehr groß. Das liegt daran, weil die Milchstraße eine Spiralgalaxie ist, bei der sich in der galaktischen Ebene hohe Konzentrationen von Staub angesammelt haben. Staub, Gas und Sterne erschweren es gerade den Astronomen ins Zentrum der Milchstraße zu schauen - zumindest im optischen Bereich. Deshalb weichen sie auf andere Spektralbereiche aus, die nicht so sehr von der Rötung des Lichts betroffen sind. Denn der Streuprozess hängt von der Wellenlänge ab. Günstige Strahlungsenergien zur Beobachtung des Galaktischen Zentrums sind Radiowellen, Nahinfrarot und Röntgenstrahlung. Mit Teleskopen für diese Spektralbereiche beobachten Astronomen z. B., wie sich Sterne und Gas um das supermassereiche Schwarze Löcher im Zentrum unserer Heimatgalaxie bewegen. **Multiwellenlängenastronomie** macht so einen Bereich zugänglich, der von der Sonne 26000 Lichtjahre entfernt ist: Als sich das Licht im Galaktischen Zentrum auf den Weg machte, liefen auf der Erde Steinzeitmenschen wie der *Cro-Magnon-Mensch* herum!

6.27.2 Lichtsperrn aus Staub: Dunkelwolken

Der Pferdekopfnebel

Die Extinktion bringt auch Strukturen bizarrer Schönheit hervor: sie heißen **Dunkelwolken** und bestehen aus kaltem Staub der optisch nahezu undurchsichtig (opak) ist. Ein berühmtes Beispiel ist der *Pferdekopfnebel* im Beobachtungsfoto 6.9 (Credit: ESO/VLT 2002). Diese Dunkelwolke im Sternbild *Orion* (nahe am so genannten Jakobsstab) sieht von der Erde aus betrachtet aus wie ein Pferdehals mit Pferdekopf. Der Prozess der Extinktion ist hier besonders stark: das Sternenlicht wird in der Helligkeit um einige zehn bis zwanzig Magnituden reduziert!

Reflektionsnebel in Orion

Im Sternbild Orion befindet sich der etwa 1500 Lichtjahre entfernte *Orion-Molekülwolkenkomplex*, zu dem Orionnebel, Pferdekopfnebel und die folgenden beiden Reflektionsnebel gehören. Wir betrachten nun eine deutlich dunklere, aber optisch nicht minder reizvolle Region. Das optische Beobachtungsfoto 6.10 zeigt Staub aufgrund der Extinktion schwarz, aber auch zwei auffallend helle, wolkenartige Strukturen (Credit: *Rector & Schweiker*, NOAO/AURA/NSF 2007). Die größere 'Wolke' etwas unterhalb der Bildmitte ist der **Reflektionsnebel M78**, links oben ist der **Reflektionsnebel NGC 2071**. Die Reflektionsnebel verdanken ihre Bezeichnung der Tatsache, dass sie das Licht der Sterne in der Umgebung nur reflektieren - das verleiht ihnen die typisch bläuliche Farbe. Dies steht im Gegensatz zu den Emissionsnebeln (wie z. B. dem Orionnebel), die durch energiereiche Strahlung junger Sterne selbst zur Emission angeregt werden.

6.28 Extradimension

Dieser Begriff wurde vor allem durch die Stringtheorien wieder populär, hat jedoch schon weit ältere Wurzeln in physikalischen Theorien. Im Allgemeinen verstehen Physiker unter diesem Begriff **weitere räumliche Dimensionen**, neben den bekannten drei Raum- und der einen Zeitdimension.



The Horsehead Nebula
(VLT KUEYEN + FORS 2)

ESO PR Photo 02a/02 (25 January 2002)

© European Southern Observatory



Abbildung 6.9: Pferdekopfnebel im Sternbild Orion, ESO/VLT 2002.



Abbildung 6.10: Reflektionsnebel M78 und NGC 2071 im Pferdekopfnebel im Orion-Molekülwolkenkomplex, 2007.

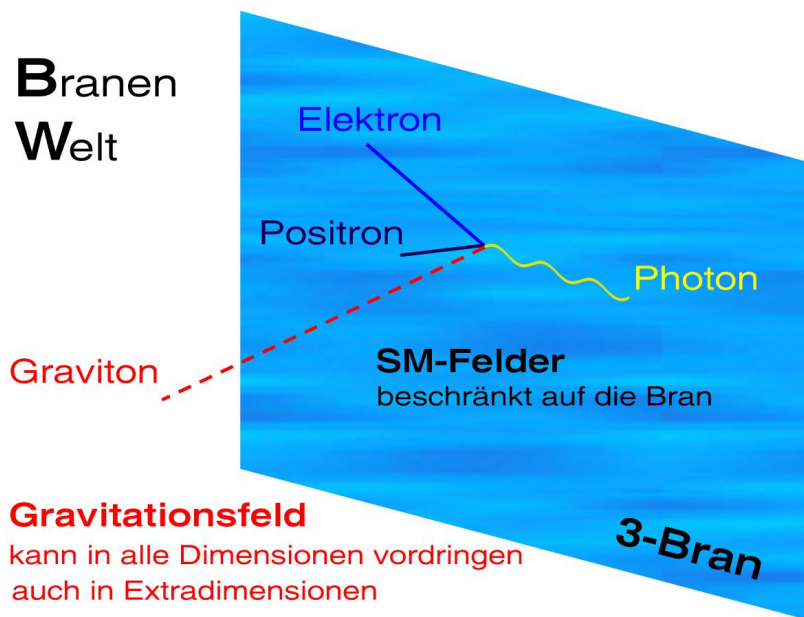


Abbildung 6.11: Beschränkung der SM-Felder und Unbeschränktheit der Gravitationsfelder.

6.28.1 Die Anfänge des Extrarums

Raum und Zeit sind uns vertraut, weil wir uns täglich darin bewegen. Es gibt keinen Zweifel daran, dass diese vier Dimensionen existieren. Als vierdimensionale Raumzeit sind diese Dimensionen Gegenstand der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Sie bilden in Einsteins ART ein Kontinuum, das Krümmung und Dynamik aufweisen kann. Einsteins Theorie ist eine (unquantisierte) Gravitationstheorie, die über die Newtonsche Gravitation hinausgeht und insbesondere die starke Schwerkraft und kompakte Massen die Natur beschreibt.

Höherdimensionale Räume sind in der Mathematik und der theoretischen Physik nichts Ungewöhnliches. Als Beispiel mögen Funktionenräume dienen, deren Dimension sogar unendlich sein kann. Eine der ersten vereinheitlichten Theorien in der Physik überhaupt ist die **Kaluza-Klein-Theorie**. Sie wurde bereits in den 1920er Jahren entwickelt, weil die Physiker Relativitätstheorie und Elektromagnetismus in einem einzigen Konzept beschreiben wollten. Neu war der Ansatz, weil Kaluza und Klein *eine weitere, neue Raumdimension* in dieser Feldtheorie einführten. Der Ansatz setzte sich jedoch nicht in der Physik durch, weil sich die etwa gleichzeitig entwickelte Quantentheorie als erfolgreicher zeichnete.

Erst durch die Fortschritte in den **Stringtheorien** erlebten die Extradimensionen wieder eine Renaissance: *I. Antoniadis* sagte Anfang der 1990er Jahre Extradimensionen in den perturbativen Stringtheorien voraus. Im Ansatz sind die Felder des Standardmodells (*SM-Felder*) auf einen Raum kleinerer Dimension, der so genannten **3-Bran**, beschränkt. Die Bran ist jedoch in eine höherdimensionale Welt inklusive Extradimensionen, dem so genannten **Bulk**, eingebettet. Im Modell wird nun angenommen, dass die Gravitation in **alle Raumdimensionen** - auch den Extradimensionen - vorzudringen vermag. Damit ist die Schwerkraft in diesem Sinne unbeschränkt, während die SM-Felder nur auf der Bran existieren können (siehe Illustration 6.11 nach *M. Cavaglia*, hep-ph/0210296).

Dieses Modell erklärt das bislang nicht verstandene Beobachtungsphänomen, dass

die Gravitation gegenüber den anderen Naturkräften so schwach ist. Dieser als **Hierarchieproblem** bezeichnete Sachverhalt wird mit der Hypothese von zusätzlichen Raumdimensionen gelöst. Anschaulich gesprochen ist der schnellere Abfall der Gravitationskraft dadurch zu verstehen, dass sie sich in alle Dimensionen ausbreitet. Im Feldlinienbild werden die 'Feldlinien ausgedünnt': die Gravitationskraft wird schwächer auf Skalen, wo die Extradimensionen relevant werden.

6.28.2 Wie misst man weitere Dimensionen?

Offensichtlich tritt der Extraraum im Alltag nicht in Erscheinung. Wenn es die Extradimensionen gibt, so müssen sie auf kurze Abstände beschränkt sein. Diese Erscheinung wird in der Physik Kompaktifizierung genannt und geht in der Grundidee schon auf die Kaluza-Klein-Theorie zurück. Aber wie groß sind die typischen Abstände, bei denen die Extradimensionen physikalisch wichtig werden?

Um diese Frage zu beantworten, versuchen die Physiker den Nachweis der zusätzlichen Raumdimensionen zu erbringen. Das Messprinzip ist eigentlich ganz einfach: Die Modelle mit kompaktifizierten Extradimensionen fordern, dass die Gravitation in den Zusatzdimensionen wirkt. Es ist also zu erwarten, dass bei Erreichen der kritischen Längenskala **Abweichungen vom Newtonsche Gravitationsgesetz** auftreten. Die Newtonsche Kraftgesetz besagt, dass die Schwerkraft mit dem Abstandsquadrat abnimmt. Es ist ein r^{-2} -Abstandsgesetz. Rechnerisch kann man zeigen, dass in Modellen mit kompaktifizierten Extradimensionen ein Gravitationskraftgesetz folgt, das bei kleinen Abständen mit höherer Potenz (z. B. r^{-4}) abfällt. Die genaue Form der Abweichungen hängt davon ab, wie viele Extradimensionen tatsächlich vorhanden sind und auf welcher Längenskala sie kompaktifiziert sind. Dieser kritische Abstand heißt in der Literatur *Kompaktifizierungsradius*. Ist der Kompaktifizierungsradius relativ groß, d. h. groß im Vergleich zu den Abständen, wo die schwache Kraft wirkt - etwa 0.1 Femtometer - , so nennen die Physiker die Extradimensionen *große Extradimensionen* (engl. *large extra dimensions*, **LED** oder **LXD**). Für große Extradimensionen gibt es bislang keine experimentellen Hinweise - im Gegenteil: wenn es sie gibt, so sind sie auf extrem kleine Abstände 'zusammengerollt'.

6.28.3 Tabletop-Experimente & Mega-Projekte

Die Physiker verwenden ganz unterschiedliche Versuchsanordnungen, um Abweichungen vom Newtonsche Gesetz und damit die Extradimensionen zu beweisen:

Eine Möglichkeit besteht in Experimenten, die der historischen Anordnung des britischen Physikers *Henry Cavendish* (1731 - 1810) ähneln: Dazu verwendet man ein so genanntes Torsionspendel (auch Drehwaage, Gravitationswaage genannt). Dies ist ein hantelförmiges Gebilde aus zwei Metallkugeln, die an einem Draht aufgehängt werden. Diese frei bewegliche Anordnung wird von zwei weiteren, schweren Kugeln über Gravitationskräfte in eine Drehschwingung (*Torsionsschwingung*) versetzt. Aus der Verdrillung des Drahtes und der Schwingung kann bei bekannter Gravitationskonstante die Massen bestimmen oder aus bekannten Massen der Kugeln die Gravitationskonstante, oder man kann auch die Gültigkeit des Newtonschen Kraftgesetzes und dessen Abnahme mit dem Abstandsquadrat testen. Bisher konnten mit solchen **Cavendish-Experimenten** keine Extradimensionen nachgewiesen werden - vermutlich deshalb, weil der Kompaktifizierungsradius viel kleiner ist, als der kleinstmögliche Abstand der Kugeln - oder weil es Extradimensionen nicht gibt.

In einer völlig anderen Versuchsanordnung werden nicht makroskopische Kugeln, sondern ultrakalte Neutronen verwendet. Grundlage dieses Experiments ist der **Einschluss von Neutronen zwischen Platten**. Die gesamte Anordnung ist dem Gravitationsfeld ausgesetzt. Die Neutronen haben eine Ruhemasse und fallen daher im Gravitationsfeld wie alle Testmassen. Allerdings werden in solchen Experimenten, wo Neutronen über einem Neutronen reflektierenden Spiegel fallen, Quanteneffekte wichtig: Die Neutronen fallen nicht kontinuierlich, sondern nehmen dabei diskrete Zustände ein, die von der Quantenmechanik diktiert werden. Die im Gravitationsfeld gebundenen Zustände der Neutronen können benutzt werden, um die Gültigkeit des Newton-Gesetzes im Mikrometerbereich anzugeben. Als Ergebnis konnte die Gültigkeit des klassischen Newtongesetzes in einem Fenster im Bereich von 1 bis 10 Mikrometern bestätigt werden (*Abele et al.*, Lect. Notes Phys. 631, 355, 2003; Preprint hep-ph/0301145).

Der verbleibende Bereich für Kompaktifizierungsradien, der noch nicht experimentell untersucht wurde, liegt demnach zwischen der Millimeter- und der Mikrometerskala. Mittlerweile liegen auch für diesen Bereich Untersuchungen vor, die das Newton-Gesetz bestätigen und damit die Existenz von Extradimensionen bis hinunter in den Mikrometerbereich widerlegen. In diesen neuen Experimenten messen Physiker die **Anziehung zwischen zwei Metallscheiben** infolge der Gravitationskraft. Der Scheibenabstand kann vom Millimeter- bis in den Mikrometerbereich variiert werden. Das aktuelle Ergebnis ist, dass der Kompaktifizierungsradius der Extradimensionen kleiner ist als 44 Mikrometer (*Kapner et al.*, Phys. Rev. Lett. 98, 021101, 2007; Preprint hep-ph/0611184).

Wie kann man das Gravitationsgesetz auf noch kleineren Abständen untersuchen? Das funktioniert beispielsweise mit **Teilchenbeschleunigern**. In den Beschleunigungsanlagen der neusten Generation versuchen die Experimentatoren in hochenergetischen Stößen von Protonen oder schweren Ionen in einem extrem kleinen Volumen soviel Energie zu deponieren, dass dieser Bereich zu einem Schwarzen Loch kollabiert! Gemäß der Modelle wären sie um ein Vielfaches leichter (~ 1 TeV) als ihre kosmischen Pendants und hätten nur eine kurze Lebensdauer (typisch 10^{-23} Sekunden), wie Berechnungen ergeben haben. Zum Akkretieren wären sie zu kurzlebig, als dass sie eine Gefahr für den Beschleuniger oder gar die Erde darstellen könnten. Denn nach kurzer Zeit würden sie durch die Emission von Hawking-Strahlung zerstrahlen. Die Beobachtung des Zerfalls dieser Mini-Löcher und derer Folgeprodukte würde eine Zählung der Extradimensionen erlauben. Denn es existieren Modellrechnungen unter Annahme verschiedener Dimensionalität der Extradimensionen. Eine signifikante Anzahl von Extradimensionen würde die fundamentale Planck-Skala von 10^{19} GeV in den Bereich von nur einigen TeV, der elektroschwachen Skala, herabsetzen. Die damit assoziierte Quantengravitation nennt man *TeV-Quantengravitation*. Sie könnte demnach bereits bei den neusten Beschleunigertypen wie dem Tevatron in den USA oder dem LHC am CERN studiert werden, sollte es Extradimensionen geben. Es klingt abenteuerlich, aber in den Extradimensionen könnten Gravitonen (nur sie können die 3-Bran verlassen) verschwinden und Energie in andere Dimensionen tragen. Auf diese Weise sollten Extradimensionen in Beschleunigerexperimenten auffallen, weil ab einer kritischen Energie der *Energiesatz (scheinbar) verletzt* würde (engl. *missing-energy experiments*). Dabei bestimmt die Anzahl der Extradimensionen die Energieskala (oder äquivalent den Abstand), ab der diese Phänomene auftreten sollten.

6.28.4 Mehr Dimensionen lösen Probleme in der Kosmologie

Die Extradimensionen sind vitale Zutat der moderner, physikalischer Feldtheorien, weil Stringtheorien, M-Theorie und Supergravitation *nicht ohne* Zusatzdimensionen auskommen. Diese höherdimensionale Branenwelt resultiert letztendlich aus diesen Konzepten und wurde zu einer wichtigen, neuen Stoßrichtung der modernen, relativistischen Kosmologie. Die neuen Modelle sind sehr mächtig: Im ADD-Szenario, den Randall-Sundrum-Modellen, dem DGP-Szenario, dem Ekpyrotischen Szenario und dem Zyklischen Universum finden sich verschiedene Ansätze der **Branen-Kosmologie**, die mit nicht-kompaktifizierten und kompaktifizierten Extradimensionen operieren. Mit diesen Modellen kann das Wesen der Dunklen Energie neu gedeutet, der Wert der kosmologischen Konstante abgeleitet, der Verlust der Konstanz von fundamentalen Naturkonstanten (Gravitationskonstante, Feinstrukturkonstante) skizziert oder eine Erklärung für den Urknall formuliert werden.

6.28.5 Newtons Nachfahren

Eine andere Theorie, die Abweichungen vom klassischen Newton-Gesetz voraussagt, ist die **MOND-Theorie** (MOND ist ein Akronym für *MOdified Newtonian Dynamics*). Hier werden jedoch *keine* Zusatzdimensionen gefordert, sondern das Kraftgesetz wird *beschleunigungsabhängig*.

6.28.6 Übrigens, Trekkies:

Den Unterraum, den die kompaktifizierten Extradimensionen aufspannen, kann man als *Subraum* bezeichnen.

6.29 extragalaktisch

Eine Bezeichnung in der Astronomie, die sich wörtlich '*außerhalb der Galaxis (gemeint ist unsere Galaxis: die Milchstraße) befindlich*' bezieht. Es handelt sich also um eine Orts- oder Skalenangabe, die auf den Bereich außerhalb der Milchstraße verweist. Demzufolge beschäftigt sich die **Extragalaktik** mit der Astrophysik außerhalb der Milchstraße, z. B. mit anderen Galaxien, besonders den Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) und mit Galaxienhaufen sowie Galaxiensuperhaufen, die es alle erst in einiger Entfernung zur Milchstraße (und nicht in der Lokalen Gruppe - selbst ein kleiner Galaxienhaufen) gibt. In astronomischen Längeneinheiten ausgedrückt ist das Gebiet der Extragalaktik auf der Skala von Megaparsec, also Millionen von Lichtjahren. Parametrisiert durch die kosmologische Rotverschiebung ist dies ein Bereich deutlich unterhalb von $z \sim 1$.

6.29.1 Es geht noch größer!

Eine noch größere Skala als die extragalaktische ist die **kosmologische Skala**. Hier werden die betrachteten Längenskalen vergleichbar mit der Ausdehnung des Universums und sind im Bereich von Gigaparsec (Gpc), also Milliarden von Lichtjahren. *Per definitionem* liegen hochrotverschobene Objekte oberhalb von $z = 1$.

6.30 extrasolar

Dieses Attribut bezeichnet in der Astronomie wörtlich Gebiete, die sich '*außerhalb unseres Sonnensystems*' befinden.

6.30.1 extrasolare Planeten

Häufig trifft man diesen Terminus in Form von 'extrasolaren Planeten'. Damit meint man also Planeten außerhalb des Sonnensystems, die sich um andere Sterne gebildet haben. Ebenso liest man oft vom 'extrasolaren Leben'. Das bezeichnet eine Form von Leben, das sich außerhalb unseres Sonnensystems um einen anderen Stern entwickelt haben mag. Extrasolare Planeten wurden mannigfaltig vor allem mit der *Doppler-Whobbling*-Methode nachgewiesen: der Stern bewegt sich geringfügig, weil Stern und Planet/Planeten um den gemeinsamen Schwerpunkt kreisen. Der Doppler-Effekt verschiebt dabei in sehr geringem, aber beobachtbarem Maße die Strahlung um ihre Wellenlänge im Ruhesystem zu kleinen Wellenlängen hin, bei der Bewegung des Sterns auf die Erde zu und zu großen Wellenlängen hin, bei Bewegung von der Erde weg. Diese Methode skaliert mit der Masse des Planeten. Deshalb wurden im Wesentlichen nur schwere Planeten in der Gegend der Jupitermasse gefunden.

6.30.2 extrasolares Leben

Extrasolares Leben wurde bisher nicht nachgewiesen. Dieser Nachweis ist auch schwer zu erbringen. Das SETI-Projekt (*Search for Extraterrestrial Intelligence*, dt. 'Suche nach außerirdischen Intelligenzen') sucht seit Jahren nach elektromagnetischen Signalen, die künstlichen Ursprungs sind - bisher ohne Erfolg.

6.31 extraterrestrisch

Eine Bezeichnung in der Astronomie, die wörtlich '*außerhalb der Erde befindlich*' meint. Extraterrestrische Physik ist also die Weltraumphysik oder die Physik des Kosmos, die Astrophysik.

6.31.1 Der Extraterrestrische

Berühmt und bekannt wurde dieser Terminus sicherlich im Science-Fiction Film *E.T. - Der Außerirdische*, denn 'E.T.' ist gerade das Akronym für den *extraterrestrial*, den Außerirdischen, dessen Finger rot glühen kann. Es handelt sich übrigens nicht um einen Mitarbeiter unseres Instituts.

6.31.2 Jemand da draußen?

Signale extraterrestrischen Ursprungs stammen demnach von kosmischen, aber nicht notwendigerweise künstlichen Quellen. Bisher war zumindest kein Signal darunter, von dem man sagen könnte, dass gerade ein E.T. nach Hause telefoniert. Das SETI-Projekt (*Search for Extraterrestrial Intelligence*, dt. 'Suche nach außerirdischen Intelligenzen') durchforstet seit Jahren die Flut elektromagnetischer kosmischer Signale (Radiowellen), auf bestimmte Muster, die auf einen künstlichen Ursprung, d. h. auf eine andere Intelligenz hinweisen - bisher wurde nichts gefunden.

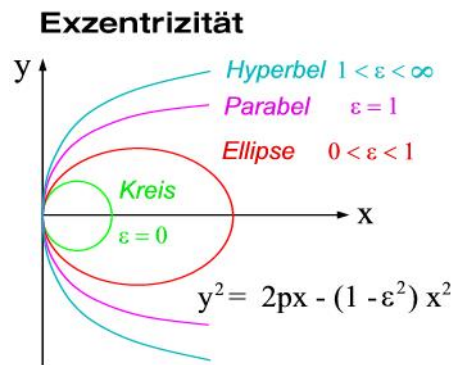


Abbildung 6.12: Exzentrizitäten der Kegelschnitte.

Führt man sich allerdings vor Augen, dass die Radiotechnik des Menschen erst wenige Jahrzehnte verfü- und kontrollierbar ist, verwundert es nicht, dass man bisher nichts fand. Die Lichtgeschwindigkeit, mit der sich auch die Radiowellen ausbreiten, ist endlich und liegt bei fast 300 000 km/s. Jedes Jahr dehnt sich der Horizont unserer gesendeten Radiostrahlung um ein Lichtjahr aus. Die Strahlung schwächt sich aber auch bei ihrer Ausbreitung in ihrer Intensität ab. Bei großzügigem Aufrunden hat der Mensch also gerade mal seine mit Information modulierten Radiowellen hundert Lichtjahre ins Universum hinaus geschickt. Diese Skala liegt noch weit innerhalb der Milchstraße und reicht nicht einmal bis zum roten Schulterstern Beteigeuze im Wintersternbild *Orion*.

6.32 Exzentrizität

Die Exzentrizität ist ein **Bahnparameter**, der zusammen mit weiteren Bahnparametern (Neigung der Bahnebene gegenüber Ekliptik, Position des Perihels, Perihelzeit etc.), die Bahn eines Himmelskörpers im Sonnensystem eindeutig charakterisiert.

6.32.1 Himmelsbahnen im Sonnensystem

Himmelskörper im Sonnensystem bewegen sich (vor allem) unter dem Einfluss der **Gravitation der Sonne**. Die dabei auftretenden Bahnformen wurden empirisch von *Johannes Kepler* entdeckt: die **Kepler-Gesetze** zeigten, dass sich die Planeten im Sonnensystem auf Ellipsenbahnen bewegen. Später wurden diese und andere Bahnformen mit den mathematischen und physikalischen Methoden von *Sir Isaac Newton* im Rahmen der **Newtonschen Gravitation** erklärt: Die Bahnen der Körper im Sonnensystem sind **Kegelschnitte**, also Schnittfiguren, die sich ergeben, wenn man eine Ebene mit der Mantellinie eines Kreiskegels schneidet. Je nachdem, unter welchem Winkel die Ebene schneidet, resultieren daraus die Figuren **Kreis, Ellipse, Parabel oder Hyperbel**.

6.32.2 Kegelschnittgleichung und numerische Exzentrizität

In einem kartesischen Koordinatensystem lässt sich eine allgemeine mathematische Gleichung ableiten, die als Lösungen alle genannten Schnittfiguren enthält. Diese Gleichung heißt

Scheitelform der Kegelschnittgleichung und ist in der Graphik 6.12 notiert. Darin ist p der Kegelschnittparameter und ϵ die *numerische Exzentrizität*. Es hängt nun vom Zahlenwert der Exzentrizität ab, ob die Funktion $y(x)$ einen Kreis, eine Ellipse, eine Parabel oder eine Hyperbel beschreibt. In der Graphik rechts sind außerdem alle Kegelschnitte als Kurven dargestellt und zwar in Abhängigkeit von der Exzentrizität ϵ . Für Exzentrizitäten kleiner als 1 sind die Kurven geschlossen (Kreis, Ellipse); für Exzentrizitäten größer als 1 sind die Kurven offen (Parabel, Hyperbel).

6.32.3 Bedeutung von Exzentrizität

Aus der Abbildung wird die anschauliche Bedeutung der Exzentrizität (grch. *èkkentros*: 'außerhalb der Mitte') klar: sie ist ein Maß für die Abweichung vom Kreis. Dreht man die Exzentrizität nach oben, so werden die resultierenden Kurven dem Kreis immer unähnlicher.

Der Kreis als geometrisch vollendete Figur hat verschwindende Exzentrizität. Die Kegelschnittgleichung degeneriert zur Kreisgleichung und beschreibt hier einen Kreis mit Ursprung im Punkt $(p, 0)$ und mit Kreisradius p . Wächst nun die Exzentrizität an, so 'bläht' sich der Kreis zur Ellipse auf. Bei einer Exzentrizität von exakt gleich 1, verschwindet die Klammer in der Kegelschnittgleichung und damit der in x quadratische Term: die Gleichung $y(x)$ beschreibt eine Parabel. Für Exzentrizitäten größer als 1 wird die Klammer immer negativ und damit der Vorfaktor des in x quadratischen Terms immer positiv in der Kegelschnittgleichung. Dann ist $y(x)$ immer eine Hyperbelgleichung.

Kontakt

Dr. Andreas Müller

Technische Universität München (TUM)
Exzellenzcluster Universe
Boltzmannstraße 2
D-85748 Garching
Germany

<http://www.universe-cluster.de>

andreas.mueller@universe-cluster.de

+49 (0)89 - 35831 - 71 - 04