
Lexikon

der



Astrophysik

von



Andreas Müller

aus dem

Wissensportal für Astrophysik

<http://www.mpe.mpg.de/~amueller>

April 2007

Abbildungsverzeichnis

12.1	Haare verboten! Erlaubt: Masse, Drehimpuls und Ladung.	4
12.2	Ellipse als einer der Kegelschnitte.	7
12.3	Vergleich von Schwarzschild- und Kerr-Loch.	12
12.4	Emission einer Akkretionsscheibe um ein rotierendes Schwarzes Loch bei 40 Grad Neigung.	13
12.5	11D-Raum konstituiert sich aus 4D-ART-Raumzeit und 6D kompaktifizierten Unterraum.	26
12.6	typisches Röntgenspektrum eines AGN Typ-1.	32
12.7	Geometrien der Korona in der Akkretionsphysik.	34
12.8	Die vier Säulen der Urknallhypothese.	42
12.9	Lambda und andere Formen Dunkler Energie.	47
12.10	Krümmungseigenschaften der Kerr-Geometrie.	55
12.11	Kugelsternhaufen M15 und M31 beobachtet mit HST 2002.	58

12 Lexikon K

12.1 Kaluza-Klein-Theorie

Die Theoretiker *Theodor Franz Eduard Kaluza* (1885 - 1954) und *Oskar Klein* (1894 - 1977) entwickelten Anfang der 1920er Jahre eine *Feldtheorie in fünf Dimensionen*, die seither in der Fachwelt **Kaluza-Klein-Theorie** genannt wird. Es ist eine klassische, d. h. unquantisierte Theorie.

12.1.1 Sie wollten die Einheit

Die Kaluza-Klein-Theorie verknüpft Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie und Maxwells klassische Elektrodynamik zu einer unquantisierten Feldtheorie, die allerdings eine Raumdimension mehr hat. Damit kann die Kaluza-Klein-Theorie als eine der ersten physikalischen Theorien angesehen werden, die im Geist der Unifikation steht. Kaluza und Klein versuchten, die Gravitation mit der elektromagnetischen Kraft zu vereinheitlichen.

12.1.2 Begründer der Theorie war Kaluza

Kaluza arbeitete bereits 1919 an den ersten Ausarbeitungen dieser 5D-Feldtheorie. Er wurde für die rein mathematisch motivierte Einführung einer weiteren Raumdimension (die ja nicht beobachtet wurde!) anfangs kritisiert. Kaluza stand in Kontakt mit Einstein, der ihn zu einer Publikation ermutigte, die 1921 veröffentlicht wurde.

12.1.3 Urvater der Kompaktifizierung war Klein

Der Mathematiker Klein wurde erst 1925/26 aufmerksam auf Kaluzas Arbeiten. Kleins Verdienst ist die **Kompaktifizierung der fünften Dimension**. Er forderte, dass die Kompaktifizierung auf der kleinsten physikalischen Längenskala auftritt: der Planck-Länge von 10^{-33} cm. Damit ist diese winzige Dimension prinzipiell nicht beobachtbar. Diese fünfte Dimension sollte zwar aufgerollt, aber dennoch flach sein. Außerdem nahm Klein an, dass die Zusatzdimension periodisch sein möge. Die Periode sei eine Funktion von der Gravitationskonstante, der Vakuumlichtgeschwindigkeit, dem Planckschen Wirkungsquantum und der Elementarladung. Diese Arbeiten wurden 1926 sogar in *Nature* publiziert (s. u.) und zunächst mit großem Interesse von der Fachwelt aufgenommen.

12.1.4 Schicksal der Kaluza-Klein-Theorie

Nach anfänglicher Aufmerksamkeit versiegte das Interesse durch die rasante Entwicklung der erfolgreichen Quantentheorie. Ironischerweise verhalf auch Klein der Quantentheorie zum Durchbruch, weil er u. a. mit Bohr und Heisenberg zusammenarbeitete. Bekannt ist Oskar Klein den Physikern bis heute, weil nach ihm die *Klein-Gordon-Gleichung* benannt wurde;

diese fundamentale Bewegungsgleichung beschreibt Quanten speziell relativistisch und ist eine speziell relativistische Verallgemeinerung der Schrödinger-Gleichung.

Dann wurde es einige Jahrzehnte ruhig um die Kaluza-Klein-Theorie, doch sie erlebten eine **Renaissance** in den Stringtheorien: dort wurden die Konzepte Extradimensionen und Kompaktifizierung wiederbelebt und gehören dort zu wesentlichen Charakteristika der Theorie.

12.1.5 Gibt es eine fünfte oder gar mehr Extradimensionen?

Klein forderte einen winzigen *Kompaktifizierungsradius* nahe der Planck-Länge. Inzwischen haben Physiker auch deutlich größere Längenskalen vorgeschlagen, die den nachweis erleichtern würden. Die Stringtheorien und die M-Theorie erfordern mehr als drei Raumdimensionen. Obwohl in einer Reihe von physikalischen Experimenten danach gesucht wurde, sind bislang keine Belege für die Existenz von Extradimensionen gefunden worden. Die aktuelle Grenze liegt im Mikrometerbereich: Falls es tatsächlich Extradimensionen geben sollte, so sind sie auf Abstände kleiner als Mikrometer (10^{-4} cm) 'zusammengerollt'.

Die nächsten Erkenntnisse werden beim Superbeschleuniger *Large Hadron Collider* (**LHC**) am CERN ab 2008 erwartet - vielleicht sogar der Nachweis von Extradimensionen?

12.1.6 Literaturquelle

- ◇ Website: MacTutor History of Mathematics archive, University of St. Andrews, Scotland; darin die Biographien von T. Kaluza und O. Klein

12.1.7 Originalpapiere

- ◇ Kaluza, T.: *Zum Unitätsproblem der Physik*, Sitzungsberichte Preussische Akademie der Wissenschaften 96, 69 (1921)
- ◇ Klein, O.: *The atomicity of electricity as a quantum theory law*, Nature 118, 516 (1926)

12.2 Kaup-Grenzmasse

Die Kaup-Grenzmasse (nach *D.J. Kaup* 1968) ist eine **Maximalmasse für Bosonensterne**, die aus nicht wechselwirkenden skalaren Bosonen bestehen. Sie ist extrem klein und zeigt, dass solche Bosonensterne unrealistische Modelle für kompakte Objekte in der Astronomie sind. Attraktiver für die Astrophysik sind selbstwechselwirkende Bosonen - siehe unter Bosonenstern für Einzelheiten.

12.3 Kaonen

Die Kaonen sind Teilchen, die eine Unterstruktur aufweisen. Sie gehören zu den Mesonen und werden auch **K-Mesonen** genannt. In der Teilchenphysik werden vier Kaonen unterschieden. Das positiv geladene Kaon und das neutrale Kaon und die beiden zugehörigen Antikaonen. Wie alle Mesonen bestehen Kaonen aus zwei Quarks, genauer gesagt einem Quark und einem Antiquark. Quark und Antiquark unterscheiden sich allerdings im Flavour.

12.3.1 Quarkgehalt der vier Kaonen

- ◇ Das positiv geladene Kaon $\mathbf{K}^+$ hat den Quarkinhalt *up* und *anti-strange*.
- ◇ Dagegen hat das neutrale Kaon $\mathbf{K}^0$ ein *down*-Quark und ein *anti-strange*-Quark.
- ◇ Die beiden Antikaonen haben deshalb folgenden Quarkgehalt: Das negativ geladene Kaon $\mathbf{K}^-$ besteht aus einem *anti-up*- und einem *strange*-Quark, das neutrale Antikaon aus *anti-down*- und *strange*-Quark.

12.3.2 seltsam & charmant

Enthalten Kaonen das Flavour *strange* ('seltsam'), so zählen sie zu den *seltsamen Mesonen*. Es sind aber statt seltsamer auch 'charmante' Kaonen möglich, nämlich dann, wenn statt des *strange*-Quarks ein *charm*-Quark vorhanden ist.

12.3.3 Isospin der Kaonen

Den Kaonen liegt eine **Isospinsymmetrie** zugrunde. Sie bilden wie die Nukleonen ein **Isospindublett** (Isospin 1/2) und unterscheiden sich in ihrer Ladung (neutral $\mathbf{K}^0$ und positiv $\mathbf{K}^+$) und nur geringfügig in ihrer Masse (*Massenentartung*). Die Masse des neutralen Kaons (und Anti-Kaons) beträgt 497.672 MeV, während die des positiven Kaons (sowie seinem Antiteilchen, dem negativen Anti-Kaon) 493.677 MeV ist.

Im Gegensatz zu den Nukleonen ist der Spin der Kaonen null. Es handelt sich also um skalare Bosonen.

12.3.4 astrophysikalische Bedeutung

Für die Astrophysik spielen die Kaonen im Innern von Neutronensternen eine wichtige Rolle, weil sie eine Komponente der Zustandsgleichung sind. Die Kaonen wechselwirken mit den Nukleonen und beeinflussen so Transport- und Kühlungsprozesse in der dichten Neutronensternmaterie. Ihr Einfluss auf die Zustandsgleichung ultradichter Materie wird in der Physik kompakter Objekte betrachtet. Generell kann man sagen, dass Kaonen die Zustandsgleichung von Neutronensternen 'aufweichen', d. h. Neutronensterne mit Kaonenkomponente können bei gleicher Masse kleiner sein, als Neutronensterne ohne Kaonen.

12.4 Kataklysmische Veränderliche

Dies bezeichnet **Doppelsternsysteme**, die aus einem **Riesenstern**, z. B. einem Roten Riesen und einer kompakten Komponente, einem Weißen Zwerg, bestehen. Typischerweise ist dieses Doppelsternsystem so eng, dass es zum Massenüberfluss von der Riesensternkomponente zum Weißen Zwerg kommt. Der Fachbegriff für diesen Überfluss ist der *Roche-lobe overflow*. Er findet nur statt, wenn der Stern besonders groß ist und mindestens bis an den inneren Lagrange-Punkt des Systems reicht. Der Stern erreicht oder überschreitet demnach sein Roche-Volumen. Im Lagrange-Punkt verschwinden alle Nettogravitationskräfte, weil sich diejenigen des Sterns gerade mit denen des Zwergs aufheben. Die Sternmaterie ist quasi frei und kann den Bereich des Sterns verlassen, wenn sie nur geringfügig gestört wird. Typischerweise wird sie aber gleich von der kompakten Komponente



maximaler Satz von Parametern:

$$\{M, a, Q\}$$

Abbildung 12.1: Haare verboten! Erlaubt: Masse, Drehimpuls und Ladung.

eingefangen und nähert sich dieser im freien Fall. Der Fall wird schnell gebremst, wenn sich die einfallende Materie aufstaut und Druckkräfte wesentlich werden. Der Drehimpuls der Sternmaterie führt zur Ausbildung eines abgeflachten Akkretionsflusses, der Standardscheibe. Der wesentliche Mechanismus für die Freisetzung von Strahlung ist demnach die Akkretion. Akkretionslösungen sind üblicherweise auch mit Ausflüssen verbunden. So werden von der Akkretionsscheibe **Teilchenwinde** erzeugt, die unter Umständen zu stellaren Jets gebündelt werden können.

12.4.1 unterbrochenes Füttern fördert Flackern

Kataklysmische (grch. *kataklysmos*: 'Überschwemmung') Veränderliche (engl. *cataclysmic variables*, **CVs**) sind eine mögliche Realisierung von veränderlichen Sternen. Die Variationen der Leuchtkraft kommen dadurch zustande, dass die Versorgung mit Sternmaterie nicht gleichmäßig, nicht kontinuierlich ist. Immer wenn die akkretierte Materie auf der Oberfläche des Weißen Zwergs auftrifft, kommt es zu einem Strahlungsausbruch (engl. *burst*). Diese Eruption zeigt sich als deutliche Signatur in der **Lichtkurve** - einer diagrammatischen Auftragung der Strahlungsintensität über der Zeit. Überschreitet der Weiße Zwerg nach möglicherweise vielen solcher Akkretionsereignissen seine Chandrasekhar-Grenze, so explodiert er in einer Supernova Typ Ia. SN Ia sind gute Standardkerzen, weil sie nach immer gleichem Schema und gleicher Maximalleuchtkraft ablaufen.

12.5 Keine-Haare-Theorem

Dieses Theorem (engl. *No-hair theorem*) des Relativisten und Gravitationsforschers *John Archibald Wheeler* besagt, dass Schwarze Löcher in der Tat sehr wenig Eigenschaften ausweisen, nämlich höchstens **Masse**, **Drehimpuls** und **elektrische Ladung**.

12.5.1 Lösungen von Einsteins Feldgleichung

Nachdem die Allgemeinen Relativitätstheorie 1916 durch *Albert Einstein* publiziert wurde, fand man nach und nach Lösungen dieser Gleichungen. Allerdings waren diese Lösungen zunächst auf eine einfachere Variante von Einsteins Feldgleichungen beschränkt, nämlich auf das Vakuum. In diesem Fall verschwindet die rechte Seite der Feldgleichung, weil der Energie-Impuls-Tensor null ist.

Später kamen zu diesen *Vakuumlösungen* der Einsteinschen Feldgleichungen die Lösungen dazu, die z. B. die Einstein-Maxwellschen Feldgleichungen erfüllen. Hier entspricht der Energie-Impuls-Tensor dem Maxwell-Tensor. Diese Berücksichtigung des elektromagnetischen Felds erlaubt dann auch elektrische Ladungen.

12.5.2 Loch-Lösungen in chronologischer Reihenfolge ihrer Entdeckung

- ◇ Die Schwarzschild-Lösung wurde 1916 von *Karl Schwarzschild* gefunden. Es handelt sich um die kugelsymmetrische, statische Raumzeit einer Punktmasse. Diese Metrik kann zur approximativen Beschreibung der Sonne im Außenraum und vor allem für nicht rotierende Schwarze Löcher herangezogen werden. Die einzige Eigenschaft eines solchen Schwarzen Loches ist die **Masse**.
- ◇ Die Reissner-Nordström-Lösung wurde von *Hans Reissner* (1916) und *G. Nordström* (1918) gefunden und besitzt eine Eigenschaft mehr: neben der **Masse** hat ein Schwarzes Loch von diesem Typ eine **elektrische Ladung**.
- ◇ Die Kerr-Lösung wurde viel später, im Jahr 1963, von dem Mathematiker *Roy P. Kerr* gefunden. Es handelt sich um eine rotierende Raumzeit, die auf rotierende, ungeladene Massen angewendet werden kann. Im Speziellen werden rotierende Schwarze Löcher damit beschrieben. Es hat die Eigenschaften **Masse** und **Drehimpuls**.
- ◇ Die ganz allgemeine Form eines Schwarzen Loches, die Kerr-Newman-Lösung ist benannt nach *Roy P. Kerr* und *E.T. Newman*. Diese Lösung wurde 1965 gefunden und beschreibt rotierende, geladene Massen. Damit besitzt dieses Schwarze Loch die maximale Anzahl an Eigenschaften: **Masse** (M), **Drehimpuls** (a) und **elektrische Ladung** (Q).

12.5.3 Anmerkungen

Die gerade beschriebenen Lösungen wurden Schwarze Löcher genannt. Diese Benennung gab es allerdings noch nicht, als die Lösungen gefunden wurden. Erst 1967 wurde der Begriff *black hole*, dt. *Schwarzes Loch*, von *Wheeler* erfunden.

Die Eigenschaft Ladung ist dabei eher akademischer Natur und hat in der Astrophysik kaum Relevanz gefunden, weil Ladungsunterschiede zwischen Umgebung und Loch durch elektrische Ströme ausgeglichen werden.

Für die Umgebung des Loches kann eine komplizierte Struktur des Vakuums angenommen werden, nämlich dass sie angefüllt ist mit der kosmologischen Konstante Λ - die entsprechend verallgemeinerten Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung heißen Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung, Kerr-de-Sitter-Lösung, Reissner-Nordström-de-Sitter-Lösung und Schwarzschild-de-Sitter-Lösung.

12.5.4 Jetzt endlich zur haarigen Angelegenheit

Wie oben dargestellt wurde, haben Schwarze Löcher maximal drei Eigenschaften - das ist recht wenig, wenn man Schwarze Löcher mit Sternen vergleicht (aus denen sie ja großteils hervorgehen, siehe stellare Schwarze Löcher). Das veranlasste *Wheeler* zu der Aussage:

Black holes have no hair.

So war das *No-hair theorem* oder *Keine-Haare-Theorem* begründet worden. Die Bezeichnung 'keine Haare haben' ist eine augenzwinkernde Metapher, weil der Sachverhalt 'wenig Eigenschaften haben' bildlich durch eine Abwesenheit von Haaren umgesetzt wird. Das Schwarze Loch wird personifiziert und physikalische Eigenschaften werden also zu physiognomischen in Bezug gesetzt.

12.6 Kepler-Gesetze

Die Kepler-Gesetze sind benannt nach dem deutschen Astronom *Johannes Kepler* (1571 - 1630), der die Planetendaten seines dänischen Kollegen und Zeitgenossen *Tycho Brahe* (1546 - 1601) auswertete. Damals wurde einfache optische Linsenteleskope zur astronomischen Beobachtung verwendet, die dem Prototyp, den der Holländer *Hans Lipperhey* (1570 - 1619) erfand und den *Galileo Galilei* (1564 - 1642) weiterentwickelte, sehr ähnlich waren. Diese kleinen Fernrohre dienten vor allem der Mond- und Planetenbeobachtung.

12.6.1 Keplers Verdienste

Kepler hatte **drei Gesetze der Himmelsmechanik** *rein empirisch* gefunden. Eine theoretische Herleitung dieser später *Kepler-Gesetze* genannten Gesetze wurde mit der **Newtonschen Gravitationstheorie** möglich. Im Physikstudium sind die Keplerschen Gesetze auch heute noch Pflichtübung in der *klassischen Mechanik*.

Die drei Gesetze lauten:

- ◇ (1) *Die Planetenbahnen sind Ellipsen, in dessen einem Brennpunkt die Sonne steht.*
- ◇ (2) *Die Verbindungslinie Planet - Sonne (Fahrstrahl) überstreicht in gleichen Zeitintervallen gleich große Flächen.*
- ◇ (3) *Die Quadrate der Umlaufzeiten der Planeten verhalten sich wie die Kuben der großen Halbachse der Ellipse ihrer jeweiligen Bahn.*

12.6.2 Himmelsbahnen sind Kegelschnitte

In dieser historischen Form wurden die Kepler-Gesetze an den Planeten im Sonnensystem beobachtet und bewiesen. Vom physikalischen Standpunkt haben sie jedoch eine viel allgemeinere Gültigkeit und astronomisch einen weit größeren Anwendungsbereich. Es handelt sich beim **Kepler-Problem** um die Bewegung einer Masse m in einem gravitativen Zentralpotential, nämlich demjenigen, das von der Zentralmasse M gebildet wird. Eine mathematische Analyse des Problems zeigt, dass alle Bahnen von Himmelskörpern im Sonnensystem *Kegelschnitte* sind. Das heißt die Bahnformen ergeben sich als Schnittfiguren, wenn man einen Kreiskegel mit einer Ebene schneidet. Diese Figuren sind alle bekannt und

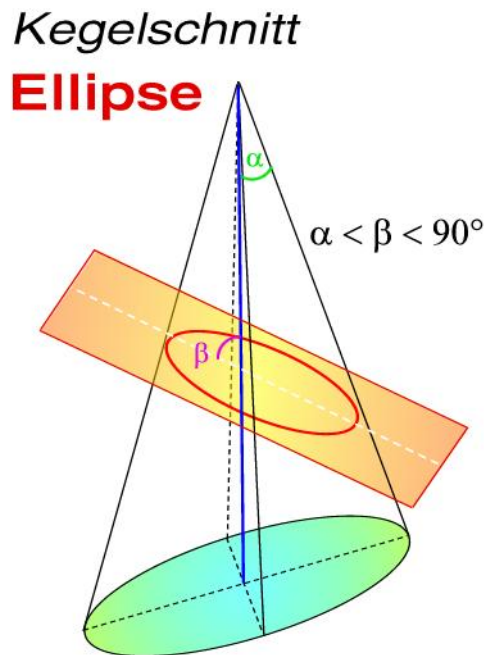


Abbildung 12.2: Ellipse als einer der Kegelschnitte.

heißen Kreis, Ellipse, Parabel und Hyperbel - sie unterscheiden sich in der Exzentrizität. Die **Ellipse** ist dabei einer der wichtigsten Kegelschnitte, beschreibt sie doch die Planetenbahnen im Sonnensystem. Wie diese Schnittfigur zustande kommt, zeigt Abbildung 12.2. Die Ellipse ist dabei ein Sonderfall, der sich nur ergibt, wenn der halbe Öffnungswinkel des Kegels α und der Winkel der Ebene mit der Kegelachse β die Bedingung oben rechts erfüllen; bei anderen Winkelbedingungen ergeben sich entsprechend Kreis, Parabel und Hyperbel.

12.6.3 weit reichende Bedeutung für die Physik

Die Kepler-Gesetze bestimmen nicht nur die Dynamik im Sonnensystem, sie lassen sich auf viele andere astronomische Systeme übertragen: Doppelsternsysteme oder sogar auf Sterne, die um ein Schwarzes Loch kreisen. Das dritte Kepler-Gesetz kann als Relation zwischen Umlaufzeit (bzw. Umlauffrequenz) und Zentralmasse formuliert werden. In dieser Form wird es exzessiv in zahlreichen kosmischen Systemen genutzt, um Massen kinematisch zu bestimmen. Ein prominentes und aufregendes Beispiel ist das Zentrum der Milchstraße: aus der Dynamik von Sternen und von Gas folgt eine gigantische, konzentrierte Masse, die dunkel im Galaktischen Zentrum lauert. Die beste Interpretation, die Astronomen für dieses seltsame Gebilde haben, ist, dass sich hier ein supermassereiches Schwarzes Loches von gut drei Millionen Sonnenmassen befindet. Damit die entsprechenden Bahnberechnungen bei Schwarzen Löchern noch ihre Gültigkeit haben, müssen die klassischen Kepler-Gesetze relativistisch verallgemeinert werden. Das ist allerdings möglich.

12.6.4 Einschränkungen & Erweiterungen

Es seien noch einige Einschränkungen bzw. Erweiterungen der Kepler-Gesetze angemerkt: die Bewegung eines Objekts um das andere (**Zweikörperproblem**) erfolgt um den *gemeinsamen* Schwerpunkt. Im Falle des Systems Planet - Sonne liegt dieser aufgrund der enormen Masse der Sonne im Vergleich zu den Planeten nahe bei der Sonne.

Das zweite Kepler-Gesetz beruht physikalisch auf der **Erhaltung des Drehimpulses**, was wiederum mit der Achsensymmetrie des Problems zusammenhängt (*Noether-Theorem*, siehe auch Symmetrie). Dieser Erhaltungssatz ist auch der Grund dafür, dass die (Planeten-)Bewegung in einer Ebene stattfindet (vergleiche auch eine weitere Erhaltungsgröße, der *Runge-Lenz-Vektor*). Die Kepler-Gesetze vernachlässigen kleine Beiträge von den gravitativen Wechselwirkungen der Planeten untereinander. Im Allgemeinen ist nur das Zweikörperproblem exakt lösbar. Schon bei nur einem weiteren Körper, dem **Dreikörperproblem**, ist eine Lösung nur noch approximativ numerisch zu finden. Im **restringierten Dreikörperproblem** ist eine der drei Massen viel leichter, was die Lösung erleichtert.

12.6.5 Web-Artikel

- ◇ Das größte Schwarze Loch der Milchstraße

12.7 Kerr-de-Sitter-Lösung

Die Kerr-de-Sitter-Lösung ist eine Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie **mit** Λ -Term (siehe kosmologische Konstante). Physikalisch motiviert ist diese Raumzeit, wenn man ein rotierendes Schwarzes Loch beschreiben will, das sich in einer Umgebung befindet, die mit dem Λ -Fluidum angefüllt ist.

12.7.1 zum Namen

Der Name Kerr-de-Sitter-Lösung kommt daher, weil diese Metrik beides beinhaltet: die rotierende Eigenschaft von der Kerr-Lösung und die kosmologische Konstante wie in der de-Sitter-Lösung.

12.7.2 Eigenschaften: Masse, Rotation, Λ

Die Kerr-de-Sitter-Raumzeit ist eine **Drei-Parameter-Lösung**, weil Massenparameter M , spezifischer Drehimpuls $a = J/Mc$ und die kosmologische Konstante Λ die Eigenschaften der Metrik eindeutig festlegen.

12.7.3 Unterscheidung nach Vorzeichen von Λ

Wie bei der de-Sitter-Raumzeit auch, sprechen Theoretiker von der Kerr-de-Sitter-Lösung (KdS-Metrik), falls $\Lambda > 0$ (repulsive kosmologische Konstante; Antigravitation) und von der Kerr-Anti-de-Sitter-Lösung (KAdS-Metrik), falls $\Lambda < 0$ (attraktive kosmologische Konstante). Im Grenzfall $\Lambda = 0$ ist gerade die gewöhnliche Kerr-Metrik mit verschwindender kosmologischer Konstante realisiert.

Interessanterweise hat die KAdS-Metrik **keinen Ereignishorizont**.

12.7.4 Linienelement

Der Vollständigkeit halber sei das Linienelement an dieser Stelle notiert:

$$ds^2 = -\frac{\Delta_r}{\chi^2 \rho^2} (dt - a \sin^2 \theta d\phi)^2 + \frac{\Delta_\theta \sin^2 \theta}{\chi^2 \rho^2} \times [a dt - (r^2 + a^2) d\phi]^2 + \rho^2 \left(\frac{dr^2}{\Delta_r} + \frac{d\theta^2}{\Delta_\theta} \right),$$

mit den Funktionen

$$\begin{aligned} \rho^2 &= r^2 + \cos^2 \theta, \\ \Delta_r &= (r^2 + a^2) \left(1 - \frac{1}{3} \Lambda r^2\right) - 2Mr, \\ \Delta_\theta &= 1 + \frac{1}{3} \Lambda a^2 \cos^2 \theta, \\ \chi &= 1 + \frac{1}{3} \Lambda a^2. \end{aligned}$$

12.7.5 Weitere Raumzeiten

Verschwindet der Drehimpuls des Loches, so ist gerade die Schwarzschild-de-Sitter-Lösung realisiert. Gibt es eine zusätzliche elektrische Ladung in der KdS-Metrik, so heißt die Raumzeit Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung

12.7.6 Publikationen zum Thema

- ◇ *Gibbons, G.W. & Hawking, S.W.*: Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation, Phys. Rev. D15, 2738, 1977
- ◇ *Stuchlik, Z. & Calvani, M.*: Null geodesics in black hole metrics with non-zero cosmological constant, Gen. Rel. Grav. 23, 507, 1991

12.8 Kerr-Lösung

Die Kerr-Lösung ist eine Vakuum-Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen und beschreibt die Metrik rotierender, nicht geladener Schwarzer Löcher. Allgemeiner gesprochen beschreibt es den gekrümmten Außenraum einer elektrisch neutralen, rotierenden Masse. In guter Näherung können mit der Kerr-Lösung rotierende Massen auf der Basis der Allgemeinen Relativitätstheorie beschrieben werden.

12.8.1 Ein Rechenkunststück

Der Neuseeländer *Roy Patrick Kerr* fand diese Lösung 1963 in kartesischen Koordinaten, was als mathematische Meisterleistung gewertet werden muss. Denn einerseits ist es generell schwierig, exakte Lösung der komplizierten Einsteinschen Feldgleichungen zu finden und andererseits hat die Kerr-Lösung in den kartesischen Koordinaten eine recht komplizierte Struktur. Durch Koordinaten, die besser an die Symmetrie der Kerr-Geometrie angepasst sind, wird auch ihre mathematische Formulierung einfacher. Üblicherweise notiert man

die Kerr-Geometrie in pseudosphärischen Boyer-Lindquist-Koordinaten. Das Linienelement lautet dann:

$$ds^2 = -\alpha^2 dt^2 + \tilde{\omega}^2 (d\phi - \omega dt)^2 + \rho^2 / \Delta dr^2 + \rho^2 d\theta^2.$$

Alternativ kann es auch in Matrixform aufgeschrieben werden, d. h. der metrische Tensor der Kerr-Metrik in Boyer-Lindquist-Form. Die im Linienelement enthaltenen Funktionen sind unter dem Eintrag Boyer-Lindquist-Koordinaten ausführlich notiert.

12.8.2 Rotation erschwert die Sache

Prinzipiell kann gesagt werden, dass rotierende Schwarze Löcher deutlich komplexere Raumzeiten sind, als ihr nicht rotierendes Pendant, die Schwarzschild-Lösung. Denn die Raumzeit rotiert. Dies spiegelt sich tensoriell darin wider, dass der metrische Tensor nicht mehr diagonal ist: es gibt in Boyer-Lindquist-Koordinaten einen Kreuzterm, der azimutale und zeitliche Komponente koppelt. In den ebenfalls pseudosphärischen Kerr-Schild-Koordinaten gibt es sogar drei Kreuzterme! Das ist zwar eine zusätzliche Komplexität, aber in numerischen Simulationen von rotierenden Löchern kann die Verwendung von Kerr-Schild-Koordinaten zweckmäßiger sein, weil dann Randbedingungen (in Hydrodynamik und Magnetohydrodynamik) besser umgesetzt werden können.

12.8.3 zwei Eigenschaften: Masse und Drehimpuls

Kerr-Löcher haben also die physikalischen Eigenschaften **Masse** M und **Drehimpuls** J . Das **Robinson-Theorem** diktiert, dass Raumzeiten mit bestimmten Voraussetzungen notwendigerweise identisch mit der Kerr-Lösung sein müssen. Die Rotation kann durch den so genannten **Kerr-Parameter** (Rotations- oder Spinparameter) a charakterisiert werden. Diese Zahl ist physikalisch gesprochen ein spezifischer Drehimpuls $a = J/Mc$. In geometrisierte Einheiten ($G = c = 1$) variiert a zwischen den Werten $-M$ (maximale retrograde Rotation) und $+M$ (maximale prograde Rotation). Manchmal setzen Theoretiker aus Bequemlichkeit auch $M = 1$ (bisweilen auch auf meiner Website), so dass a zwischen -1 und 1 variiert. Die Maximalwerte $+1$ und -1 sind mit Vorsicht zu genießen, denn die Singularität der Kerr-Lösung wird dann nach außen hin sichtbar! Der Relativist *Kip Thorne* hat 1974 herausgefunden, dass die Rotation einen kritischen Maximalwert hat, nämlich $a = 0.998M$. Gilt exakt $a = 0$, so geht die Kerr-Lösung in die statische Schwarzschild-Lösung über.

12.8.4 gekrümmte Raumzeit

Schwarze Löcher sind Raumzeiten, die sehr starke Krümmungen aufweisen, vor allem wenn man in die Nähe der Krümmungssingularität kommt. Nach außen nimmt die Krümmung allerdings rapide ab und verschwindet sogar im Grenzfall einer unendlich hohen Entfernung zum Loch. Diese Eigenschaft haben sowohl Schwarzschild-Metrik, als auch Kerr-Metrik, und sie heißt **asymptotische Flachheit**. D.h. für sehr große Abstände vom Schwarzen Loch gehen die Schwarzschild- bzw. Kerr-Metrik in die Minkowski-Metrik über.

12.8.5 Eigenschaften der Kerr-Lösung

- ◇ Es gibt **zwei Horizonte**, einen inneren Horizont oder Cauchy-Horizont bei r_H^- und einen äußeren Horizont bei r_H^+ . Letztgenannter ist der eigentliche Ereignishorizont, weil

er festlegt, ab welchem Abstand ein rotierendes Loch für einen Außenbeobachter völlig schwarz erscheint.

Beide Horizonte hängen nur von der Masse und dem Drehimpuls des Loches ab:

$$r_{\text{H}}^{\pm} = M \pm \sqrt{M^2 - a^2}.$$

Die Horizonte sind so genannte **Nullflächen** und werden von den beiden Killing-Vektoren der Kerr-Geometrie aufgespannt.

- ◇ Um die Horizonte herum gibt es eine **Ergosphäre**, d. h. eine Region, wo die Rotation der Raumzeit sehr stark wird. Alles, was sich lokal in der Ergosphäre befindet (Sterne, Akkretionsscheiben, Beobachter, Licht!), wird von der rotierenden Raumzeit mitgezogen. Dieses Phänomen heißt Frame-Drag. Innerhalb der Ergosphäre kann insbesondere kein Beobachter mehr statisch sein und muss rotieren. Die Struktur der rotierenden Raumzeit zwingt einfach **alles**, Materie und Strahlung, mit ihm zu rotieren! Am äußeren Horizont dreht sich alles mit der Winkelgeschwindigkeit des Loches (Anmerkung: In der Schwarzschild-Metrik fehlt zwar die Ergosphäre, doch gibt es hier eine Art *Anti-Frame-Drag*: alles muss statisch sein!) Aus diesen Gründen heißt die Ergosphäre auch **statisches Limit**, r_{stat} . Mathematisch ist die Ergosphäre definiert durch das Verschwinden der zeitartigen Komponente (00-Komponente) des metrischen Tensors. Demnach ist die Ergosphäre eine Fläche unendlicher Rotverschiebung bzw. verschwindenden Rotverschiebungsfaktors. Die Ergosphäre ist im Gegensatz zu den Horizonten abgeplattet - mathematisch ist das zu sehen an der Abhängigkeit vom Polarwinkel θ in der folgenden Gleichung:

$$r_{\text{stat}} = M + \sqrt{M^2 - a^2 \cos^2 \theta}.$$

- ◇ Wie alle klassischen Schwarzen Löcher hat auch die Kerr-Lösung eine **intrinsische Singularität** (Krümmungssingularität, Raumzeit-Singularität). Sie folgt aus einer Diskussion des Riemann-Tensors der Kerr-Metrik, insbesondere der *Riemannschen Invarianten* wie dem Kretschmann-Skalar. In Boyer-Lindquist-Koordinaten notiert, muss die Funktion ρ ('rho') verschwinden. Sie taucht im Nenner der Invarianten auf. Wird sie null, wird die Krümmung unendlich. Für die Funktion ρ gilt: $\rho^2 = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$. Eine Diskussion dieses Ausdrucks (am besten mit Kerrs historischen kartesischen Koordinaten) führt auf das erstaunliche Resultat, dass die Kerr-Lösung im Zentrum eine Ringsingularität besitzt. Diese Ringsingularität befindet sich immer in der Äquatorebene des Lochs, innerhalb des Cauchy-Horizonts und im Zentrum des Loches bei $r = 0$, wie die Krümmungsinvarianten belegen. Der ringförmige Massenstrom ist die Quelle der achsensymmetrischen Gravitation der Kerr-Geometrie - sonst gibt es in der Vakuumraumzeit keine Quellen.

12.8.6 Schema mit struktureller Information

Häufig sind diese genannten Eigenschaften der Kerr-Lösung in Abbildungen wie Grafik 12.3 zusammengefasst. Solche Bilder sind jedoch aus einer Reihe von Gründen mit Vorsicht zu genießen: Der Betrachter kann dazu verleitet werden zu glauben, dass genau so ein Schwarzes Loch aussieht. **Ein Schwarzes Loch ist aber ein schwarzes Objekt.** Ein Außenbeobachter kann aufgrund der Gravitationsrotverschiebung nie etwas vom Inneren des Loches, z. B. die

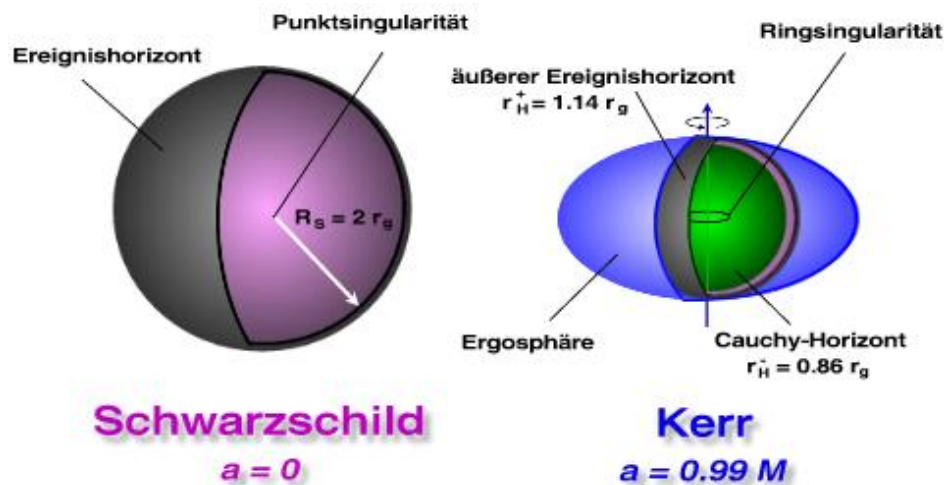


Abbildung 12.3: Vergleich von Schwarzschild- und Kerr-Loch.

Singularität, sehen. Ein anderes Problem ist, dass die Abbildung oben *nicht auf Invarianten* beruht, d. h. sie geht auf die Verwendung eines *speziellen* Koordinatensystems zurück. In einem anderen sieht es anders aus! Nur geeignete Invarianten der ART, wie die gerade angesprochenen Krümmungsinvarianten, erlauben ein objektives Bild. Die Abbildung oben kann also nur dazu dienen, einen Überblick über die strukturellen Komponenten eines Lochs zu bekommen.

12.8.7 Realistischer Eindruck vom Anblick eines Schwarzen Loches

Ist man daran interessiert, wie sich der visuelle Eindruck eines Loches für einen entfernten Beobachter gestaltet, so muss man eine Simulationstechnik namens relativistisches Ray Tracing betreiben. Die simulierten Bilder sehen aus, wie die voll relativistische Computersimulation in Abbildung 12.4. Das rotierende Schwarze Loch befindet sich in der Bildmitte. Es tritt nur deshalb in Erscheinung, weil seine Umgebung leuchtet. Denn um das Schwarze Loch befindet sich eine ebenfalls (hier gegen den Uhrzeigersinn) rotierende Standardscheibe - eine dünne Materiescheibe, die Strahlung abgibt. Der helle Fleck links vom Loch ist auf Blauverschiebung der Strahlung der sich nähernden Scheibenseite zurückzuführen. Entsprechend ist die rechte sich entfernende Seite rotverschoben. Es handelt sich um eine relativistische Verallgemeinerung des Doppler-Effekts.

Die Dunkelheit um und die Schwärze am Loch ist durch einen Effekt namens Gravitationsrotverschiebung begründet. So sieht ein Schwarzes Loch aus!

12.8.8 Horizonte

Bei maximaler Rotation ($a = M$) sind *beide* Horizonte bei einem Gravitationsradius. Bei verschwindender Rotation hingegen ($a = 0$), was der Schwarzschild-Lösung entspricht, ist der äußere Horizont bei zwei Gravitationsradien oder einem Schwarzschildradius. Der innere Horizont koinzidiert mit der zentralen Schwarzschild-Singularität bei $r = 0$.

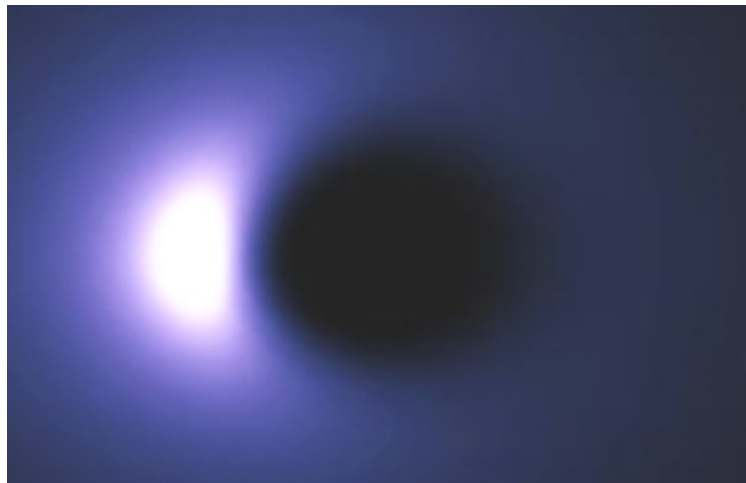


Abbildung 12.4: Emission einer Akkretionsscheibe um ein rotierendes Schwarzes Loch bei 40 Grad Neigung.

12.8.9 innere Kerr-Lösung?

Alle Versuche, eine *innere Kerr-Lösung* zu finden sind bisher gescheitert. Bei der Schwarzschild-Lösung ist dies allerdings möglich (siehe Eintrag Schwarzschild-Lösung).

12.8.10 Geodäten

Innerhalb des Horizonts treten raumartige Geodäten (wie bei den Tachyonen) auf, die die Kausalität verletzen! Da jedoch nichts davon nach außen dringen kann (geschlossene Geodäten), erfüllt diese Kausalitätsverletzung gewissermaßen die kosmische Zensur: Wie die Singularität sind sie durch den Ereignishorizont verhüllt.

Die **Geodätengleichung** der Kerr-Metrik ist mithilfe der Carter-Konstante vollständig integrabel. Mit dieser Standardmethode werden numerisch Teilchenbahnen und Trajektorien des Lichtes in der Kerr-Metrik studiert. Damit kann man relativistisches Ray-Tracing betreiben und viele Bilder erzeugen, die zeigen wie rotierende Schwarze Löcher, optisch die Umgebung verzerren. In der Astrophysik nutzt man diese Methode, um relativistische Spektren wie die relativistisch verbreiterte Eisenlinie zu simulieren und mit Beobachtungsdaten zu vergleichen.

Eine andere wichtige Anwendung der Kerr-Lösung in der Astrophysik ist die Beschreibung hydrodynamischer und magnetohydrodynamischer Phänomene auf dem Hintergrund der Kerr-Raumzeit (siehe auch Akkretion).

12.8.11 Aspekte zur Stabilität

Ein wichtiges Kriterium für Lösungen der Einsteinschen Feldgleichungen ist deren *Stabilität*. Die Theoretiker untersuchen in einer Stabilitätsanalyse der Metrik, wie sie sich unter kleinen Störungen verhält: Schwingt die gestörte Metrik in die ursprüngliche Lösung zurück? Falls ja, ist die Raumzeit stabil. Die Schwarzschild-Lösung ist der **Grundzustand der relativistischen Gravitation** (in vielen Details nachzulesen im Buch von *S. Chandrasekhar* mit dem Titel *The Mathematical Theory of Black Holes*). Demgegenüber ist die Kerr-Lösung

zwar stabil gegen axialsymmetrische Störungen. Man kann aber durch Penrose-Prozesse oder Blandford-Znajek-Mechanismen, die beide in der Ergosphäre stattfinden, die Rotationsenergie *theoretisch sogar vollständig* extrahieren, so dass aus dem Kerr- ein Schwarzschild-Loch wird. In diesem Sinne ist die Kerr-Metrik weniger stabil.

12.8.12 dicker Web-Artikel

- ◇ Schwarze Löcher - Das dunkelste Geheimnis der Gravitation, darin speziell das Kapitel zur Kerr-Lösung.

12.9 Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung

Die Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung ist eine Lösung der *Einstein-Maxwell-Gleichungen*, d. h. der Einsteinschen Feldgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie **mit** Λ -Term (siehe kosmologische Konstante) und **mit** Maxwell-Tensor auf der rechten Seite der Feldgleichung.

12.9.1 Motivation

Physikalisch motiviert ist diese Raumzeit, wenn man ein rotierendes, elektrisch geladenes Schwarzes Loch beschreiben will, das sich in einer Umgebung befindet, die mit dem Λ -Fluidum angefüllt ist. Die experimentelle Kosmologie belegt mit unterschiedlichen und unabhängigen Methoden, dass das späte Universum durch eine Form Dunkler Energie beschleunigt expandiert. Aus dem Zoo Dunkler Energien wird aktuell eine konstante Dunkle Energie mit einem w -Parameter von -1 favorisiert: Das ist gerade Einsteins kosmologische Konstante Λ . Um nun die Wechselwirkung eines Schwarzen Loches mit der Dunklen Energie in der Umgebung zu studieren, bietet sich genau eine Lösungsfamilie an, die im ganz allgemeinen Fall die Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung darstellt.

12.9.2 zum Namen

Der Name Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung kommt daher, weil diese Metrik beides beinhaltet: die rotierende Eigenschaft und die Ladungseigenschaft von der Kerr-Newman-Lösung und die kosmologische Konstante wie in der de-Sitter-Lösung.

12.9.3 Eigenschaften: Masse, Rotation, Ladung, Λ

Die Kerr-Newman-de-Sitter-Raumzeit ist eine **Vier-Parameter-Lösung**, weil Massenparameter M , spezifischer Drehimpuls $a = J/Mc$, elektrische Ladung Q und die kosmologische Konstante Λ die Eigenschaften der Metrik eindeutig festlegen.

12.9.4 Unterscheidung nach Vorzeichen von Λ

Wie bei der de-Sitter-Raumzeit auch, sprechen Theoretiker von der Kerr-Newman-de-Sitter-Lösung (KNdS-Metrik), falls $\Lambda > 0$ (repulsive kosmologische Konstante; Antigravitation) und von der Kerr-Newman-Anti-de-Sitter-Lösung (KNAdS-Metrik), falls $\Lambda < 0$ (attraktive kosmologische Konstante). Im Grenzfall $\Lambda = 0$ ist gerade die gewöhnliche Kerr-Newman-Metrik mit verschwindender kosmologischer Konstante realisiert.

Interessanterweise hat die KNAdS-Metrik **keinen Ereignishorizont**.

12.9.5 Linienelement

Der Vollständigkeit halber sei das Linienelement an dieser Stelle notiert:

$$\begin{aligned}
 ds^2 = & -\frac{\Delta_r}{\chi^2 \rho^2} (dt - a \sin^2 \theta d\phi)^2 + \frac{\Delta_\theta \sin^2 \theta}{\chi^2 \rho^2} \\
 & \times [a dt - (r^2 + a^2) d\phi]^2 + \rho^2 \left(\frac{dr^2}{\Delta_r} + \frac{d\theta^2}{\Delta_\theta} \right),
 \end{aligned} \tag{12.1}$$

mit den Funktionen

$$\begin{aligned}
 \rho^2 &= r^2 + \cos^2 \theta \\
 \Delta_r &= (r^2 + a^2) \left(1 - \frac{1}{3} \Lambda r^2\right) - 2Mr + Q^2 \\
 \Delta_\theta &= 1 + \frac{1}{3} \Lambda a^2 \cos^2 \theta \\
 \chi &= 1 + \frac{1}{3} \Lambda a^2
 \end{aligned}$$

12.9.6 Weitere Raumzeiten

Verschwindet die elektrische Ladung, so liegt die Kerr-de-Sitter-Lösung vor. Verschwinden Ladung und sogar Drehimpuls dieses Loches, so ist gerade die Schwarzschild-de-Sitter-Lösung realisiert. Diese elektrisch neutralen Lösungen sind in der Astrophysik geeignete Modelle, um die Wechselwirkung von Schwarzen Loch und Dunkler Energie im Rahmen der klassischen Gravitation Einsteins zu studieren.

12.9.7 wissenschaftliche Publikation

- ◇ *Gibbons, G.W. & Hawking, S.W.:* Cosmological event horizons, thermodynamics, and particle creation, Phys. Rev. D15, 2738, 1977

12.10 Kerr-Newman-Lösung

Diese Lösung der Einsteinschen Feldgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie beschreibt eine Form eines Schwarzen Loches, falls die kosmologische Konstante verschwindet. Allgemein gesprochen beschreibt diese Raumzeit rotierende, geladene Punktmassen. Damit verallgemeinert sie rotierende Schwarze Löcher, also die Kerr-Lösung, weil sie zudem eine elektrische Ladung trägt.

12.10.1 keine Vakuumlösung!

Der Maxwell-Tensor geht in dieser Beschreibung als Energie-Impuls-Tensor ein und modifiziert die Feldgleichungen so, dass sie eine nicht verschwindende rechte Seite erhalten. D.h. die Kerr-Newman-Lösung ist eine Nicht-Vakuumlösung. Die so modifizierten Feldgleichungen heißen **Einstein-Maxwell-Gleichungen**.

12.10.2 keine Verwendung in der Astrophysik

Im Rahmen der Relativitätstheorie ist die genaue Untersuchung jeder Raumzeit als Lösung der Einstein-Gleichung interessant. Bezogen auf die Astronomie muss geklärt werden wie realistisch das entsprechende Modell ist. Im vorliegenden Fall der Kerr-Newman-Lösung wäre zu fragen: Macht es Sinn ein kosmisches Schwarzes Loch mit den Eigenschaften Masse, Drehimpuls und elektrische Ladung zu betrachten? Vermutlich hat die Kerr-Newman-Metrik eher einen akademischen Charakter, weil elektrische Ströme in unmittelbarer Umgebung des Loches Ladungsunterschiede kompensieren würden. Theoretisch sind geladenen Löcher in völliger Isolation denkbar. Weil aber immer irgendwelche Materieformen im All anzutreffen sind (Staub, Sterne, interstellares oder intergalaktisches Gas), sind sie eben sehr unwahrscheinlich. Das erklärt, weshalb die Anwendung dieser Kerr-Newman-Lösungen in der Astrophysik nicht besonders verbreitet ist. Die beiden intensiv eingesetzten Raumzeiten für Schwarze Löcher sind die Schwarzschild-Lösung und die Kerr-Lösung, also elektrisch neutrale Löcher.

12.10.3 Zur mathematischen Herleitung

Durch einen Trick (nach *Newman & Janis*) kann die Kerr-Newman-Lösung aus der statischen Reissner-Nordström-Lösung gewonnen werden.

12.11 Kerr-Schild-Koordinaten

Kerr-Schild-Koordinaten sind eine mögliche Realisierung für ein Koordinatensystem um **rotierende** Schwarze Löcher zu beschreiben. Rotierende, elektrisch neutrale Löcher werden im Rahmen der Allgemeinen Relativitätstheorie mit der Kerr-Lösung dargestellt. Die Kerr-Schild-Koordinaten sind die (vor allem numerisch) günstigere Alternative zu den Boyer-Lindquist-Koordinaten. Beide Koordinatensysteme sind *pseudo-sphärisch* und *asymptotisch flach*.

12.11.1 Vorteil von Kerr-Schild

Ihr besonderer Vorteil gegenüber den Boyer-Lindquist-Koordinaten ist der Umstand, dass sich die Kerr-Schild-Koordinaten am Ereignishorizont, dem äußeren Horizont r_+ , und auf der Rotationsachse des Loches ($\theta = 0$) 'gutartig verhalten', d. h. keine unangenehmen Divergenzen auftreten. Die Metrik bleibt damit auch numerisch beschreibbar, ohne dass 'Unendlichkeiten' auftauchen. Dies liegt daran, weil die Lapse-Funktion α der Boyer-Lindquist-Koordinaten durch eine Größe z ersetzt wurde. α wird am Horizont null und bewirkt damit für einen Außenbeobachter das bekannte 'Einfrieren' dynamischer Prozesse, hervorgerufen durch den Stillstand der Zeit (gravitative Zeitdilatation, Gravitationsrotverschiebung).

12.11.2 technische Details

Die Komponente g_{rr} des metrischen Tensors in Boyer-Lindquist-Form divergiert. Mithilfe der Größe Z lässt sich das umgehen und die Randbedingung am (äußeren) Horizont numerisch sehr elegant formulieren. In der Äquatorialebene hat Z für alle Löcher (unabhängig von der Rotation!) das Verhalten $2/r$. Bei $r = 0$ divergiert demnach auch die Z -Funktion. Am äußeren Horizont bleibt sie hingegen endlich und wird in relativistischen Einheiten am Äquator exakt

zwei für die Kerr-Lösung und exakt eins für die Schwarzschild-Lösung. An den Polen des Ereignishorizonts wiederum wird $Z = 1$ bei Kerr und Schwarzschild.

Das Linienelement der Kerr-Lösung in Kerr-Schild-Koordinaten $\{\tilde{t}, \tilde{\phi}, r, \theta\}$ hat folgende Gestalt:

$$ds^2 = -(1 - Z) d\tilde{t}^2 - 2Za \sin^2 \theta d\tilde{t} d\tilde{\phi} + 2Z d\tilde{t} dr + \left(\frac{\Sigma \sin \theta}{\rho} \right)^2 d\tilde{\phi}^2 - 2a(1 + Z) \sin^2 \theta d\tilde{\phi} dr + (1 + Z) dr^2 + \rho^2 d\theta^2,$$

sowie darin enthaltene Kerr-Schild-Funktionen:

$$\begin{aligned} Z &= 2Mr/\rho^2, \\ \tilde{Z} &= \tilde{\omega}^2 - (Z + 1)a^2 \sin^4 \theta, \\ \rho^2 &= r^2 + a^2 \cos^2 \theta, \\ \Sigma^2 &= (r^2 + a^2)^2 - a^2 \Delta \sin^2 \theta, \\ \Delta &= r^2 - 2Mr + a^2, \\ \tilde{\omega} &= \frac{\Sigma}{\rho} \sin \theta. \end{aligned}$$

(Quelle: *S.S. Komissarov* 2004, astro-ph/0402403). Wie man schnell erkennt, weist der metrische Tensor in Kerr-Schild-Koordinaten mehr Komponenten auf (exakt zwei Nebendiagonalelemente mehr plus ihrem symmetrischen Pendant), als in Boyer-Lindquist-Koordinaten. Das könnte erklären, weshalb häufig letztgenannte Koordinaten bevorzugt werden.

12.11.3 Motivation für Kerr-Schild

Weil die Kerr-Schild-Koordinaten kein pathologisches Verhalten an den Horizonten der Kerr-Lösung zeigen, kann es von Vorteil sein, sie in Computersimulationen (z. B. Hydrodynamik oder Magnetohydrodynamik) zu verwenden.

12.12 Killing-Felder

Die Killing-Felder sind Lösungen der **Killing-Gleichung**

$$L_X g_{\mu\nu} = \nabla_\nu X_\mu + \nabla_\mu X_\nu = 0$$

und beschreiben die Symmetrie einer Raumzeit. Man gewinnt die Killing-Felder aus der Betrachtung von Isometrien. Ihre Kenntnis erleichtert die analytische Behandlung und das Verständnis der Eigenschaften einer Metrik sehr! Außerdem können Killing-Felder im Rahmen der Numerischen Relativistik der Klassifikation von Raumzeiten dienen.

12.13 Killing-Tensor

Die Existenz des symmetrischen Killing-Tensors ergibt sich aus dem Theorem von Walker und Penrose (1970). Aus dessen zweifacher Verjüngung, die erhalten ist, ergibt sich der kompletten Satz Photonenimpulse im ZAMO und die Carter-Konstante (B. Carter 1968).

Bei der Betrachtung der Dirac-Theorie in der Kerr-Geometrie ist eine tiefere Einsicht in die Theorie möglich: *Killing-Yano-Tensoren* geben Aufschluss über Bewegungskonstanten. Der symmetrische Tensor heißt Killing-Tensor, während der antisymmetrische Yano-Tensor genannt wird. Neuerdings wird ein Zusammenhang mit der Supersymmetrie (SUSY) hergestellt. Eine relativistische Punkt-Ladung wird dazu in die Supersymmetrie eingebettet, um die Symmetrieeigenschaften von Raumzeiten und elektromagnetischen Felder zu studieren und einen Zusammenhang zu **Superinvarianten** herzustellen.

12.14 K-Korrektur

Die K-Korrektur ist eine Auswertungsmethode bei Spektren von Quellen mit hoher kosmologischer Rotverschiebung. Insbesondere ist die K-Korrektur nötig bei der Datenanalyse von **Supernova Typ Ia**, um sie als Standardkerzen verwenden zu können.

12.14.1 Der kosmologische Rotverschiebungseffekt

Die kosmologische Rotverschiebung ist ein Effekt der Allgemeinen Relativitätstheorie und ist physikalisch bedingt durch die Expansion des Universums. Wenn die Strahlung sehr weit entfernter Himmelsobjekte bei der Erde (dem Laborsystem) ankommt, ist sie einerseits zum roten Ende des Spektrums hin verschoben und andererseits auch in ihrer Intensität abgeschwächt. Damit sieht die beobachtete Strahlung ganz anders aus als am Emissionsort (im so genannten Ruhesystem).

12.14.2 Folgen für astronomische Beobachtungen

Das verfälscht astronomische Messungen, sowohl in Spektroskopie, als auch Photometrie. In der Astronomie werden bestimmte **Filter** verwendet (siehe dazu unter Helligkeit), also eine instrumentelle Anordnung, die nur ein bestimmtes Frequenzband registriert. Alles, was außerhalb des Filters an Strahlung ankommt, wird nicht beobachtet.

Die kosmologische Rotverschiebung verschiebt nun ein spektrales Merkmal, z. B. eine Spektrallinie, zum Roten hin und kann im Extremfall dazu führen, dass das Merkmal außerhalb des Filters liegt.

12.14.3 Funktion der K-Korrektur

Genau diesen Effekt gleicht die K-Korrektur aus. Im Allgemeinen hängt die K-Korrektur von der kosmologischen Rotverschiebung z und von der Farbe bzw. vom Spektrum des hochrotverschobenen Emitters ab.

12.14.4 wichtiger Spezialfall: Potenzspektrum

Die folgenden Gleichungen zeigen den wesentlichen Fall eines Potenzspektrums des Emitters:

$$\begin{aligned} m - M &= 5 \log \frac{d_L}{10 \text{ pc}} + K(z) \\ F_\nu &\propto \nu^{-\alpha} && \text{(Potenzspektrum)} \\ K(z) &= 2.5(\alpha - 1) \log(1 + z) \end{aligned}$$

Die erste Gleichung zeigt den Distanzmodul, hier allerdings korrigiert um die K-Korrektur im letzten Term $K(z)$. Außerdem wird wie in der Kosmologie üblich die **Leuchtkraftdistanz**

d_L verwendet. In der zweiten Zeile steckt die Voraussetzung eines Potenzspektrums, d. h. der spektrale Fluss F_ν kann als Funktion der Frequenz ν in Form eines Potenzgesetzes ausgedrückt werden. Dabei wird α spektraler Index genannt und parametrisiert die Steigung (engl. *slope*) des Spektrums.

Wie nun das Ergebnis der Berechnung der K-Korrektur (aus Vorlesungsskript *Cosmology* von Matthias Bartelmann, ZAH Heidelberg, 2005) ergibt, hat die K-Korrektur ein relativ einfache Gestalt: Der Term $K(z)$ wird positiv für $\alpha > 1$ (*steile Spektren*) und negativ für $\alpha < 1$ (*flache Spektren*). Die z -Abhängigkeit der K-Korrektur zeigt, dass sie (wie zu erwarten ist) besonders wichtig für große Werte von z wird.

12.14.5 Lesehinweis

◇ Hogg et al. 2002: The K correction, astro-ph/0210394

12.15 Koinzidenzproblem

Eine Koinzidenz bezeichnet generell das gleichzeitige Auftreten zweier oder mehrere Ereignisse. Das Koinzidenzproblem tritt nun speziell in der Kosmologie auf und bezieht sich auf die erstaunliche Beobachtung, dass die Anteile von Dunkler Energie und Dunkler Materie zufällig gerade die gleiche Größenordnung im lokalen Universum haben. Das drückt sich konkret dadurch aus, dass die dimensionslosen Dichteparameter der Kosmologie, Ω_Λ für die Dunkle Energie und Ω_m für die Dunkle Materie, nur um etwa einen Faktor drei verschieden sind.

12.15.1 Beobachtungsdaten

In der modernen Kosmologie gibt mittlerweile viele Modelle für Dunkle Energien. Die aktuellen Beobachtungsdaten der Astronomie, vor allem sehr weit entfernte, explodierende Weiße Zwerge (Supernovae Typ Ia), legen eine **zeitlich konstante Form Dunkler Energie** in Gestalt der kosmologischen Konstante Λ nahe: Die Supernovadaten, die mit dem Weltraumteleskop *Hubble* gemessen wurden, besagen, dass kosmologische Konstante schon vor 9 Mrd. Jahren den aktuellen, lokalen Wert hatte (*Riess et al.* 2006, STScI/NASA).

12.15.2 Verschärfung des Problems

Die favorisierte Interpretation der Dunklen Energie ist, dass sie ein Resultat des überall fein verteilten Quantenvakuums ist. Diese Interpretation klingt reizvoll, entpuppt sich bei der konkreten Berechnung mittels der Quantenfeldtheorie als problematisch, weil Beobachtung und Theorie um 120 Größenordnungen auseinander liegen! Die **Hypothese vom Quantenvakuum** ist auch deshalb problematisch, weil es nicht einsichtig ist, warum der Anteil des Quantenvakuums sich zeitlich während der Entwicklung des Universums ändern sollte - hier mag die aktuelle Forschung in den Quantenfeldtheorien und der Kosmologie (**Astroteilchenphysik**) neue Einsichten bringen.

12.15.3 Die Lösung

Das Koinzidenzproblem kann gelöst werden, wenn man zulässt, dass die Dunkle Energie **zeitlich variabel** oder anders gesagt eine Funktion der kosmologischen Rotverschiebung

z ist. Inzwischen gibt es in der Kosmologie viele Modelle, die dieser Forderung gerecht werden: sie heißen z. B. Quintessenzen, aber auch andere Modelle wie das Radion oder die Phantom-Energie wurden vorgeschlagen (sämtliche Formen werden im Eintrag Dunkle Energie vorgestellt).

Die aktuellen Beobachtungen besagen jedoch, dass wenn die Dunkle Energie wirklich variabel ist, dann kann sie es nur in den ersten vier Milliarden Jahren des Universums gewesen sein. Danach wurde sie konstant oder entwickelt sich nur noch extrem langsam.

12.15.4 w wie warum eigentlich nicht?

Die Kosmologen drücken die Form der Dunklen Energie und ihre Zeitabhängigkeit sehr elegant durch den so genannten **w-Parameter** aus: w ist gerade das Verhältnis von Druck und Energiedichte ($c = 1$) der jeweiligen Dunklen Energie. Die Zeit- oder äquivalent Rotverschiebungsabhängigkeit drücken die Kosmologen mit $w' = \partial w / \partial z$ aus. Für die kosmologische Konstante gilt z. B. $w = -1$ und $w' = 0$. Für typische Quintessenz-Modelle gilt hingegen $w = -1/3$ und $w' \neq 0$.

12.16 Kollapsar

Im Allgemeinen bezeichnet *Kollapsar* einen kollabierenden Stern, d. h. ein Objekt, das durch den Gravitationskollaps in sich zusammenstürzt. Es hängt von der **Masse** ab, die da in sich zusammenfällt, was weiter geschieht. Am Ende des Gravitationskollapses können verschiedene Vertreter der kompakten Objekte (engl. *compact objects*, CO) stehen. In diese Klasse fallen mit aufsteigender Kompaktheit ein Weißer Zwerg, ein Neutronenstern (auch in seinen Erscheinungsformen als Pulsar und Magnetar), die hypothetischen Formen Quarkstern und seltsamer Stern und schließlich ein stellares Schwarzes Loch. Alternativ zum Schwarzschild-Loch wurden die hypothetischen Gravasterne und Holosterne vorgeschlagen. Schwarzes Loch, Gravastern und Holostern können unter dem Begriff Vakuumsterne zusammengefasst werden, weil diese Sternrelikte unterschiedliche Formen des physikalischen Vakuums repräsentieren.

Im engeren Sinne sind Kollapsare die kollabierenden Sterne, die in einer spektakulären Hypernova die langzeitigen Gamma Ray Bursts erzeugen. Dieses Szenario heißt auch *Collapsar model* nach MacFadyen & Woosley, ApJ 1999.

12.17 Kompaktes Objekt

Unter einem kompakten Objekt (engl. *compact object*, CO) versteht man in der Astronomie Objekte enorm hoher Dichte. Die kritische Grenze, ab der Astronomen von COs sprechen, liegt bei etwa **einer Million Gramm pro Kubikzentimeter**. Zum Vergleich: die mittlere Dichte der Sonne liegt gerade bei 1.4 g/cm^3 - das sind demnach sechs Größenordnungen mehr!

12.17.1 Kompaktheit erfordert Einstein

Die kompakten Objekte sind so dicht, dass sie die Raumzeit ungemein stark krümmen. Eine adäquate Beschreibung erfordert daher die **Allgemeinen Relativitätstheorie**. COs sind ein Teilgebiet der *relativistischen Astrophysik*. In den extremsten Formen kompakter Objekte ist sehr wahrscheinlich sogar eine **Quantisierung der Gravitation** erforderlich. Bislang gibt es in der modernen Physik noch keine bewährte Quantengravitation!

12.17.2 Typen kompakter Objekte

Die Einteilung der Objekte mit ansteigender **Kompaktheit** ist Weißer Zwerg, Neutronenstern und Schwarzes Loch. Neben diesen klassischen drei Typen gibt es weitere Vorschläge, die von einigen Forschern diskutiert werden, die sich allerdings noch nicht etabliert haben: Quarkstern und seltsamer Stern sind etwas kompakter als ein Neutronenstern; Bosonenstern, Fermionenstern, Gravastern, Holostern und Vakuumstern sind Alternativen zum klassischen Schwarzen Loch aus Einsteins Theorie. Sie sind eventuell sogar noch von ganz allgemeiner Bedeutung, beispielsweise in der Kosmologie oder Teilchenphysik.

12.17.3 Ursprung kompakter Objekte

Von diesen COs nimmt man an, dass sie im Rahmen der Sternentwicklung aus normalen Sternen hervorgehen. Die Masse des Vorläufersterns entscheidet darüber, welcher CO-Typ als stabile, kompakte Endkonfiguration im **Gravitationskollaps** der Sternrestmaterie gebildet wird:

- ◇ Bei **massearmen Vorläufersternen**, die etwa eine Sonnenmasse aufweisen, folgt nach dem Stadium eines Roten Riesen der Übergang des Sternkerns in einen **Weißer Zwerg**. Der Zwerg ist eingebettet in einen Planetarischen Nebel, der aus den abgestoßenen Hüllen des ehemaligen Riesensterns besteht. Der Übergang von Riesen auf Zwerg relativ unspektakulär (ohne Sternexplosion!) und wird das Schicksal der Sonne in wenigen Milliarden Jahren sein. Weiße Zwerge werden durch den *Entartungsdruck der Elektronen* stabilisiert, der aufgrund des Pauli-Prinzips bei hohen Sterndichten wichtig wird. Diese Stabilisierung durch Quantendruck funktioniert aber nur bis zu einem bestimmten Massenlimit, der so genannten Chandrasekhar-Grenze.
- ◇ Bei **massereichen Vorläufersternen**, die alle Brennzyklen der thermonuklearen Fusion durchlaufen und eine zentrale Restmasse zwischen 1.45 und 1.65 Sonnenmassen aufweisen, erfolgt der Übergang zu einem noch kompakteren Objekt als dem Weißen Zwerg: zu einem **Neutronenstern**, der auch als Pulsar und Magnetar in Erscheinung treten kann. Diese Objekte werden durch den Entartungsdruck der (ebenfalls fermionischen) Neutronen stabilisiert. Bei einer Dichte von etwa $5 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$ ist die Kernmateriedichte bereits überschritten. Hier findet im Innern des Neutronensterns der Übergang in ein Quark-Gluonen-Plasma statt. In einem vergleichbaren Dichteregime ($4 \times 10^{14} \text{ g/cm}^3$, je nach Bag-Konstante, die in die Zustandsgleichung dieser Quarkmaterie eingeht) könnte die **seltsame Materie** frei existieren. Dies hängt davon ab, ob die *Hypothese Seltsamer Materie* tatsächlich gilt, wonach u- d- und s-Quarks zu gleichen Teilen den Grundzustand der Quantenchromodynamik repräsentieren. Falls sich dies als richtig erweisen sollte, ist zu erwarten, dass nach den Neutronensternen die Quarksterne und insbesondere die *seltsamen Sterne* (engl. strange stars) die nächsten kompakten Objekte in der Hierarchie sind. Die maximale Masse des Quarksterns ist bisher nicht eindeutig von der Theorie zu bestimmen und liegt zwischen 1.3 und 3.2 Sonnenmassen.
- ◇ Bei **sehr massereichen Vorläufersternen** kann auch der Entartungsdruck von Fermionen oder der Druck seltsamer Materie den Kollaps nicht mehr stabilisieren. Dann erwartet man als letzte stabile Endkonfiguration ein **stellares Schwarzes Loch**.

Die kollabierende Masse muss etwa drei Sonnenmassen schwer sein, um ein Schwarzes Loch bilden zu können. Das ist der kanonische Wert - evt. ist diese Grenze etwas niedriger, weil die Physik ultrakompakter Materie noch nicht in allen Details verstanden ist. Die gesamte Restmasse des kollabierten Sterns steckt dann in der intrinsischen Singularität des Loches.

Ist das erzeugte Schwarze Loch statisch, so sprechen die Astronomen von einem Schwarzschild-Loch; viel wahrscheinlicher ist, dass das im Sternkollaps entstandene Loch rotiert, weil es den Drehimpuls des Vorläufersterns übernommen hat (*Drehimpulserhaltung*). Astronomen nennen dieses Schwarze Loch ein Kerr-Loch.

Die Theoretiker diskutieren derzeit, ob sich alternativ zum Schwarzen Loch auch ein *Gravastern* oder ein *Holostern* gebildet haben könnte. Diese Alternativen zum Schwarzen Loch werden einer modernen Auffassung des physikalischen Vakuums gerecht - vermutlich mehr als es die Schwarzen Löcher tun. Eine Problematik dabei ist, dass Astronomen zurzeit keine Möglichkeit haben, um Schwarzschild-Loch, Gravastern und Holostern aufgrund einer astronomischen Beobachtung zu unterscheiden. Nur in den Fällen, wo eine Rotation nachgewiesen wurde, muss es nach gegenwärtigem Stand der Theorie ein Kerr-Loch sein.

12.17.4 echte Hingucker

Fast alle Erzeugungsmechanismen, die zu diesen kompakten Objekten führen, sind verbunden mit einer heftigen Sternexplosion, einer **Supernova**. Eine Ausnahme bildet die Entstehung Weißer Zwerge, wo der Übergang recht glimpflich abläuft. Hier 'dampfen nur' die äußeren Sternschalen ab, um einen farbenprächtigen Planetarischen Nebel zu bilden, während im Innern das kompakte Relikt übrig bleibt. Die Entstehung von Neutronensternen und kompakteren Kollapsaren ist begleitet von Supernovae: Diese Explosion entsteht beim Rückprall (engl. *back bounce*) der vom Gravitationskollaps getriebenen, einlaufenden Schockwelle am kompakten Sternkern. Während also die innere Sternrestmasse weiter in sich zusammenfällt, explodieren die äußeren Sternhüllen. Hier laufen die für die Metallentstehung wichtigen r-Prozesse und p-Prozesse ab.

Die Explosion ist bei besonders massereichen Vorläufersternen, z. B. Wolf-Rayet-Sternen oder Sternen, die mit dem Superstern η Carinae (~ 100 Sonnenmassen) vergleichbar sind, noch heftiger. Die Bildung des stellaren Schwarzen Loches ist dann mit einem (langzeitigen) **Gamma Ray Burst** (GRB) bzw. mit einer **Hypernova**, assoziiert. GRBs beobachten Astronomen in isotroper Verteilung am Himmel, auch in kosmologischen Distanzen.

Es kann nicht ausgeschlossen werden, dass Gravitationskollaps und Sternexplosion in einer **vollständigen Zerstörung der Konfiguration** ohne nennenswertes, kompaktes Relikt enden. Dann wird das Sternplasma komplett im interstellaren Medium (ISM) verteilt und reichert es mit Metallen an, die für die nächste Sterngeneration (vergleiche Population) zur Verfügung stehen.

12.17.5 kompakt, aber deutlich schwerer

Die bisher diskutierten kompakten Objekte entstehen im Rahmen der Sternentwicklung aus Sternen. Es kann Schwarze Löcher, Grava- und Holosterne jedoch auch mit deutlich höheren Massen geben, als auf der stellaren Massenskala. Bei solchen Schwarzen Löchern spricht man von **mittelschweren Schwarzen Löchern** (engl. *intermediate-mass black*

holes), die typische Massen im Bereich von 100 bis eine Million Sonnenmassen haben. Es gibt Beobachtungshinweise, dass dieser Typus vermutlich die Zentren von Kugelsternhaufen, jungen Sternhaufen und Zwerggalaxien bevölkert. Außerdem wird diskutiert, ob die **ultrahellen Röntgenquellen** (engl. *ultraluminous X-ray sources*, ULXs) ihre extreme Röntgenhelligkeit durch mittelschwere Schwarze Löchern speisen.

Die Massenskala setzt sich nach oben hin noch weiter fort: **supermassereiche Schwarze Löcher** (engl. *supermassive black holes*, SMBH) haben gigantische Massen von einer Million bis knapp 10 Milliarden Sonnenmassen! Die SMBHs findet man in nahezu allen Zentren von Galaxien, auch im Zentrum der Milchstraße. Das Schwarze Loch im Galaktischen Zentrum, identisch mit der kompakten Radioquelle **Sgr A***, ist allerdings mit etwa 3.6 Mio. Sonnenmassen eher am unteren Ende der SMBH-Massenskala. Die größten Vertreter ihrer Art befinden sich in Riesenellipsen (siehe auch Hubble-Klassifikation) wie M87, die die Zentren ganzer Galaxienhaufen darstellen. In besonders spektakulärer Weise treten die supermassereichen Schwarzen Löcher in Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) in Erscheinung: Hier sorgen sie über Akkretion von Umgebungsgas und Sternen für die charakteristisch hohe Leuchtkraft und Aktivität der AGN. Dabei kann es (je nachdem wie das Loch gefüttert wird) auch zur Produktion von relativistischen Jets kommen. Das geschieht besonders bei Radiogalaxien und radiolauten Quasaren.

Die Paarung von Schwere und Kompaktheit ist bei den supermassereichen Schwarzen Löcher unglaublich! Nehmen wir den Extremfall von zehn Milliarden Sonnenmassen, der auch beobachtet wurde. Dieses gewaltige Loch wiegt schon fast soviel wie ein Zehntel der Milchstraße, einer ganzen Galaxie! Der Schwarzschild-Radius beträgt jedoch knapp dreißig Milliarden Kilometer oder knapp 200 Astronomische Einheiten.

12.17.6 Zusammenfassende Übersicht

Die vorgestellten Eigenschaften der kompakten Objekte lassen sich knapp in einer Übersicht zusammenfassen. Die folgende Tabelle staffelt die COs aufsteigend nach Kompaktheit. Hier wurde als Maß für Kompaktheit die **mittlere Dichte** in der letzten Spalte verwendet:

kompaktes Objekt	Masse		Radius		mittlere Dichte [g cm ⁻³]
	[kg]	[M _☉]	[km]	[R _☉]	
Weißer Zwerg	$\lesssim 2 \times 10^{30}$	$\lesssim 1$	6500	10^{-2}	10^6
Neutronenstern	$\sim 2\text{-}6 \times 10^{30}$	$\sim 1\text{-}3$	~ 15	10^{-5}	10^{14}
Quarkstern	$\sim 4 \times 10^{30}$	~ 2	~ 10	10^{-5}	10^{15}
Schwarzes Loch	beliebig		$3 \text{ km} \times (M/M_{\odot})$		$10^{16} \times (M/M_{\odot})^{-2}$
Sonne	$\sim 2 \times 10^{30}$	1	696000	1	1.4
Erde	$\sim 6 \times 10^{24}$	$\sim 10^{-6}$	~ 6400	10^{-2}	5.5

Die Schwarzen Löcher nehmen in vielerlei Hinsicht eine Sonderposition ein: Sie haben im Prinzip eine **beliebige Masse**. Als Lochradius wurde hier der Ereignishorizont eines nicht rotierenden Loches gewählt, der linear mit der Lochmasse zunimmt. So hat die Sonne einen Schwarzschild-Radius von drei Kilometern. Die mittlere Dichte eines Schwarzen Loches lässt sich zwar mit Masse und Horisontradius berechnen, eigentlich divergiert jedoch die Dichte in

der Singularität. Man beachte, dass ein stellares Schwarzes Loch mit Sonnenmasse eine höhere mittlere Dichte aufweist, als alle anderen kompakten Objekte; ein viel schwereres Loch mit 100000 Sonnenmassen hat hingegen die gleiche mittlere Dichte wie ein Weißer Zwerg! Denn die mittlere Dichte nimmt quadratisch mit der Lochmasse ab.

Die Daten beruhen auf aktuellen Erkenntnissen, können sich im Zuge neuer Forschungsergebnisse verändern. Besondere Unsicherheiten gibt es bei Radius und Maximalmasse von Neutronensternen. Ähnliche Unsicherheiten bestehen bei Quarksternen - sie sind darüber hinaus noch nicht als astronomisches, kompaktes Objekt allgemein anerkannt.

Zum Vergleich sind in den letzten beiden Zeilen die Daten von Sonne und Erde dargestellt. Sie belegen, dass kompakte Objekte in der Tat deutlich kompakter sind, als das, was uns vertraut ist. Erstaunlicherweise zeigt die mittlere Dichte in der letzten Spalte, dass die Erde im Mittel kompakter ist als die Sonne.

12.17.7 Eine aktuelle Forschungsfrage

Grava- und Holosterne haben sich in der *scientific community* noch nicht etabliert. Wie man sich erinnert, war das seinerzeit bei der Einführung Schwarzer Löcher nicht anders. Die neuen Lösungen der Einsteinschen Feldgleichung bilden jedoch eine theoretische Alternative zu den singulären (statischen) Schwarzen Löchern. Was den Gravastern so attraktiv macht, ist dessen *Regularität* im Innern; beim Holostern ist der Bezug zum holographischen Prinzip und zu den Stringtheorien reizvoll. Der Gravastern kommt sogar *ohne Singularität* aus, eine Eigenschaft, nach der viele Physikern schon lange gesucht haben. Leider können Astronomen wie gesagt durch Beobachtungstechniken noch nicht Grava-/Holosterne von Schwarzen Löchern voneinander unterscheiden: die Außenraum-Lösung der Metrik ist identisch. Nach dieser Unterscheidung trachten Astronomen natürlich, um womöglich eine der Lösungen sogar falsifizieren zu können. Der vergleichbar kleine Rotverschiebungsfaktor bei kleinen Radien erschwert eine Unterscheidung anhand von Strahlung aus diesem Bereich deutlich - macht sie eventuell unmöglich. Kompakte Objekte zeigen eine Gravitationsrotverschiebung, die in den Extremfällen alles Interessante abdunkelt. Nur falls die Beobachtungen klar eine rotierende Raumzeit nahe legen, bleibt derzeit keine Alternative zur Kerr-Lösung (falls die CO-Masse größer als etwa drei Sonnenmassen ist). Eine weitere Hoffnung besteht darin, dass **Gravitationswellen** (sobald direkt beobachtet) mehr über die Natur der kompaktesten aller kompakten Objekte erzählen können.

12.17.8 Buchtipp

- ◇ M. Camenzind: **Compact Objects in Astrophysics. White Dwarfs, Neutron Stars and Black Holes**, Springer Berlin, 2007

12.18 Kompaktheit

Thema dieses Eintrags ist die Kompaktheit von **Massen**. Es ist wichtig, dafür ein Kriterium zu haben, um abschätzen zu können, in welchem Fall Rechnungen mit der Newtonschen Gravitationsphysik durchgeführt werden können und in welchem Fall besser Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie benutzt werden sollte.

12.18.1 Definition von Kompaktheit

Es ist plausibel, dass Kompaktheit etwas Ähnliches wie Massendichte ist und daher anwächst, wenn eine Masse sich auf ein kleineres Volumen verteilt. Anstelle des Volumens kann man auch vereinfachend die radiale Ausdehnung verwenden, falls das Objekt etwa Kugelform hat. Ein gutes Kriterium zur Bestimmung der Kompaktheit ist daher bei gegebener Masse M und bei deren gegebenem Radius R das dimensionslose Verhältnis von Gravitationsradius r_g (hier steckt die Masse M) und ihr Radius R . Die Berechnung lautet

$$\mathcal{C} = r_g/R = GM/(Rc^2).$$

Dazu müssen die beiden fundamentalen Naturkonstanten Gravitationskonstante $G = 6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$ und Vakuumlichtgeschwindigkeit $c = 2.99\,792458 \times 10^8 \text{ m/s}$ verwendet werden. Ein Objekt kann als kompakt bezeichnet werden, wenn das **dimensionslose Verhältnis größer als 0.01** ist. Diese Grenze ist etwas willkürlich, kann jedoch empirisch begründet werden, wie im Folgenden demonstriert wird.

12.18.2 Beispiele

Die Kompaktheit $\mathcal{C}$ beträgt für die Erde 7.0×10^{-10} - eine Zahl die so klein ist, dass die Erde alles andere als kompakt ist. Bei den kompakten Objekten in der Astronomie sieht das schon anders aus: ein Weißer Zwerg (etwa Erdgröße, aber schwerer als die Sonne, wenn man wie hier die Chandrasekhar-Grenze annimmt) hat eine Kompaktheit von 4×10^{-4} . Beim Neutronenstern ist der Zahlenwert schon etwa 0.16 - er darf als recht kompakt angesehen werden. Übertroffen wird der Neutronenstern vom hypothetischen Quarkstern (Kompaktheit 0.37) und natürlich von Schwarzen Löchern. Legt man als Radius des Schwarzen Loches den Ereignishorizont zugrunde, so hat ein Schwarzschild-Loch die Kompaktheit von exakt 0.5 (siehe Schwarzschild-Radius) und ein extremes Kerr-Loch liegt unübertroffen bei einer Kompaktheit von exakt 1.

Eigentlich ist aber die Masse eines Schwarzen Loches immer in der Krümmungssingularität bei $r = R = 0$ lokalisiert, so dass jedes Schwarze Loch aus dieser Perspektive sogar **unendliche Kompaktheit** hat!

12.18.3 Warum eine kritische Kompaktheit bei 0.01?

Aus den Zahlenbeispielen geht hervor, dass die Kompaktheit eines Weißen Zwergs 4×10^{-4} und die des Neutronensterns 0.16 betragen. Der kritische Wert liegt also dazwischen. Erfahrungsgemäß sind die allgemein relativistischen Effekte bei Weißen Zwergen nicht so stark ausgeprägt, bei Neutronensternen hingegen schon. Das motiviert zu einem kritischen Wert von etwa 0.01.

12.18.4 Literaturquelle

- ◇ Dissertation von Andreas Müller: *Black Hole Astrophysics: Magnetohydrodynamics on the Kerr geometry*, Landessternwarte Heidelberg (2004), pdf mit knapp 10 MB

$$\begin{array}{c}
 \text{Raumzeit der ART} \\
 \mathcal{M}_{11} = \mathcal{M}_4 \times \mathcal{M}_7 \\
 \begin{array}{cc}
 \text{Welt-Mannigfaltigkeit} & \text{kompaktifizierte} \\
 \text{der M-Theorie} & \text{Mannigfaltigkeit}
 \end{array}
 \end{array}$$

Abbildung 12.5: 11D-Raum konstituiert sich aus 4D-ART-Raumzeit und 6D kompaktifizierten Unterraum.

12.19 Kompaktifizierung

Bei einer Kompaktifizierung wird etwas verkleinert, 'kompakter gemacht'. Der Begriff *Kompaktifizierung* wird als solcher weniger in der Astrophysik, als in den Feldtheorien, vor allem den Stringtheorien verwendet.

12.19.1 Was ist kompaktifiziert?

Einige Feldtheorien fordern mehr Raumdimensionen als die bekannten drei (Länge, Breite und Höhe). Diese weiteren Raumdimensionen heißen Extradimensionen. Sofort ist man versucht zu fragen: Wo sollen denn diese Extradimensionen sein, die offensichtlich in meinem Alltagsleben nicht in Erscheinung treten? Antwort: Sie müssen *kompaktifiziert* sein, d. h. sie sollten auf kleinere Raumskalen 'aufgerollt' sein. Diese Raumskalen müssen wirklich sehr klein sein, mindestens im Bereich von Mikrometern oder kleiner, weil wir nichts von den Extradimensionen bemerken.

12.19.2 Keine Spinnerei, sondern moderne Physik

Das klingt phantastisch, eigentlich hört es sich an wie Science-Fiction, aber weitere Raumdimensionen werden tatsächlich in der modernen Hochenergiephysik diskutiert. Natürlich suchen die Experimentalphysiker nach Anzeichen für die Existenz dieser weiteren Dimensionen, aber bislang gibt es dafür **keinen überzeugenden Beleg**.

Es ist auch unklar, **wie viele Zusatzdimensionen** es geben sollte. Das hängt davon ab, welche Feldtheorie verwendet wird.

12.19.3 Vordenker vor fast 100 Jahren und Nachahmer in der Moderne

Diese Extradimensionen wurden in der **Kaluza-Klein-Theorie** erfunden und haben in den Stringtheorien eine Renaissance erfahren. In der Kaluza-Klein-Theorie fing alles noch zurückhaltend an, und es wurde nur eine räumliche Zusatzdimension gefordert.

In den Stringtheorien sind es dagegen sechs, in der **M-Theorie** sogar sieben räumliche Zusatzdimensionen. Das illustriert die Gleichung 12.5: Die Raumzeit der M-Theorie (links) setzt sich zusammen aus der gewohnten, vierdimensionalen Raumzeit der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) und dem 'neuen, zusätzlichen Raum', der kompaktifiziert und siebendimensional ist (rechts). In den Stringtheorien spannen sogar mehrere kompaktifizierte Raumdimensionen einen Unterraum auf. Aktuell untersuchen die Stringtheoretiker **Orbifolds** und **Calabi-Yau-Mannigfaltigkeiten**, auf denen Strings und p-Branen 'leben'.

12.19.4 Warum braucht man mehr Raum?

Die Extradimensionen sind nötig, um einen Ausweg aus dem **Hierarchie-Problem** zu finden. Dieses Problem besteht darin, dass die Gravitation eine Sonderrolle unter allen vier Naturkräften spielt: sie ist die *schwächste* aller Wechselwirkungen, dominiert aber wegen ihrer unendlichen Reichweite (Ruhemasse des hypothetischen Gravitons ist null) das Universum als Ganzes. Die *Kopplungskonstanten*, ein Maß für die Stärke einer Wechselwirkung, parametrisieren in adäquater Weise die vier Wechselwirkungen und ermöglichen deren Vergleich. Im Rahmen der Großen Vereinheitlichten Theorien (GUT) zeigt sich, dass sich die Kopplungskonstanten von starker und elektroschwacher Wechselwirkung zu hohen Energien betrachteter Teilchen hin angleichen (*dimensionale Transmutation*): das ist gerade das Wesen der Vereinheitlichung bei Energien ab 2×10^{16} GeV (1 GeV entspricht etwa der Protonenmasse). Die Kopplungskonstante der Gravitation kann erst durch Hinzunahme von Extradimensionen in diesen Bereich 'gedrückt' werden.

12.19.5 Sie suchen Raum? Nehmen Sie Waagen, Scheiben oder Neutronen!

Weil zusätzliche Raumdimensionen auf makroskopischen Skalen bisher nicht in Erscheinung traten, sind sie vermutlich auf sehr kurze Abstände beschränkt, d. h. kompaktifiziert. In welchem Maße diese Kompaktifizierung vorliegt, sollen hochpräzise Messungen mit Torsionswaagen belegen, die an das klassische *Cavendish-Experiment* angelehnt sind. Dabei betrachten die Experimentatoren die gravitativen Kräfte zwischen Metallkugeln mit hoher Präzision. Sie machen sich auf die Suche nach **Abweichungen vom klassischen Newtonschen Gravitationsgesetz**, weil es durch die zusätzlichen Raumdimensionen modifiziert wird (Warum das so ist wird im u.g. Vortrag vorgerechnet.)

Eine ganz andere Möglichkeit bieten Fallexperimente der Moderne: allerdings werfen die Physiker dazu keine Testmassen vom Schiefen Turm von Pisa, sondern betrachten Neutronen zwischen Platten. Da die Neutronen auch eine Masse haben, sind sie Gravitationskräften ausgesetzt, die es erlauben, die Existenz von Extradimensionen im Mikrometerbereich zu testen. In den Neutronenexperimenten konnten keine Hinweise auf Extradimensionen im Bereich zwischen einem und zehn Mikrometern gefunden werden (*Abele et al.*, Lect. Notes Phys. 631, 355, 2003; Preprint hep-ph/0301145)!

Eine aktuelle Studie basiert auf der Messung der Gravitationskräfte zwischen zwei Scheiben. In diesem Experiment wurden Anzeichen von Extradimensionen sogar von dem Millimeter- bis in den Mikrometerbereich hinunter gesucht - ohne Erfolg. Der Kompaktifizierungsradius der Extradimensionen muss demzufolge kleiner sein als 44 Mikrometer (*Kapner et al.*, Phys. Rev. Lett. 98, 021101, 2007; Preprint hep-ph/0611184). Das aktuelle Resultat lautet daher:

*Extradimensionen konnten bis in den Mikrometerbereich **nicht** nachgewiesen werden!*

12.19.6 LHC, das Ass im Ärmel

Sorry, Science-Fiction-Fans, aber das ist der Status der harten, physikalischen Realität. Doch natürlich geben sich die Physiker nicht so leicht geschlagen und suchen weiter. Eine weitere Möglichkeit bieten moderne Teilchenbeschleuniger. Die theoretische Erwartungshaltung ist, dass Extradimensionen die Planck-Skala herabsetzen, je nach Anzahl der Dimensionen, eventuell bis in den TeV-Bereich. Dies ist gerade die Energiegrenze aktueller Teilchenbeschleuniger, so dass man sich erhofft, dass Effekte der

Extradimensionen nachgewiesen werden können. Falls das weiterhin nicht gelingt, so haben die Physiker wenigstens ein neues Limit für den Kompaktifizierungsradius. Sollten sich die Extradimensionen hartnäckig einem Nachweis entziehen, so sollte man sich über alternative Theorien *ohne* Zusatzdimensionen Gedanken machen. Das ist schon in Arbeit. Ein Beispiel einer quantisierten Gravitationstheorie ohne Extradimensionen ist die Loop-Quantengravitation.

12.19.7 Weitere Informationen

- ◇ Vortrag: An introduction to Brane World Cosmology (Stand März 2004).

12.20 Kompaneets-Gleichung

Diese komplizierte, *partielle Integro-Differentialgleichung* beschreibt mathematisch die Comptonisierung. Man kann sie numerisch für vorgegebene Elektronenverteilungen, Inputstrahlung und Geometrien lösen. Die Strahlungstransportgleichung ist *siebendimensional*: drei Raumrichtungen, zwei Raumwinkel, eine Frequenz der Strahlung, und eine Zeitkoordinate.

12.20.1 flach okay, gekrümmt oje

Für Strahlung, die durch einen Nebel in einer flachen Metrik propagiert ist das Strahlungstransportproblem vielfältig untersucht und gelöst worden. Für gekrümmte Metriken (kovarianter Strahlungstransport) ist die numerische Behandlung außerordentlich kompliziert und bisher nicht gelöst. Diese Herausforderung muss jedoch bei Strahlungsprozessen um Schwarze Löcher bestanden werden.

12.21 konforme Transformation

In der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) benutzt man konforme (übersetzt eigentlich: 'gemeinsame Form') Transformationen, um sich ausgehend von einer gegebenen Metrik die zugehörige **konforme Metrik** zu beschaffen. In der Gleichung rechts sind Metrik (rechts) und konforme Metrik (links) über den **konformen Faktor** (Ω) miteinander verknüpft. Der konforme Faktor ist im Allgemeinen eine Funktion von verschiedenen Koordinaten. Als konformer Faktor geeignet ist beispielsweise die *Arcus Tangens Funktion*. Sie ordnet einem Intervall von $-\infty$ bis $+\infty$ einen Intervall von $-\pi/2$ bis $+\pi/2$ zu.

Sinn dieser Prozedur ist es, das Verhalten im Unendlichen von Metriken auf einen endlichen Bereich abzubilden. Die konforme Metrik hat *per definitionem* dieselben Eigenschaften, so dass die Ergebnisse dieser Untersuchung auf die Ausgangsmetrik übertragen werden dürfen.

12.21.1 Wozu braucht man das?

Die konforme Transformation ist ein wesentlicher Schritt, um von Raumzeiten das **Penrose-Diagramm** darzustellen. Geeignete konforme Faktoren führen so eine 'physikalische' Metrik auf eine 'unphysikalische', deren Studium das asymptotische Verhalten der physikalischen Metrik offenbart.

12.22 Kongruenz

Eine Kongruenz von Kurven ist in der Differentialgeometrie so definiert, dass durch jeden Punkt der Mannigfaltigkeit **genau eine** Kurve geht. Diese Voraussetzung ist beim **Paralleltransport** von Tensoren wesentlich und wird im Zusammenhang mit der Lie-Ableitung benötigt. Diese wiederum ist ein mathematisches Werkzeug, um die Symmetrien von Raumzeiten in der Allgemeinen Relativitätstheorie zu bestimmen.

12.23 Koordinatensingularität

Koordinatensingularitäten sind Singularitäten, die durch eine *unzulängliche* Wahl der Koordinaten für Raumzeiten in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) entstehen. Sie sind deshalb nur scheinbar und behebbar. Daher rührt auch die alternative Bezeichnung *hebbare Singularitäten*.

12.23.1 Warum sollte man sie beheben wollen?

Die Koordinatensingularitäten können zu großer Verwirrung in der physikalischen Interpretation von Raumzeiten führen - das geschah in der Vergangenheit, und das geschieht auch heute noch. Da die Koordinatensingularitäten keine physikalische Bedeutung haben, ist es das Interesse der Relativitätstheoretiker sie zu entfernen.

12.23.2 Wie geht man bei der Beseitigung vor?

Die Theoretiker tauschen die Koordinaten aus. Sie denken sich ein geeignetes neues Koordinatensystem aus, in dem die scheinbaren Singularitäten verschwinden. Diese Prozedur ist nicht trivial. Es hat sich als guter Ansatz bewährt, sich die Struktur der Geodäten der jeweiligen Metrik anzuschauen, und die neuen Koordinaten an die Geodäten anzupassen. Die Theoretiker führen schließlich eine *Koordinatentransformation* durch. In der Analyse der Raumzeit in den neuen Koordinaten stellt sich dann (hoffentlich) heraus, dass die Koordinatensingularitäten verschwunden sind. In der Regel ist es dann auch so, dass das neue Koordinatensystem etwas komplizierter ist, dass z. B. der metrische Tensor mehr Komponenten hat, die verschieden von null sind.

12.23.3 zwei Beispiele

Die Schwarzschild-Lösung hat in ihrer üblichen Darstellung ('Schwarzschild-Koordinaten') eine Koordinatensingularität am Schwarzschild-Radius, dem Ereignishorizont eines nicht rotierenden Schwarzen Loches. Diese 'unechte' Singularität verschwindet, wenn man eine Transformation auf neue Koordinaten, die so genannten *Kruskal-Szekeres-Koordinaten* durchführt.

Auf vergleichbare Weise verschwindet bei rotierenden Schwarzen Löchern (mathematisch beschrieben durch die Kerr-Metrik) die Koordinatensingularität an den Horizonten und auf der Achse, wenn man von Boyer-Lindquist-Koordinaten auf Kerr-Schild-Koordinaten übergeht.

Eine genaue Beschreibung im Zusammenhang und vor allem eine Gegenüberstellung zu den **intrinsischen Singularitäten** gibt es unter dem Eintrag Singularität.

12.23.4 Web-Artikel

- ◇ Im Web-Artikel Schwarze Löcher - Das dunkelste Geheimnis der Gravitation befassen sich die Kapitel 'Die Schwarzschild-Lösung' und 'Die Kerr-Lösung' mit den genannten, neuen Koordinatensystemen.

12.24 Kopenhagener Deutung

Die Kopenhagener Deutung ist eine Interpretation, die von essentieller Bedeutung für die Quantentheorie ist. Die Deutung betrifft die **Wellenfunktion**, symbolisiert durch Ψ , die die Lösung der fundamentalen Schrödinger-Gleichung ist.

12.24.1 Historisches

Der Begriff *Kopenhagener Deutung* wurde nach der Kopenhagener Schule um den dänischen Physiker *Niels Henrik David Bohr* (1885 - 1962), einem führenden Quantenphysiker benannt. Er erhielt 1922 den Nobelpreis für Physik für seine Leistungen auf dem Gebiet der Atomphysik, speziell die quantenmechanische Behandlung der Elektronenzustände in der Atomschale und den damit verbundenen elektromagnetischen Strahlungsübergängen (*Bohr-Atommodell*). Die eigentliche Kernidee der Kopenhagener Deutung stammt jedoch von dem deutschen Quantenphysiker *Max Born* (1882 - 1970). Er lieferte eine **neue statistische Interpretation der Quantenmechanik**, was mit dem Nobelpreis für Physik 1954 belohnt wurde. Die Ausarbeitung dieses Konzepts geschah bereits 1925/26 in Göttingen, auch zusammen mit *Werner Heisenberg* (1901 - 1976, Nobelpreis 1932). 1927 hielt sich Heisenberg in Kopenhagen auf. Dort griff er Borns Ansatz mit Bohr auf. Heisenberg entwickelte die Matrizenmechanik, die eine Alternative zur Wellenmechanik von *Erwin Schrödinger* (1887 - 1961) darstellt. Auf der Basis dieser Formulierungen und Borns Interpretation gelang dem Kopenhagener Kreis, im Wesentlichen Heisenberg und Bohr, die Grundlegung eines **neuen physikalischen Weltbildes ohne Determinismus und Kontinuität**. So wurde auch der Begriff der physikalischen Realität neu definiert, was enorme erkenntnistheoretische Konsequenzen hatte.

12.24.2 Kern der Deutung

Das Entscheidende an der Kopenhagener Deutung ist die Beziehung zwischen Wellenfunktion und **Messprozess**: Gemäß Borns neuer Interpretation befindet sich das quantenmechanische Teilchen **vor der Messung gleichzeitig an allen Orten**, wo die Wellenfunktion nicht verschwindet! Erst im Moment der Messung 'kollabiert' die Wellenfunktion und das Teilchen lokalisiert an einem bestimmten Ort. Die Quantenphysiker sagen: *Vor* der Messung ist ein Zustand eine **kohärente Überlagerung aller möglichen Zustände**, *nach* der Messung steht dann ein bestimmter der möglichen Zustände fest.

12.24.3 Gott würfelt nicht!

Die Kopenhagener Deutung ist auch unter Physikern umstritten, weil diese radikale Sichtweise nicht immer erforderlich ist. Prominente Gegner der Kopenhagener Deutung waren der Entdecker der Energiequanten *Max Planck* (1858 - 1947, Nobelpreis 1918), der Erforscher der Röntgenkristallographie *Max von Laue* (1879 - 1960, Nobelpreis 1914), der Begründer der

Wellenmechanik *Erwin Schrödinger*, der Begründer der Materiewellen *Louis de Broglie* (1892 - 1987, Nobelpreis 1929) und vor allem der 'Vater der Relativitätstheorie' *Albert Einstein* (1879 - 1955, Nobelpreis 1921), der lapidar sagte '*Gott würfelt nicht!*'.

12.24.4 Paralleluniversen?

Die **Viele-Welten-Theorie** oder **Mehrwelt-Interpretation** von *H. Everett* (1957) geht noch weiter: Mit jeder durchgeführten Messung spaltet ein zuvor unbestimmter Zustand in viele Welten auf! Anders gesagt: Alles was möglich ist, also endliche Wahrscheinlichkeit hat, geschieht. Unsere Welt, unser Universum, ist nur ein ganz bestimmtes. Alle anderen, die ebenso alternativ möglich wären, gibt es auch, nur nicht in unserem Universum! Im Rahmen der Quantenkosmologie führt dies zur Hypothese, dass Paralleluniversen existieren.

12.25 Korona

Der Begriff *Corona* kommt aus dem Lateinischen und bedeutet *Kranz* oder *Krone*. In der Medizin (*Kardiologie*) kennt man die *Koronargefäße*, die das Herz kranzförmig umgeben und es mit Nährstoffen versorgen. Koronen gibt es auch in der Astrophysik. Prominent ist die **Korona der Sonne**. Die solare Korona ist ein unter normalen Umständen *unsichtbarer Lichtkranz*, der nur bei Sonnenfinsternissen spektakulär in Erscheinung tritt. Die Sonnenkorona ist die Berandungszone der Sonne und mit zwei bis fünf Millionen Grad sehr heiß. Sie überschreitet die Temperatur der Sonnenoberfläche, der Photosphäre (6000 Grad), um drei Größenordnungen! Dies war lange Zeit ein großes Rätsel kann aber mittlerweile mit den Methoden der **solaren Magnetohydrodynamik** erklärt werden: MHD-Wellen und Plasmawellen kommen aus dem Inneren der Sonne. Sie heizen die Korona stark auf und füttern sie sowie die Sonnenumgebung mit Teilchen, dem so genannten **Sonnenwind**.

12.25.1 Ein heißes Teil

Allgemein gesprochen ist eine Korona in der Astronomie ein besonders heißes Gebiet. Anfangs haben Astronomen aus Gründen der Einfachheit ihre Form auf Punktquellen oder kugelartige, kranzförmige Gebilde beschränkt; inzwischen sind verschiedene Geometrien je nach kosmischer Quelle vorgeschlagen worden.

In der Physik der kompakten Objekte spricht man ebenfalls von Koronen. Dort begegnet man den **Koronen in der Akkretionsphysik**, z. B. beim Einfall von Materie auf ein Schwarzes Loch. Um diese Koronen soll es vor allem in diesem Lexikoneintrag gehen. Weil die Korona so heiß ist, strahlt sie thermisch im Bereich hoher Strahlungsenergien. Deshalb sind die Koronen in der **Röntgenastronomie** anzusiedeln. Die hochenergetische, elektromagnetische Strahlung der Korona sorgt für einige charakteristische Spektraleigenschaften, die Astronomen bei Röntgendoppelsternen und Aktiven Galaktischen Kernen (AGN) beobachten.

12.25.2 Das Compton-Kontinuum

Die koronale Primärstrahlung selbst befindet sich als thermisches Spektrum im UVX-Bereich. Niederenergetische Strahlung aus der Umgebung wird in der Korona Comptonisiert (inverse Compton-Streuung, IC) und wird so in hochenergetische Strahlung transformiert. Die dazu erforderlichen 'kalten Saatphotonen' können von der Standardscheibe oder dem kosmischen

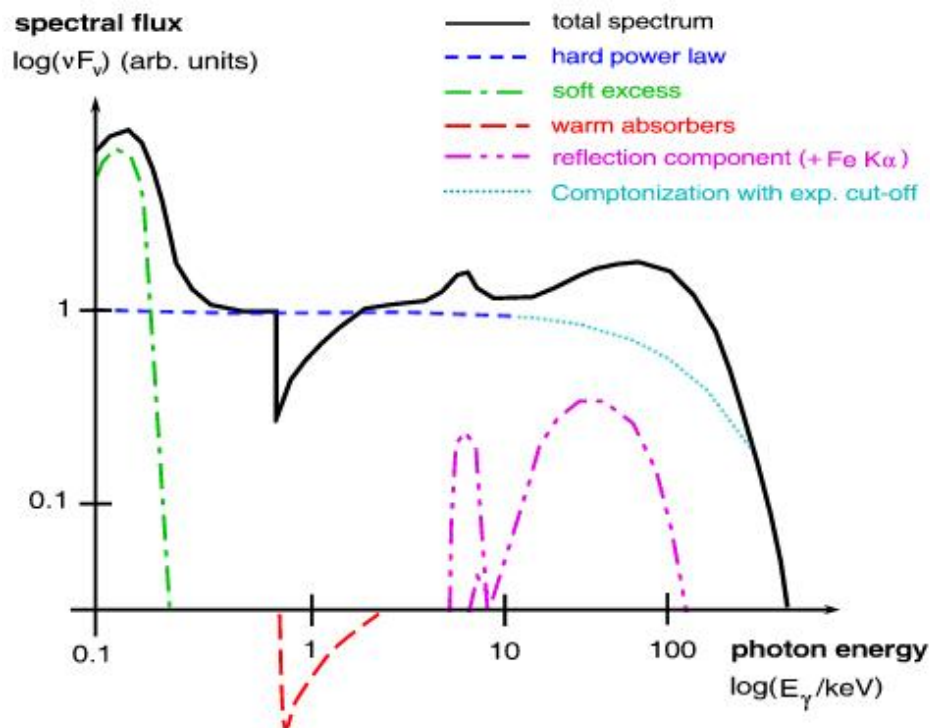


Abbildung 12.6: typisches Röntgenspektrum eines AGN Typ-1.

Hintergrund kommen. Treffen die kalten Photonen (in der Abbildung unten rot dargestellt) auf das heiße Koronagas, werden sie invers Compton gestreut und gewinnen dabei deutlich an Energie (blau dargestellt). Im Röntgenspektrum zwischen etwa einem und einigen hundert keV ist dieses **Compton-Kontinuum** klar zu detektieren. Durch den Energieverlust bei der Compton-Streuung kühlt das koronale Gas. Außerdem kann die Koronastrahlung bei bestimmten Geometrien auf die kalte Standardscheibe gestrahlt werden. Weil diese ionisiert ist, wirkt sie wie ein Spiegel und reflektiert die Koronastrahlung. Im Spektrum macht sich dieser *Reflexionsbuckel* (engl. *reflection bump*) bei etwa 20 keV bemerkbar (siehe Grafik 12.6). Auf diese Weise können Röntgenastronomen direkte Strahlung aus der Korona und zeitversetzt indirekte Koronastrahlung, die an der Scheibe reflektiert wurde, detektieren. In diesem Zeitversatz steckt die Information von Laufzeitunterschieden der Strahlung. Das kann man sich zunutze machen, um die **Geometrie der Korona** herauszufinden. Diese Technik, wo man Beleuchtungseffekte und Spiegelungseffekte ausnutzt, heißt Reverberation Mapping (engl. *reverberation*: 'zurückstrahlen', *to map*: 'kartieren').

12.25.3 Gestalt der Korona

Die Koronageometrie und -morphologie ist Gegenstand der Forschung und von großem Interesse in der Akkretionsphysik. Es ist anzunehmen, dass unterschiedliche, akkretierende Objekte im Allgemeinen verschiedene Koronageometrien aufweisen. Kennt man sie, so können Astronomen einige Aussagen über die Akkretionsphysik des Objekts treffen, z. B. die Akkretionsrate oder Relevanz von Strahlungskühlung abschätzen. Eine typische

Eigenschaft dieser Röntgenquellen ist jedoch auch die **Variabilität**, also zeitliche Variationen im Röntgenfluss, die in immer wieder aufgenommenen Spektren dokumentiert werden. Astronomen interpretieren das so, dass auch die Geometrie des Akkretionsflusses - also auch der Akkretionsscheibe und der Korona - variieren. Das kann dann geschehen, wenn beispielsweise die Korona torusförmig ist und vom großskaligen Akkretionsfluss von außen aufgefüttert wird. Unterbleibt die Fütterung, beispielsweise aufgrund magnetischer oder turbulenter Effekte oder durch Instabilitäten im Akkretionsfluss, so baut sich die Korona langsam ab. Sie schrumpft und kann weniger strahlen. Solche Szenarien könnten die Beobachtungen erklären. Reverberation mapping ist dabei eine wertvolle Methode. Auch Simulationen von Akkretionsflüssen im Rahmen der theoretischen Astrophysik belegen die Variabilität der Strukturen. Weil die Akkretionsstrukturen variabel sind, sind es auch die Spektrallinien, die aus dieser Region kommen.

Die Geometrie der Korona hängt davon ab, welche Akkretionsphysik in der Nähe des Lochs (oder anderer Akkretoren) abläuft. Bisher wurden die Szenarien eingeteilt in

- ◇ abgeflachte Geometrien (engl. *slab corona model*),
- ◇ platte Sandwichkonfigurationen (engl. *sandwich corona model*),
- ◇ sphärische oder sphäroidale Geometrien (engl. *sphere+disk model*),
- ◇ toroidale Geometrien (engl. *torus+disk model*),
- ◇ löchrige Koronen (engl. *patchy corona model*, *pill box model*)
- ◇ 'Laternenpfahl-Modell' mit koronaler Punktquelle über dem Akkretionsfluss (engl. *lamp-post corona model*)

Eine schematische Übersicht dieser Modelle zeigt die Abbildung 12.7. Die Astronomen diskutieren außerdem die Möglichkeit, dass der in unmittelbarer Nähe zum Akkretor gestartete Jet die Funktion einer Korona übernimmt. Das ausströmende Plasma ist ebenfalls recht heiß und könnte als Primärquelle dienen.

12.25.4 reflektierte Koronastrahlung als Spektrallinie

Die spektrale Reflexionskomponente hat noch einen wesentlichen Zusatz: **Fluoreszenzlinien**. Sie treten auf, wenn das nicht vollständig ionisierte Material in der Standardscheibe die koronale Röntgenstrahlung absorbiert. Dies geschieht etwa ab einer Schwelle der Strahlungsenergie von 7.1 keV. Dann werden die Elektronen von inneren auf äußere Atomschalen (K-Schale nach L-Schale) angeregt, fallen aber nach kurzer Zeit unter Aussendung charakteristischer Fluoreszenzphotonen wieder zurück. Die fluoreszierenden Atome bzw. Ionen dürfen nicht vollständig ionisiert sein, denn ohne Elektronen kein Übergang. Fluoreszenzlinien entstehen auch nur bei einer hohen räumlichen Nähe von kaltem (Standardscheibe) und heißem (Korona) Material. Räumliche Nähe, signifikante Größe und Effizienz der Korona, Vorhandensein einer kalten Standardscheibe sind nicht immer gegeben. Deshalb beobachtet man auch nicht bei allen Akkretoren Fluoreszenzlinien! Eine alternative Erklärung dafür, dass Röntgenfluoreszenzlinien fehlen, ist, dass die Akkretionsscheibe innen abgeschnitten ist (*Müller & Camenzind 2004*). Solche *trunkierten Scheiben* könnten Folge einer effizienten Kühlung durch Strahlung sein. Die Astronomen haben sich bislang in dieser Frage nicht geeinigt.

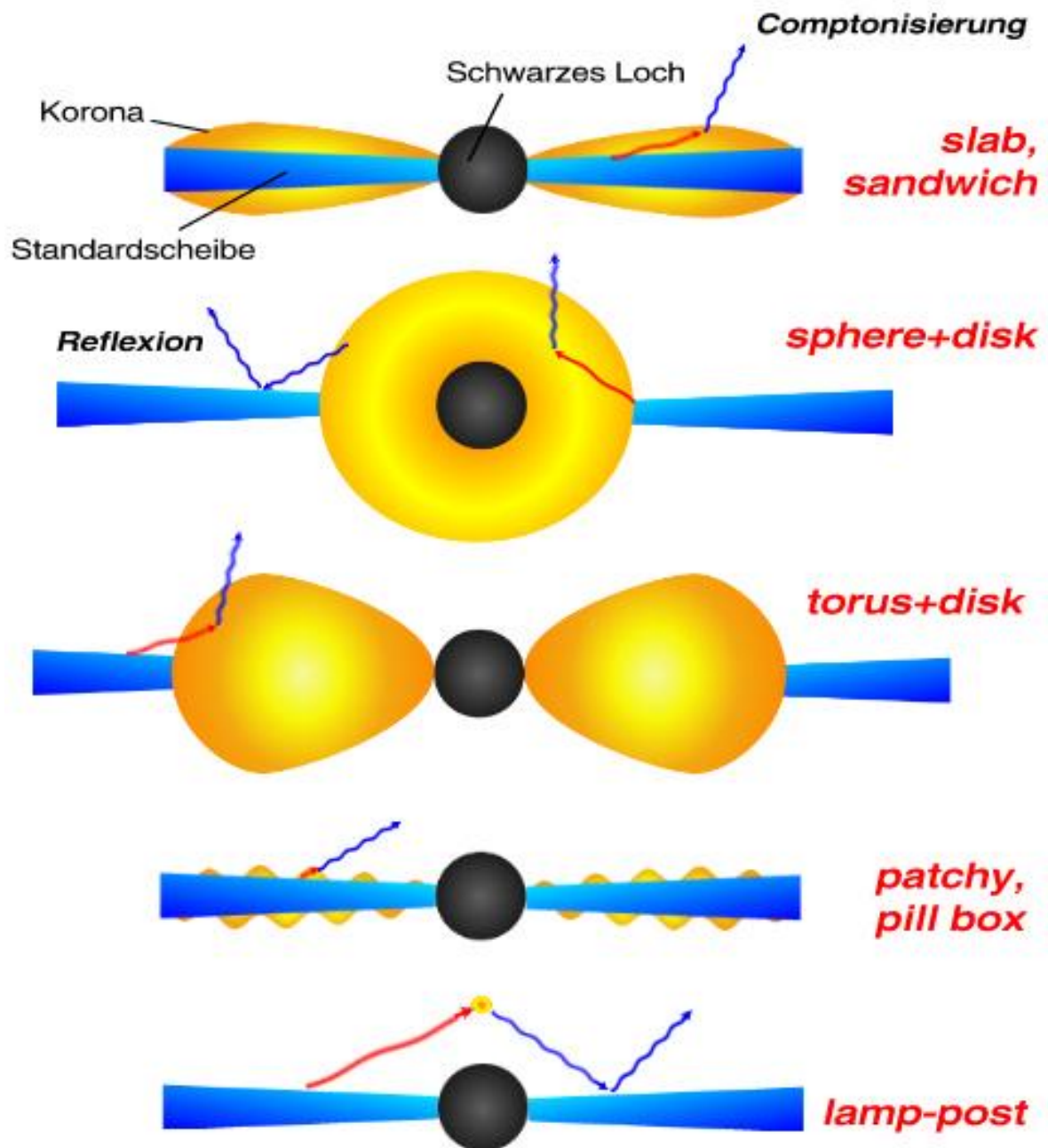


Abbildung 12.7: Geometrien der Korona in der Akkretionsphysik.

Es ist rätselhaft, weshalb die Astronomen im **Galaktischen Zentrum** (der Mitte der Milchstraße), assoziiert mit der kompakten Radioquelle Sgr A*, nach wie vor keine Röntgenfluoreszenzlinien beobachtet haben. Vermutlich gibt es dort keine Akkretionsscheibe, weil zu wenig Material auf das zentrale supermassereiche Schwarze Loch stürzt. Das Zentrum der Milchstraße stellt die Akkretionsphysiker vor große Herausforderungen. Wenn es überhaupt ein paar Fluoreszenzphotonen dort geben sollte, so ist ihr spektraler Fluss für eine Beobachtung auf der Erde zu stark unterdrückt. Dies ist allerdings nur *eine* der möglichen Spekulationen.

12.25.5 Fe K - Dominanz von Eisen

Verschiedene chemische Elemente in der Standardscheibe können die Fluoreszenzstrahlung aussenden. Besonders dominant ist jedoch Eisen (chem. Symbol *Fe*), weil die Fluoreszenzausbeute dieses Elements sehr hoch ist. Daneben mag es marginale Beiträge von Nickel (*Ni*) und Chrom (*Cr*) geben. In der Röntgenastronomie werden fast exklusiv die **Fe-K-Linien** betrachtet, die leichte Unterschiede in der Ruheenergie aufweisen. Die Unterschiede hängen davon ab, welcher elektronische Übergang stattfindet (von welcher Atomshell zu welcher Atomshell) und wie sehr das Eisenatom ionisiert ist. Die prominenteste Fluoreszenzlinie ist die Eisenlinie bei Strahlungsenergien von etwa 6.4 keV im Ruhesystem des Emitters (Fe K α). Eisen ist bei diesem Übergang neutral, was Astronomen mit der Bezeichnung *FeI* notieren (siehe zur Nomenklatur unter Metall), und das Fluoreszenzphoton wird beim Übergang von der L- in die K-Schale emittiert.

12.25.6 Was Linienprofile verraten

Eisenlinien eignen sich besonders zur Diagnostik mit relativistischen Emissionslinien, denn sie werden in unmittelbarer Nähe stark gravitierender Objekte, wie Schwarzen Löchern emittiert. Die gekrümmte Raumzeit lenkt die Fluoreszenzphotonen auf gekrümmte Bahnen, weil Photonen den Nullgeodäten der betreffenden Raumzeit folgen. Die Nullgeodäten in der Umgebung von Schwarzen Löchern folgen aus Geodätengleichung der Schwarzschild-Metrik (keine Rotation) oder der Kerr-Metrik (rotierendes Loch). Die Form der Nullgeodäte hängt davon ab, an welchem Ort und in welche Richtung das Photon emittiert wird. Die allgemein relativistischen Effekte bleiben nicht ohne Folgen für die Form der Spektrallinie: Nehmen wir vereinfachend an, im Ruhesystem des Plasmas habe die Spektrallinie die Form eines unendlich scharfen Peaks, einer so genannten Delta-Distribution (alternativ lässt sich das Profil auch durch eine Gauß-Funktion, einem 'stark lokalisierten Buckel' beschreiben). Ein Beobachter im Unendlichen (im asymptotisch flachen Bereich der Raumzeit, wie der Relativist sagt) betrachtet nun das, was von der Emissionslinie bei ihm ankommt. In diesem Beobachtersystem (einer Tetrade) zeigt sich, dass die scharfe Spektrallinie des Ruhesystems verschmiert wurde. Sie ist nun schief, asymmetrisch und viel breiter! Das ist im Allgemeinen die Auswirkung relativistischer Effekte, wie Blauverschiebung (*Beaming*), Gravitationsrotverschiebung, aber auch des Doppler-Effekts. Die resultierenden, relativistischen Linienprofile im Beobachtersystem kann man mit dem numerischen Verfahren Ray Tracing auf Computern berechnen und visualisieren. Studien unterschiedlicher Parametersätze lassen so auf die Eigenschaften des Systems aus Schwarzen Loch, Akkretionsscheibe und Korona schließen.

12.25.7 Web-Artikel & Vortrag

Diese Thematik habe ich in meiner Diplomarbeit (2000) und auch in der Doktorarbeit (2004) behandelt. Deshalb gibt es gleich mehrere Web-Artikel und ein Vortrag, die sich mit unterschiedlichem Schwerpunkt dem Thema widmen:

- ◇ Web-Artikel: Gefangenes Licht - Relativistisches Ray Tracing
- ◇ Web-Artikel: Röntgenlinien - Sendboten von Loch und Scheibe
- ◇ Web-Artikel: Schwarze Löcher - Das dunkelste Geheimnis der Gravitation
- ◇ Vortrag: Relativistic Emission Lines of Accreting Black Holes (Stand Mai 2003)

12.26 Korrespondenzprinzip

Das Korrespondenzprinzip ist eines der wesentlichen Prinzipien, die *Albert Einstein* zu seiner Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) inspirierten. Daneben sind das Äquivalenzprinzip, das Machsche Prinzip, das Kovarianzprinzip, und das Prinzip minimaler gravitativer Kopplung zu nennen.

12.26.1 Recycling von Theorien

Das Korrespondenzprinzip hat jedoch einen ganz allgemeinen Charakter, ähnlich wie das Kovarianzprinzip. Es besagt, dass alle erfolgreichen Theorien und Modelle, die vorangegangen sind, mit einer neuen Theorie reproduziert werden können müssen. In diesem Sinne steht die neue Theorie mit den alten in Korrespondenz. In der Regel enthalten neue Theorien die älteren Modellbildungen in einem Grenzfall.

12.26.2 Beispiel: Gravitationstheorien

So enthält die ART die Spezielle Relativitätstheorie (SRT) im Grenzfall verschwindender Gravitationsfelder. Ebenso enthält die ART aber auch die **Newtonsche Theorie** im Limes schwacher Gravitationsfelder und kleiner Geschwindigkeiten gegenüber der Lichtgeschwindigkeit. An eine noch zu findende Quantengravitation ist die Anforderung zu stellen, dass sie im Limes starker Gravitationsfelder und großer Raumskalen die ART enthalten muss.

12.26.3 hierarchischer Aufbau der Naturwissenschaften

Das Korrespondenzprinzip ist bei sukzessiver **Ausgestaltung des naturwissenschaftlichen Weltbildes** von unschätzbarem Wert, sorgt es doch (in der Regel) in einem *konstruktivem Sinn* für einen Zugewinn an Wissen, *ohne* dass bisher Erfolgreiches ad absurdum geführt werden muss. Natürlich kann es auch zu *naturwissenschaftlichen Revolutionen* kommen, wo mit der althergebrachten Sichtweise der Dinge radikal gebrochen werden muss. So revolutionierte die ART die Sichtweise von Raum, Zeit, Energie und Bezugssystem (siehe Raumzeit, Lorentz-Kontraktion und Zeitdilatation), während die Quantentheorie die Begriffe und Vorstellungen von Feld, Teilchen und Messbarkeit revolutionierte (z. B. Unschärfe, Welle-Teilchen-Dualismus, Wellenfunktion, Kopenhagener Deutung, Quantenvakuum, Tunneleffekt).

12.26.4 Web-Essay

- ◇ Alles graue Theorie?,

12.27 Kosmische Strahlung

Die kosmische Strahlung (engl. *cosmic rays*, CR) oder Höhenstrahlung ist schon recht lange bekannt. Es handelt sich um einen **hochenergetischen Teilchenstrom** (*Korpuskularstrahlung*) mit Energien von 10^7 bis 10^{20} eV. Der Fluss der kosmischen Strahlung beträgt in mittleren Breiten etwa zwei Teilchen pro 100 cm^2 und Sekunde. Die hochenergetische Strahlung vermag sogar tief in Wasser und Gestein einzudringen.

12.27.1 Zusammensetzung der kosmischen Strahlung

Der Teilchenstrom besteht aus Protonen, Alphateilchen, Elektronen, schwereren Ionen und Photonen. Diese **Primärstrahlung** wird bis sie auf der Erdoberfläche ankommt verändert, dadurch dass sie in der Hochatmosphäre zahlreiche Reaktionen mit Gasmolekülen und anderen Teilchen eingeht. Die daraus hervorgehende Strahlung heißt **Sekundärstrahlung**, die man in drei Komponenten unterscheidet:

- ◇ *Neutronenkomponente*, die in einer Höhe von etwa 15 Kilometern erzeugt wird. Hier werden sekundäre Teilchenschauer erzeugt, indem die Primärstrahlung Atomkerne der Hochatmosphäre zerreißt;
- ◇ *harte Komponente*, bestehend aus Myonen und
- ◇ *weiche Komponente*, die aus hochenergetischen Photonen und Elektronen besteht.

Photonen der dritten Komponente entstehen beim Zerfall neutraler Pionen und erzeugen die bekannte **Kaskadenstrahlung**: aus den Photonen (Gammaquanten) bilden sich Elektron-Positron-Paare (Energieäquivalent 1.02 MeV). Die Elektronen und Positronen werden an umgebenden Atomkernen abgebremst und erzeugen die charakteristische **Bremsstrahlung**. Die Photonen der Bremsstrahlung sind immer noch sehr energiereich und erzeugen ihrerseits wieder Elektron-Positron-Paare. Diese Teilchenschauer (engl. *air shower*) können mit *Air-shower-Detektoren* beobachtet werden. Diese Detektoren bestehen aus einer Anordnung vieler lichtempfindlicher Photo-Multiplier-Tubes (PMTs).

12.27.2 Mit Einstein-Effekten kommt man weiter

Die Teilchen der kosmischen Strahlung und ihre Sekundärteilchen bewegen sich relativistisch schnell, so dass sie in einem engen Kegel die Atmosphäre passieren. Bei den Myonen konnte gezeigt werden, dass sie dabei weiter kommen, als man klassisch erwarten würde: die Zeitdilatation der Speziellen Relativitätstheorie bewirkt eine Dehnung des Eigenzeitintervalls, so dass sie längere Wege durch die Atmosphäre zurücklegen können.

12.27.3 Spektrum und Herkunft kosmischer Strahlung

Der Abfall der Verteilung der Kosmischen Strahlung bei hohen Energien erklärt man durch den GZK-cut-off, der Mitte der 1960er Jahre postuliert, aber noch nicht zweifelsfrei

nachgewiesen wurde. In den aktuellen Messungen des Air-shower-Detektors AGASA fehlt sogar der GZK-cutoff. Ob 'neue Physik' dabei eine Rolle spielt ist Gegenstand aktueller Forschung. Ebenso ist die **Herkunft kosmischer Strahlung** nach wie vor unklar. Es gibt eine Reihe von Kandidaten, die für die Emission kosmischer Strahlung verantwortlich sein können: Aktive Galaktische Kerne (AGN), Neutronensterne (z. B. der Crab-Pulsar), Überreste von Supernovae und Hypernovae (also SNRs und GRBRs), Mikroquasar, aber auch Annihilation (Vernichtung) von exotischer Materie. In Bezug auf die letzte Quelle kosmischer Strahlung wurde vorgeschlagen, dass zwei **Neutralinos**, leichte, hypothetische Teilchen der Supersymmetrie (SUSY), in Gammastrahlung annihilieren. Dies solle funktionieren, weil man vermutet, dass das Neutralino ein *Majorana-Teilchen*, also sein eigenes Antiteilchen sei. Solche Modelle laufen unter dem Begriff **DarkSUSY**, wo supersymmetrische Teilchen (als ein Bestandteil) die Dunkle Materie konstituieren. Auch das ist Neuland im Überlappungsgebiet von Astrophysik und Teilchenphysik.

12.28 Kosmische Strings

Eine bestimmte Form von topologischen Defekten (siehe dort für anschauliche Erklärung), die in einem Higgs-Mechanismus mit komplexem Higgs-Feld auftauchen. Kosmische Strings können als topologische Erweiterung von *Domänenwänden* (engl. *domain walls*) aufgefasst werden. Solche Erweiterungen haben den Oberbegriff *topologische Defekten*. Sie treten immer bei einer spontanen Symmetriebrechung auf. Insbesondere werden sie bei mit der Symmetriebrechung *reellwertiger* Higgs-Felder erzeugt.

12.28.1 Supraleitung gefällig?

Als neuere Variante gibt es auch die **supraleitenden kosmischen Strings**, in denen die Fermionen keine Ruhemasse haben. Die Ruhemasse erhalten sie erst beim Übergang vom *falschen* ins *echte Vakuum* (diese Begriffe werden beim Higgs-Mechanismus erläutert). Dieser energetisch ungünstige Übergang tritt aber nicht ein, so dass die Fermionen im String gehalten werden.

12.28.2 Achtung, Verwechslungsgefahr!

Es sei darauf hingewiesen, dass die kosmischen Strings **nicht** mit den Strings (1-Branen) der Stringtheorien verwechselt werden dürfen. Beide Objekte haben lediglich eine topologische Ähnlichkeit und sind schlauch- oder fadenförmig. Sie unterscheidet aber, dass die Strings der Stringtheorien Teilchen beschreiben, während kosmische Strings aus falschen Vakua bestehen und Relikte einer gebrochenen Symmetrie sind (deshalb ist das Attribut *kosmisch* wesentlich). Es ist denkbar, dass die kosmischen Strings in der Entwicklung des Universums verschwunden sind.

12.28.3 Status: keine Evidenz

Astronomen haben bisher keinerlei Hinweise beobachtet, dass kosmische Strings existieren oder existiert haben. Die beobachtenden Kosmologen fahnden jedoch auch nach diesen Gebilden.

12.29 Kosmographie

Derjenige Zweig der Kosmologie, der sich gerade mit der Kartierung des Universums beschäftigt. Dazu müsste man ein Koordinatensystem konstruieren, dass sämtliche Koordinaten kosmischer Objekte in der vierdimensionalen Raumzeit fixiert.

12.29.1 Entfernungsmessung

In der Praxis gestaltet es sich so, dass die interessante Größe neben der Position am Himmel die **Entfernung** ist. Im lokalen, d. h. nahen Universum ist die Angabe dieser Größe meist kein Problem. Auf kosmologischen Skalen stößt man allerdings schnell auf Probleme, weil die Entfernung nicht direkt abzuleiten ist, und erst aus (möglicherweise unsicheren) Modellen folgt.

Als Entfernungsindikatoren dienen in der Astronomie diejenigen Objekte, deren Physik man gut verstanden hat und deren *relative Helligkeit* (die, die man beobachtet) und *absolute Helligkeit* (die 'vor Ort'; nicht direkt beobachtbar, folgt erst aus einem Modell) bekannt sind. Aus dem **Entfernungsmodul** folgt dann die Entfernung, was aber nur bis zu gewissen Distanzen gültig ist.

12.29.2 Zünden wir ein paar Standardkerzen an

Standardkerzen meint in der Astronomie gerade solche gut verstandenen Quellen, von denen man die 'Helligkeit vor Ort', die Leuchtkraft, kennt. Die wichtigsten Standardkerzen sind die Cepheiden, die RR Lyrae-Sterne (Haufenveränderliche) und die Supernovae Typ Ia. Den Cepheiden kommt dabei das stärkste Gewicht zu, weil sie oft genutzt werden, um andere Methoden zu eichen. Cepheiden sind so hell, dass man ihre Helligkeitskurve auch in entfernten (extragalaktisch) Galaxien beobachten kann.

12.29.3 Parameter der Kosmographie sind

- ◇ Rektaszension,
- ◇ Deklination
- ◇ und kosmologische Rotverschiebung z .

Rektaszension und Deklination sind zwei Winkelangaben, die gerade die Position an der Himmelssphäre festlegen. Die **Astrometrie** versucht gerade (vor allem bei Sternen) diese beiden Winkel exakt zu vermessen (Satelliten Hipparchos, geplant: GAIA, DIVA). Die kosmologische Rotverschiebung ist gemäß des Hubble-Gesetzes und der Friedmann-Weltmodelle gerade ein Maß für die Entfernung und wesentlich leichter spektroskopisch oder photometrisch zugänglich.

12.29.4 Blick auf die großräumige Struktur

In 3D-Katalogen versuchen die Astronomen mit diesen drei Angaben die **großräumige Struktur** (engl. *large scale structure*, LSS) des Universums zu entschlüsseln. Solche Untersuchungen offenbaren gerade die wabenartige Struktur vieler Galaxienhaufen und die weit ausgedehnten Leerräume, die Voids, dazwischen.

12.30 Kosmologie

Die Kosmologie beschäftigt sich mit der Entstehung, der globalen Entwicklung und den großräumigen Strukturen des Universums.

12.30.1 Die zentralen Fragen der Kosmologie

- ◇ *Wie ist das Universum entstanden?*
- ◇ *Wie entwickelt sich das Universum?*
- ◇ *Wie endet der Kosmos?*
- ◇ *Was sind die wesentlichen Energie- und Materieformen im Kosmos?*
- ◇ *Welche Physik beschreibt den Kosmos angemessen?*
- ◇ *Welche Eigenschaften hat die globale Raumzeit des Universums?*
- ◇ *Gibt es ein Multiversum?*
- ◇ *Welche Topologie hat unser Universum?*

12.30.2 Historisches

Der Mensch betreibt Kosmologie seit er sich seiner selbst bewusst geworden ist und den Blick in die Natur und an den Himmel gerichtet hat. Wichtige Einflüsse auf die moderne Kosmologie hatten sicherlich die Babylonier, Griechen und andere Kulturen. Die moderne Kosmologie entstand erst als eigenständiger wissenschaftlicher Zweig mit dem Aufkommen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Denn erst Einsteins Theorie mit den geeigneten Begriffen von Raum und Zeit ermöglichte eine adäquate mathematische Beschreibung. Unter diesem Gesichtspunkt ist die moderne kosmologische Forschung keine hundert Jahre alt!

12.30.3 Einsteins Universum

Ausgehend von einigen Grundprinzipien - dem kosmologischen Prinzip, dem Weylschen Postulat und der ART als mathematisches Werkzeug - ist eine erfolgreiche Beschreibung des Kosmos als Ganzes möglich, die die Friedmann-Weltmodelle liefert. Um allen Pionieren gerecht zu werden spricht man auch von den **Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Universen** (FLRW-Kosmologie). Diese Theorie beschreibt dynamische Modelluniversen *konstanter* Krümmung k , die sich in ihrer Entwicklung stark unterscheiden. Die verwendete Raumzeit in dieser Kosmodynamik ist die Robertson-Walker-Metrik. Mit dem Vorzeichen des Krümmungsparameters liegt dann die **Geometrie des Universums** fest (nicht jedoch dessen Topologie - dazu später).

12.30.4 Das Standardmodell der Kosmologie Λ CDM

Aktuell stimmen die meisten Kosmologen darin überein, dass das Universum

- ◇ unendlich sei;

- ◇ dynamisch sei;
- ◇ im Urknall entstanden sei;
- ◇ seither expandiere und zu späten Entwicklungszeiten sogar beschleunigt expandiere;
- ◇ in späten Epochen dominiert werde von der Dunklen Energie
- ◇ und die kosmologische Konstante die bevorzugte Form Dunkler Energie sei;
- ◇ global flach sei (Krümmung null).

Mittlerweile hat sich ein *Standardmodell der Kosmologie* herausgebildet, das in folgender Hinsicht vergleichbar ist dem Standardmodell der Teilchenphysik: In beiden Standardmodellen gibt es eine feste Anzahl freier Parameter, die nicht die Theorie festlegt, sondern die experimentell mit unterschiedlichen Methoden sehr exakt bestimmt werden müssen. In der Kosmologie nennt man sie den **Satz kosmologischer Parameter**. Das sind die

- ◇ **Hubble-Konstante**, die ein Maß für die (lokale) Expansionsgeschwindigkeit des Universums ist.
- ◇ **Dichteparameter** Ω unterschiedlicher Energieformen im Universum. Die dominante Energieform ist mit einem Anteil von etwa zwei Dritteln die **Dunkle Energie**. Daneben gibt es etwa ein Drittel Beimischungen von der **Dunklen Materie**. Die uns vertraute baryonische (besser gesagt hadronische) Materie, aus der wir auch selbst bestehen, spielt für die Dynamik des Kosmos keine Rolle und kommt nur in Spuren (wenige Prozent) vor;
- ◇ **w-Parameter**, die alternativ zu den Dichteparametern geeignet sind, um die unterschiedlichen Energieformen zu klassifizieren. Die w- oder eos-Parameter hängen im Allgemeinen von der kosmologischen Rotverschiebung ab.
- ◇ **Krümmung** des Universums, die aus der Summe aller Energiedichten der unterschiedlichen Materie- und Energiedichten folgt. Wie unter Friedmann-Weltmodelle auch in Form von Gleichungen dargelegt wird, legen die Daten der experimentellen Kosmologie ein **global flaches Universum** nahe. Das Universum kann deshalb wie ein Euklidischer Raum aufgefasst werden, in dem die Sätze der ebenen Geometrie gelten. Es gibt allerdings (aufgrund unvermeidbarer Messfehler) eine leichte Unsicherheit darin, ob die Krümmung wirklich *exakt verschwindet*. Dies ermöglicht als Alternativen zum flachen Universum hyperbolische Universen (positive Krümmung), wie das **Dodekaeder-Universum**, oder das **Horn-Universum**. Sie sind bisher noch konsistent mit den Beobachtungen.

12.30.5 Die Urknall-Theorie

Das Standardmodell der Kosmologie sieht im **heißen Urknall** den Ursprung des Universums. Es besagt, dass vor etwa 13.7 Milliarden Jahren aus einer Singularität heraus Raum und Zeit geboren wurden. Die Raumzeit, die das Universum als Ganzes beschreibt ist nicht statisch, sondern dynamisch: seit dem Urknall dehnt sich der Kosmos aus. Als Erfinder der Urknalltheorie muss aus heutiger Sicht der belgische Priester und Kosmologe *Abbé Georges*



Abbildung 12.8: Die vier Säulen der Urknallhypothese.

Lemaître (1894 - 1966) angesehen werden, der die Expansion des Modell-Universums erkannte, und es rückwärts in der Zeit extrapolierte. Dabei fand er einen 'beliebig kleinen Ort in Raum und Zeit'. Lemaître sprach hier von der **Geburt des Raums**.

Die heute gängige Bezeichnung Urknall verdanken wir dem englischen Wort Big Bang, das ironischerweise als Schimpfwort von einem der schärfsten und kompetentesten Gegner der Urknalltheorie gedacht war: *Sir Fred Hoyle* (1915 - 2001). Hoyle war Verfechter der von ihm mit entwickelten *Steady-State-Theorie*, nach der das Universum zwar expandiere, aber eine ständige Neuerschaffung der Materie erforderlich sei, damit die mittlere Dichte des Kosmos konstant gehalten werden könne.

Kurioserweise erklärt die Urknall-Theorie nur die Folgen des Urknalls, aber nicht dessen Ursache. Ein möglicher Grund für den Urknall ist das Ekpyrotische Modell bzw. Zyklische Universum, das aber eine kühne, spekulative und bislang nicht belegte Behauptung ist.

12.30.6 Stützen des Urknalls

Viele astronomische Beobachtungen sprechen für den Urknall – siehe Grafik 12.8. Es begann 1929 mit *Edwin Hubbles* Beobachtung, dass Galaxien eine **Fluchtbewegung** ausführen (Hubble-Gesetz), setzte sich fort mit den erfolgreichen Vorhersagen der Elementhäufigkeiten durch die **primordiale Nukleosynthese** (die einen **heißen** Urknall erforderte) und der Entdeckung der **kosmischen Hintergrundstrahlung**, die als elektromagnetisches Relikt des heißen Feuerballs aufgefasst werden muss. Aussagen über den kosmologischen Parametersatz sind auch durch sehr exakte Abstandsmessungen im Kosmos möglich. Aus diesem Grund benötigen die Astronomen Standardkerzen und verwenden vor allem weit entfernten **Supernovae** vom Typ Ia - möglicherweise bewähren sich auch die Gammastrahlenausbrüche als geeignete Standardkerzen in noch größerer Entfernung. Auch die beobachtete **großräumige Struktur der Galaxien und Galaxienhaufen** ist mit der

Urknall-Theorie vereinbar.

Was der Hypothese vom Urknall so unglaublich viel Gewicht verleiht: alle diese Methoden, bezeugen unabhängig voneinander einen heißen und räumlich kleinen Ursprung unseres Universums.

12.30.7 Inflation

Die Urknalltheorie allein vermag jedoch *nicht* alles zu erklären. So traten in der Kosmologie einige Probleme auf, die unter den Bezeichnungen **Homogenitätsproblem**, **Horizontproblem**, **Monopolproblem** und **Flachheitsproblem** bekannt wurden. Diese Unstimmigkeiten können mit einem exponentiellen und überlichtschnellen Wachstum des sehr jungen Universums gelöst werden. Diese Epoche heißt **Inflation**. Erst Anfang der 1980er Jahren erfand der Kosmologe und Teilchenphysiker *Alan Guth* dieses Modell, das in der Folgezeit von vielen Forschern weiterentwickelt und verbessert wurde. Eine inflationäre Phase ist in der Kosmologie auch deshalb notwendig, um die Zeitskalen der Entwicklung des Universums - das rapide Wachstum - zu erklären.

12.30.8 Materieära

Danach schlossen sich andere Frühphasen an. Es kam zur Kondensation von Elementarteilchen: In der **Leptogenese** entstanden die Leptonen (z. B. Elektronen, Positronen, Myonen und Neutrinos). In der **Nukleosynthese** bildeten sich primordiale Atomkerne (*Nuklide*) und in der **Baryogenese** schließlich neutrale Atome.

Die letztgenannte Phase lief vermutlich folgendermaßen ab: Der sich aus dem Urknall entwickelnde **heiße Feuerball** dehnte sich aus und kühlte sich dabei ab. Irgendwann war er so kalt, dass die in der Leptogenese und Nukleosynthese gebildeten Ladungsträger sich zu neutralen Atomen verbanden. Dies markiert den Zeitpunkt der Rekombinationsepoche bei einer kosmologischen Rotverschiebung von $z \sim 1100$ bzw. etwa 400000 Jahre nach dem Urknall.

12.30.9 Hintergrundstrahlung: Informationen einer urzeitlichen Ära

Photonen werden in einem heißen Plasma so sehr gestreut, dass Plasmen undurchsichtig - optisch dick, wie die Astronomen sagen - sind. Aus diesem Grund können wir nicht ins Innere der Sonne oder durch eine Kerzenflamme schauen. Wenn sich aber die freien, elektrischen Ladungen im Plasma zusammenschließen, weil das Plasma abkühlt, so ändern sich schlagartig die Transparenzeigenschaften: das Plasma wird ein neutrales Gas und die Photonen können sich frei bewegen, weil sie nicht mehr an einem Plasma gestreut werden. Genau das geschah in der Rekombinationsära.

Die Urphotonen machten sich nun auf den Weg in die Weite des Alls und wurden aufgrund der kosmischen Expansion extrem rotverschoben. Nach mehr als 13 Milliarden Jahren treffen sie den irdischen Beobachter bei $z = 0$, der diese Strahlung als **kosmische Hintergrundstrahlung** detektiert. Physikalisch gesprochen handelt es sich um Plancksche Strahlung, also Wärmestrahlung. Denn das Urplasma hatte durch den thermischen Kontakt der Ladungen eine einheitliche Temperatur von etwa 3000 Kelvin ausbilden können. Durch die kosmologische Rotverschiebung sind die Photonen der Rekombinationsära fast auf den absoluten Nullpunkt abgekühlt worden: Sie verloren einen Großteil ihrer Strahlungsenergie, weil sie gegen die Expansion der Raumzeit 'ankämpfen' mussten und befinden sich daher bei

der Ankunft auf der Erde mehr am roten Ende des Spektrums - auch ihre Intensität wurde stark unterdrückt. Was dem Astronomen bleibt, ist eine 2.72 Kelvin kalte, schwache und fast isotrope Wärmestrahlung, die auch Drei-Kelvin-Strahlung genannt wird.

Astronomen messen also direkt ein Relikt des heißen Urknalls!

Der **Mikrowellensatelliten WMAP** (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*, NASA) misst die kosmische Hintergrundstrahlung. Aus diesen Daten lassen sich die kosmologischen Parameter ableiten. Die WMAP-Daten ergänzten im Jahr 2003 und 2006 die bisherigen Daten des Mikrowellensatelliten COBE (*Cosmic Background Explorer*, 1990) und zahlreicher Ballonexperimente (BOOMERANG, MAXIMA, um 2000) mit hoher Präzision. Daraus folgt unter anderem ein **Alter des Universums** von etwa **13.7 Milliarden Jahren**.

Darüber hinaus enthält die kosmische Hintergrundstrahlung viele weitere Detailinformationen über unser Universum, z. B. in ihrer *Anisotropie* und *Polarisation* (Einzelheiten unter Eintrag Hintergrundstrahlung).

12.30.10 Strukturbildung

Gegenstand der Kosmologie ist außerdem die Entstehung von Sternen, Galaxien, Galaxienhaufen (engl. *galaxy clusters*) und Galaxiensuperhaufen. Dieses Gebiet subsumieren Kosmologen unter der Bezeichnung **Strukturbildung**. Galaxien bilden global eine *wabenförmige Struktur* im Universum. Auf den Knotenpunkten (*Vertices*) der Waben sitzen die Galaxiensuperhaufen, während das Innere der Waben leer ist. Die letztgenannten 'Hohlräume' oder Leerräume bezeichnet man als Voids, die eine Ausdehnung von 50 bis 100 Mpc (etwa 150 bis 300 Mio. Lj) haben. Die Entwicklung zu solchen, großräumigen Strukturen (engl. *large-scale structure*, LSS) muss auf der Zeitskala der Hubblezeit abgelaufen sein. Die Hubblezeit ist gerade der Kehrwert der Hubble-Konstanten und beträgt gut 13 Milliarden Jahre. Die Kosmologen versuchen zu erklären, wie in diesem Zeitraum die lokal beobachtbaren Strukturen des Universums inklusive intelligentem Leben entstanden sind - eine enorme Herausforderung!

12.30.11 kosmische Zeit

Zu jedem aus einem Spektrum ermittelten Rotverschiebungswert kann man ein **Alter des Universums** zuordnen, die so genannte *kosmische Zeit*. Sie folgt erst als Zahlenwert unter Zugrundelegung eines kosmologischen Modells. Kennt man den Gehalt an Dunkler Energie, Dunkler Materie, baryonischer Materie, die Hubble-Konstante sowie das Vorzeichen der Krümmung des Universums so ist die kosmische Zeit festgelegt.

12.30.12 Entwicklungsschemata

Die Entwicklung des Universums lässt sich chronologisch in unterschiedliche Epochen oder Phasen einteilen. Je nach Perspektive ergeben sich unterschiedliche Benennungen der verschiedenen Phasen, die im Folgenden präsentiert werden. Details zu jeder einzelnen Phase können unter entsprechend verlinktem Eintrag gelesen werden:

Entwicklungsphasen des Kosmos unter dem Teilchenaspekt

Das Universum begann in der Planck-Ära ging über in die Quark-Ära, danach in Hadronen-Ära, Leptonen-Ära, Strahlungsära und Materie-Ära (siehe oben).

Entwicklungsphasen des Kosmos unter dem Theorieaspekt

Die physikalische Theorie zur Beschreibung des Beginns des Universums ist die Quantengravitation, die derzeit in den Stringtheorien und der Loop-Quantengravitation mögliche Ausprägungsformen hat. Danach folgten Große Vereinheitlichte Theorien, Relativitätstheorie, elektroschwache Theorie, Quantenelektrodynamik, schwache Theorie und Quantenchromodynamik.

Entwicklungsphasen des Kosmos unter dem Aspekt der Naturkraft

In jeder der oben genannten Epochen herrschten unterschiedliche Naturkräfte vor: Die Urkraft herrschte in der Planck-Ära als einzige Kraft - über sie weiß man in Ermangelung einer physikalischen Theorie nichts. Diese Kraft spaltete sich auf in X-Kraft und Gravitation. Aus der X-Kraft wurden elektroschwache Kraft und starke Kraft. Und schließlich entstanden durch weitere Abkühlung des Kosmos die vier uns heute vertrauten Naturkräfte: Gravitation, elektromagnetische Kraft, schwache Kraft und starke Kraft. Der Weg zum Urknall hin ist also verbunden mit einer nach und nach abnehmenden Zahl an Kräften. Die entsprechende Theorie, alle Kräfte zu vereinheitlichen, heißt **Unifikation!**

Begleitend zu diesen kosmischen Epochen empfiehlt sich der Abschnitt 'Meilensteine der Kosmologie' unter dem Lexikoneintrag Rotverschiebung, der konkrete Beispiele für verschiedene Werte von z vorstellt.

12.30.13 Herausforderungen der Kosmologie

1) Dunkle Energie: Die wichtigste und rätselhafteste Zutat für unser Universum ist die Dunkle Energie. Es gibt aktuell eine Reihe von sehr unterschiedlichen kosmologischen Modellen, die eine Aussage über ihre Natur machen wollen. Anfangs als kosmologische Konstante (*Albert Einsteins* Λ) angenommen, wurde versucht, sie mit dem Quantenvakuum zu interpretieren. In den Quintessenz-Modellen nehmen die Theoretiker sie als *zeitlich veränderliche* Dunkle Energien an, die durch Skalarfelder wie dem Cosmon, dem Radion oder der Spintessenz repräsentiert werden. Ein neueres Modell malt eine sehr düstere Zukunft aus, den Big Rip, der durch ein Anschwellen der Phantom-Energie über alle Maßen ausgelöst wird. Die Phantom-Energie zerreißt das Universum! Welches Modell tatsächlich in der Natur realisiert ist, muss die weitere Forschung ergeben. Zurzeit erlebt Einsteins kosmologische Konstante (also eine zeitlich konstante Dunkle Energie) eine Renaissance und wird vor allem von den Supernovamessungen favorisiert. Die Unkenntnis über die physikalische Natur der Dunklen Energie ist sicherlich das Schwerwiegendste der Physik, denn weder Astrophysik noch Teilchenphysik können dafür eine befriedigende und allgemein akzeptierte Lösung anbieten.

2) rasante Strukturentwicklung: Ebenso müssen die Beobachtungen fernster Objekte und ihre rasante Entwicklung auf der Skala von nur wenigen hundert Millionen Jahren erklärt werden können. Denn schon nach dieser kosmologisch gesehen kurzen Zeitdauer nach dem Urknall waren sie schon vorhanden.

3) Hierarchieproblem: Das Hierarchieproblem bezeichnet die beobachteten Unterschiede in der Stärke der vier fundamentalen Naturkräfte. Die Gravitation ist die schwächste von allen, was von einigen Teilchenphysikern mit der Hypothese begründet wird, dass sie durch zusätzliche Raumdimensionen (Extradimensionen) ausgedünnt werde. Eine Vielzahl von Experimenten hat bislang noch keinerlei Anhaltspunkte für die Existenz dieser Zusatzdimensionen geliefert.

4) Inflation mit oder ohne Skalarfeld: Außerdem ist nicht klar, was genau die Epoche der Inflation hervorgerufen hat. Ein Inflatonfeld oder quantisierte Raumzeit wie in der Loop-Quantengravitation?

5) Topologie: Über die kosmische Topologie - also wie Teile des Universums miteinander verknüpft sind - macht die ART keinerlei Aussagen. Im Allgemeinen sind für feste Krümmung k sowohl offene (unendliche), als auch geschlossene (endliche) Topologien möglich. Der Einfluss der Topologie auf die Entwicklung und Struktur des Universums wird oft unterschätzt. So könnte das Universum tatsächlich kleiner sein, als allgemein angenommen und kosmische Objekte könnten 'topologisch gelinst' werden. Hier entstehen 'Geisterbilder', 'kosmische Fata Morgana', dadurch dass das Universum womöglich komplizierte Windungen aufweist. Im Konkordanzmodell (engl. *concordance model*) ist daher die einfachstmögliche Topologie enthalten, nach der unterschiedliche Gebiete im Kosmos *nicht* miteinander vernetzt sind. Auf der Basis dieses Standardmodells werden weitere Eigenschaften des Universums untersucht. Es gibt neuerdings auch Analysen, bei denen versucht wird, die Topologie zu entschlüsseln - z. B. müssten topologische Linsen auf der Himmelskarte der Hintergrundstrahlung als verräterisches Fleckenmuster auftreten. Einzelheiten werden unter dem Eintrag Topologie diskutiert.

12.30.14 Neue Kosmologie

Die aktuellen Forschungsthemen der modernen, theoretischen Kosmologie widmen sich auch ungewöhnlichen Zugängen, um die oben genannten Herausforderungen zu bewältigen. Die Theoretiker versuchen dabei über die Standardkosmologie hinauszugehen und betrachten Modelle abseits der bewährten Relativitätstheorie und des Standardmodells der Teilchenphysik.

Zu diesen neuen Formen der Kosmologie gehören modifizierte Gravitationstheorien, Quantenkosmologie, Stringkosmologie, Branenkosmologie, Chaplygin-Kosmologie und Skalarfeldtheorie. Die Skalarfeldtheorien sind ein Teilgebiet der Quantenfeldtheorien und involvieren Skalarfelder wie das Inflaton, Quintessenzmodelle wie z. B. Cosmon oder Radion.

Diese Formen neuer Kosmologien werden derzeit sehr intensiv erforscht. Die Modelle sind physikalisch äußerst interessant und weisen sehr attraktive Eigenschaften auf. Aus der Vogelperspektive kann man sich zu folgendem Pauschalurteil hinreißen lassen: Mit einem elegant gelösten Problem der Standardkosmologie handeln sich die Kosmologen leider neue Probleme ein. Es gab bislang keinen Durchbruch mit den neuen Kosmologien. Das kann sich mit der Flut neuer Beobachtungsdaten, z. B. von Tiefenfeldbeobachtungen oder von Teilchenbeschleunigern der neuen Generationen, jedoch schon bald ändern.

12.31 Kosmologische Konstante

Die kosmologische Konstante, symbolisiert durch den griechischen Buchstaben Λ , wurde von *Albert Einstein* (1879 - 1955) als neue Größe in die Kosmologie im Jahr 1917 eingeführt. In den Einsteinschen Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) tauchte daher ein neuer Term auf, der seither auch Λ -Term genannt wurde. Aus heutiger Sicht ist die kosmologische Konstante eine *zeitlich unveränderliche* Form **Dunkler Energie** (engl. *dark energy*).

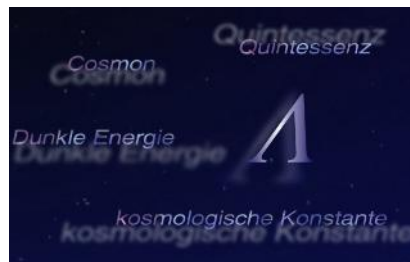


Abbildung 12.9: Lambda und andere Formen Dunkler Energie.

12.31.1 Einsteins Motivation

In der Retrospektive ist es sehr erstaunlich, was Einstein zur Erfindung seiner kosmologischen Konstante getrieben hatte. Kurz gesagt war es Ästhetik. Einsteins Ziel war es ein statisches, homogenes Universum in eine konsistente Theorie einzubetten, was damals ein - und insbesondere sein - favorisiertes Weltmodell war. Ein dynamisches Universum, was wir heutzutage vermutlich als selbstverständlich erachten, kam den Menschen der damaligen Zeit nicht in den Sinn.

12.31.2 Blick auf die Feldgleichung mit Λ

Einsteins Feldgleichung ist ein komplizierter Satz gekoppelter, partieller Differentialgleichungen mit beliebig vielen Lösungen. Bis heute sind nicht alle Lösungen bekannt, weil das mathematisch bei einem solch schwierigen Gleichungstyp *prinzipiell* nicht möglich ist. Durch Annahmen z. B. über die Symmetrie oder allgemeiner gesprochen durch *Randbedingungen* kann man die Lösungsmenge verkleinern. Die Hinzunahme eines weiteren Terms, hier des kosmologischen Λ -Terms, verändert sich natürlich auch die Lösungsstruktur. Wie die Gestalt der Feldgleichung mit Lambda-Term

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

zeigt, muss Λ mit dem metrischen Tensor multipliziert werden, damit Λ zu den Tensoren addiert werden kann. Physikalisch kann man diesen Term als langreichweitige Wechselwirkung interpretieren, die für positives Lambda als 'kosmische Abstoßung' (Antigravitation) und für negatives Lambda als 'kosmische Anziehung' interpretiert werden kann.

12.31.3 Die Natur meldet sich zu Wort

Kurz nach Einsteins Einführung der kosmologischen Konstante wurde durch den amerikanischen Astronomen *Edwin Hubble* (1889 - 1953) die kosmische Expansion anhand von Fluchtbewegungen einiger Galaxien experimentell entdeckt: das Hubble-Gesetz. Anders gesagt bedeutete das:

Das beobachtete Universum ist *nicht statisch*.

12.31.4 Werk eines Genies oder eines Esels?

Andere kosmologische Modelle wurden gefunden, die dynamische Modell-Universen *ohne* kosmologische Konstante erklären konnten. Im Zuge dieser Entwicklungen nahm Einstein seine kosmologische Konstante zurück, weil sie nicht mehr notwendig erschien. Er ging sogar so weit die Einführung seines Λ -Terms als '*die größte Eselei seines Lebens*' zu bezeichnen - ein verfrühtes Urteil, wie sich herausstellen sollte. So erkannte bereits der belgische Kosmologe *Abbé Georges Lemaître* (1894 - 1966), dass man den Λ -Term nicht ohne weiteres wegdiskutieren könne.

In der weiteren kosmologischen Forschung wurde vor allem auf der Grundlage immer besserer Beobachtungsdaten klar, dass man nicht auf Einsteins Λ verzichten könne. Im Gegenteil: Im Jahr 1998 beobachteten die Kosmologen anhand weit entfernter Sternexplosionen, dass sich das Universum sogar beschleunigt ausdehnt (*Perlmutter et al., Supernova Cosmology Project*). Daher brauchten sie eine weitere Stellschraube in ihren Modellen vom Universum, um die theoretischen Modelle an die Beobachtungsdaten anpassen zu können. Einsteins Intuition war richtig.

12.31.5 Ist Λ konstant?

In den Friedmann-Weltmodellen werden daher Terme mit nicht verschwindender kosmologischer Konstante berücksichtigt. Kosmologische Messungen der letzten Jahre (Ballone BOOMERANG, MAXIMA; Mikrowellen-Satelliten COBE, WMAP, ab 2008: PLANCK) sprechen in der Tat für eine Lambda-Kosmologie. Auf Einsteins Λ möchten die Kosmologen ungern verzichten. Eine ganz andere Frage ist, ob der Zahlenwert, der mit Λ assoziiert ist, zu allen Zeiten gleich ist oder ob es einen Spielraum für Variationen gibt.

Die Theorie lässt diesen Spielraum zu: der Lambda-Term muss nicht notwendig konstant sein. Doch die aktuellen Beobachtungen der experimentellen Kosmologie lassen diesen Spielraum *nicht* zu - zumindest **nicht in den letzten neun Milliarden Jahren**. Woher wissen das die Beobachter? Sie vermessen eine Vielzahl von hochrotverschobenen Supernovae vom Typ Ia mit dem Weltraumteleskop Hubble (*Riess et al.* 2004, astro-ph/0402512; bestätigt 2006). Diese Daten zeigen, dass Einstein mit seiner Intuition Recht hatte und tatsächlich eine kosmologische **Konstante** vorliegt, die *zeitlich unveränderlich* ist. Big Crunch und Big Rip erscheinen nach diesen Daten als sehr unwahrscheinliche Szenarien für die Zukunft des Universums.

12.31.6 Probleme mit Zufälligkeiten

Erstaunlich ist allerdings der Umstand, dass die kosmologische Konstante einen Wert aufweist, der gerade in derselben Größenordnung ist, wie die Anteile der anderen Materieformen im lokalen Universum, insbesondere der Dunklen Materie. Das kursiert in der Fachwelt unter dem Begriff **Koinzidenzproblem**. Einen Ausweg aus diesem Zufallsproblem haben die Kosmologen in Gestalt der Quintessenz-Modelle vorgeschlagen. Quintessenzen sind im Gegensatz zur kosmologischen Konstante eine **zeitlich veränderliche** Form von Dunkler Energie. Eine Kosmologie mit kosmologischer Konstante (Λ CDM) unterscheidet sich von einer mit Quintessenz (QCDM) dadurch, dass die kosmologische Konstante als eine **konstante Vakuumenergiedichte** interpretiert wird, wohingegen die Quintessenz ein skalares, sehr leichtes Teilchen ist. Es wurden bei den Quintessenz-Modellen wiederum ganz verschiedene Formen vorgeschlagen: sie heißen beispielsweise Cosmon, Radion oder

Spintessenz, die eine *langsame, zeitliche Veränderlichkeit der Dunklen Energie* bewirken. Die extremste Form ist die Phantom-Energie, die einen totalen Zerriss des Universums, den **Big Rip**, herbeiführt.

12.31.7 Herausforderungen an Beobachtung und Theorie

Die aktuellen Messungen des Mikrowellen-Satelliten WMAP und des Weltraumteleskops Hubble sprechen eher für die kosmologische Konstante als für die Quintessenz oder Phantom-Energie. Die Kosmologen wollen natürlich noch tiefer in den Kosmos schauen, noch weiter entfernte Sternexplosionen aufspüren, um eine noch bessere Datenlage zu haben. Dazu dienen auch Tiefenfeldbeobachtungen (engl. *deep fields*) und neue Projekte wie die *Dark Energy Task Force*. In der Zukunft der kosmologischen Beobachtungen könnten sich auch Gamma Ray Bursts, Gravitationswellen und Neutrinos als wertvolle Werkzeuge erweisen.

Neben diesen experimentellen Herausforderungen muss aber vor allem auf theoretischer Seite quantitativ schlüssig geklärt werden, was die kosmologische Konstante für eine physikalische Natur hat. Denn die oben erwähnte Vakuuminterpretation klingt zwar plausibel, hat aber auch klare Schwächen.

12.31.8 Λ in anderen Bereichen der Astrophysik

Die kosmologische Konstante hat nicht nur Einzug in die Kosmologie gehalten. Eine anderer Anwendungsbereich für Λ -Fluide - wie man in der ART den Λ -Term verallgemeinert nennt - sind kompakte Objekte wie die Gravasterne. Bei dieser Form von Vakuumstern existiert im Innern eine Blase aus Dunkler Energie, die im Wesentlichen die Masse des Sterns stellt. Damit rückt die Dunkle Energie aus vielerlei Hinsichten in den Fokus der Astrophysiker.

12.32 kosmologisches Prinzip

Das kosmologische Prinzip (engl. *cosmological principle*, kurz **CP**) besagt, dass auf einer großen Längenskala, die vergleichbar ist mit der Größe des Universums, kein Ort im Kosmos gegenüber einem anderen ausgezeichnet ist. Es verallgemeinert im Kern das *Kopernikanische Prinzip*, das das geozentrische durch das heliozentrische Weltbild ablöste. Universen, die das kosmologische Prinzip erfüllen, nennt man **CP-Universen**.

12.32.1 Isotropie

Mit anderen Worten formuliert, sagt das kosmologische Prinzip aus, dass der Kosmos auf großen Skalen in allen Richtungen gleich aussieht. In der Wissenschaft nennt man diese Eigenschaft **Isotropie**.

12.32.2 Homogenität

Daraus folgt unmittelbar eine zweite Eigenschaft des Universums, nämlich die Gleichartigkeit oder Einheitlichkeit, d. h. dass die Materie im Kosmos relativ gleichmäßig verteilt ist. Auch dafür gibt es einen Fachbegriff, nämlich **Homogenität**.

12.32.3 Auf welcher Längenskala?

Das kosmologische Prinzip sagt uns also, dass das Universum isotrop und homogen ist. Wenn wir uns allerdings im nahen Kosmos umschaun, so ist das mitnichten der Fall: Hier treten Unregelmäßigkeiten auf, denn es gibt einen Wechsel von 'Massenverdichtungen' - die Sonne, um die die Planeten kreisen - und von 'Leere', denn der interplanetare Raum dazwischen ist mehr oder weniger ein Vakuum. Offensichtlich ist die hier betrachtete Längenskala von einigen Astronomischen Einheiten) zu klein.

Erhöhen wir die Skala weiter, zu einigen Parsec, so begegnen wir den Sternen in der Milchstraße - noch immer ist die Skala zu klein, weil sich Orte mit Sternen mit sternlosen Gebieten abwechseln. Das ändert sich auch nicht, wenn wir auf eine Skala bis einige zehntausend Parsec gehen - das ist gerade in etwa der Durchmesser der Milchstraße (~ 100000 Lichtjahre).

Bei einer Skala von einigen hunderttausend bis Millionen Parsec nähern wir uns der Skala unseres lokalen Galaxienhaufens (der *Lokalen Gruppe*) und nahen Galaxienhaufen wie dem Virgo-Haufen. Auch dann ist noch keine Isotropie zu beobachten.

Erst bei entfernten Galaxien ist näherungsweise Isotropie gegeben, etwa bei einigen hundert Millionen bis Milliarden Parsec.

12.32.4 Isotrope Hintergrundstrahlung

Eine (fast) perfekte Isotropie weist die kosmische Hintergrundstrahlung auf. Um das veranschaulichen, stelle man sich einen perfekten, blauen Himmel bei schönstem, irdischen Wetter vor. Die Hintergrundstrahlung weist einen noch höheren Grad an Isotropie auf, als der perfekt blaue Himmel!

Die Isotropie schlägt sich darin nieder, dass man dem Spektrum der Hintergrundstrahlung dasjenige von Wärmestrahlung zuweisen kann. Die Beobachtungsdaten passen in idealer Weise zu einer solchen Planck-Kurve mit 2.72 Kelvin.

Dennoch wurden winzige Unregelmäßigkeiten (*Anisotropien*) in der Hintergrundstrahlung entdeckt, die ausgedrückt in der Temperatur im Bereich von Mikrokkelvin liegen. Für diese 1989/90 gemachte Entdeckung gab es den Nobelpreis für Physik 2006.

Die Hintergrundstrahlung kommt aus den frühen Phasen des Universums (der Rekombinationsära), als es noch keine Sterne gab. Der Kosmos war erst knapp 400000 Jahre alt und auch deutlich kleiner.

12.32.5 Die perfekte Version

Das *perfekte* kosmologische Prinzip besagt, dass das Universum in Raum **und** Zeit unveränderlich (**statisch**) sei. Dieser Ansatz führt auf Modell-Universen wie das statische Universum oder das **Steady-State-Modell**. Beide Modelle weichen deutlich von den dynamischen, d. h. sich zeitlich entwickelnden Friedmann-Modellen ab. Die experimentelle Kosmologie lässt zurzeit nur den Schluss zu, dass wir in einem **expandierenden Friedmann-Universum** leben, das durch die Wirkung der Dunklen Energie ewig expandieren wird.

12.33 kovariante Ableitung

Die kovariante Ableitung ist eine der wesentlichen Differentialoperationen, die man auf Tensoren in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) anwendet. Daneben gibt es die

partielle Ableitung, **absolute Ableitung** und die Lie-Ableitung. Die kovariante Ableitung weist in ihrer Grunddefinition Ähnlichkeiten zum Differenzen- bzw. Differentialquotienten der Analysis einer Veränderlichen auf. Anschaulich kann die kovariante Ableitung als ein Vergleich zweier **parallel transportierter** Tensoren verstanden werden.

Ihren Namenszusatz *kovariant* verdankt sie der Tatsache, dass ein Tensor vom Typus (i,j) eine weitere kovariante Stufe erhält und so zum Typus (i, j+1) wird.

Allgemein und etwas salopp gesprochen ist die kovariante Ableitung eines Tensors beliebiger Stufe eine Summe aus dessen partieller Ableitung plus einer Anzahl weiterer Terme, deren Anzahl der Stufenhöhe entspricht, die mit dem Christoffel-Symbol gewichtet sind. Dabei haben diese Terme positives Vorzeichen, wenn sie sich auf einen kontravarianten Index des Tensors beziehen und bei den kovarianten Indizes ein negatives Vorzeichen.

Die kovariante Ableitung eines Tensors 0. Stufe, eines **Skalars**, geht in seine partielle Ableitung über (kein weiterer Term mit Christoffel-Symbol):

$$\nabla_\nu \Phi = \partial_\nu \Phi.$$

Die kovarianten Ableitungen von **Vektoren** (Tensoren 1. Stufe) enthalten neben der partiellen Ableitung einen Term mit Christoffel-Symbol. Man unterscheidet die kovarianten Ableitung eines kontravarianten Vektors

$$\nabla_\nu X^\lambda = \partial_\nu X^\lambda + \Gamma_{\mu\nu}^\lambda X^\mu$$

von der kovarianten Ableitung eines kovarianten Vektors

$$\nabla_\nu X_\lambda = \partial_\nu X_\lambda - \Gamma_{\mu\nu}^\lambda X_\mu.$$

Die üblichen Schreibweisen für die kovariante Ableitung sind die mit *Nabla-Operator* ∇ , der als Index die Koordinate hat, nach der abgeleitet wird oder mit Semikolon und angefügtem Ableitungsindex:

$$\nabla_\nu X_\mu \equiv X_{\mu;\nu}.$$

Ein gemischter Tensor zweiter Stufe (ein Index kovariant, ein Index kontravariant) wird folgendermaßen kovariant abgeleitet:

$$\nabla_\nu Y^\lambda_\mu = \partial_\nu Y^\lambda_\mu + \Gamma_{\rho\nu}^\lambda Y^\rho_\mu - \Gamma_{\mu\nu}^\rho Y^\lambda_\rho.$$

Die Gleichungen der Speziellen Relativitätstheorie (SRT) enthalten vielfach partielle Ableitungen. In der Regel kann man formal den Übergang zur ART vollziehen, indem man die partiellen durch kovariante Ableitungen ersetzt. Anhand der Definition der kovarianten Ableitung (siehe oben) wird klar, warum das so ist: die kovariante Ableitung enthält neben der partiellen Ableitung (erster Term) einen weiteren Term, der von den Christoffel-Symbolen ('Ableitungen der Metrik') abhängt. In der SRT, die auf einer flachen Raumzeit, der Minkowski-Metrik, basiert, verschwinden gerade diese Christoffel-Symbole, denn die Ableitung einer Konstante ist null.

12.34 Kovarianzprinzip

Das Kovarianzprinzip ist eines der wesentlichen Prinzipien, das *Albert Einstein* zu seiner Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) anregte. Daneben sind das Äquivalenzprinzip, das Machsche Prinzip, das Korrespondenzprinzip und das Prinzip minimaler gravitativer Kopplung zu nennen.

12.34.1 Beobachter, Bezugssystem, Koordinaten

Die Gesetze der Physik werden durch Beobachter beschrieben und durch Beobachtung gefunden. Mit dem Beobachter ist untrennbar sein **Bezugssystem** verbunden. Dieses kann mit verschiedenen *Koordinatensystemen* beschrieben werden. Als einfaches Beispiel möge eine halbkugelförmige Schale dienen, in der eine Metallkugel auf den Boden hinabrollt. Diese Anordnung kann man mit kartesischen Koordinaten (x,y,z) beschreiben, zum Beispiel könnte man auf dem Boden der Schale den Nullpunkt fixieren und die z -Achse entlang der Achse legen, die senkrecht die Ebene des kreisförmigen Randes der Schale schneidet und auch durch den Nullpunkt verläuft. Die Wahl dieses Koordinatensystems wäre allerdings nicht besonders klug, weil es nicht der Symmetrie des Problems angepasst ist. Viel besser geeignet wären Kugelkoordinaten: der Ursprung wäre das Zentrum der Halbkugel. Dann parametrisieren zwei Winkel, Azimut und Poloidalwinkel, einen Punkt auf der Schale und der Radius bliebe immer konstant. Der Vorteil liegt auf der Hand: während bei kartesischen Koordinaten drei variable Koordinaten die Bewegung auf der Schalenfläche beschreiben, reichen bei Kugelkoordinaten zwei Winkel aus, weil der Radius bei der ganzen Bewegung konstant bleibt. Diese Eigenschaft erleichtert die mathematische Beschreibung enorm, weil die Gleichungen deutlich einfacher werden. Analog ist die Volumenberechnung (Dreifachintegral) einer Kugel wesentlich einfacher in Kugelkoordinaten als in kartesischen durchzuführen.

12.34.2 Physik ist unabhängig von Koordinaten

Weil nun die Wahl irgendeines Koordinatensystems unumgänglich ist, um physikalische Gesetze zu beschreiben, dürfen die Gesetze jedoch nicht von dieser Wahl abhängen. An die Gleichungen einer übergeordneten Theorie, wie der ART, muss also die Forderung der **Koordinatenunabhängigkeit** gestellt werden. Es stellte sich heraus, dass die Tensoren diejenigen mathematischen Gebilde sind, die dieser Forderung gerecht werden. Warum? Dies zeigt sich an den *Transformationsgesetzen* der Tensoren: Stimmen zwei Tensoren in einem *bestimmten* Koordinatensystem überein, so bedingen die Transformationsgesetze, dass die Tensoren dann auch in **jedem beliebigen** anderen Koordinatensystem übereinstimmen! Das **Prinzip der allgemeinen Kovarianz** lautet daher verkürzt:

Physikalische Gleichungen sind tensoriell.

12.35 Kreisbeschleuniger

Ein Kreisbeschleuniger oder Zyklotron ist ein Teilchenbeschleuniger mit kreisförmiger Beschleunigungsstrecke. Diese Beschleunigerarchitektur löste historisch gesehen die Linearbeschleuniger (*LINACs*) ab.

12.35.1 Vorteil

Es ist wesentlich effizienter die Teilchenstrahlen auf kreisförmigen Bahnen mehrfach durch den Beschleuniger zu führen.

12.35.2 ...und Nachteil

Die ständige Richtungsänderung des Teilchenstrahls bringt den Nachteil mit sich, dass **Zentrifugalkräfte** wirken, die den Strahl aus seiner Sollbahn lenken. Diese Kräfte gleicht

man mit Lorentz-Kräften von magnetischen Führungsfeldern aus. Weil die Geschwindigkeiten und entsprechend die Zentrifugalkräfte mit jedem Umlauf wachsen, müssen die Magnetfelder entsprechend stärker werden, um die Teilchenstrahlen auf ihrer Sollbahn zu halten.

12.35.3 Das Lawrence-Zyklotron

Im *Lawrence-Zyklotron* (1932) bilden zwei D-förmige Metallgehäuse (*Duanten*) eine Kreisscheibe, die entlang ihres Durchmessers eine Lücke aufweist. Im Mittelpunkt der Kreisscheibe befindet sich die Ionenquelle, aus der Teilchen auf Spiralbahnen die Duanten durchlaufen und schließlich tangential austreten. Gleichsetzen von Lorentz-Kraft und Zentrifugalkraft führt auf eine Bedingung für die *Umlauffrequenz*, die in Zyklotrons konstant ist.

12.36 Kretschmann-Skalar

Der Kretschmann-Skalar ist eine wichtige Größe in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), um die **Krümmung** von Raumzeiten darzustellen.

12.36.1 Masse macht krumme Sachen

Krümmung wird durch Energien hervorgerufen. So lautet eine fundamentale Aussage der ART, dass Massen die Raumzeit krümmen. Die Krümmung variiert im Allgemeinen über die Raumzeit und unterscheidet sich von Ort zu Ort - von Koordinate zu Koordinate. Krümmung kann sogar unendlich werden - genau das passiert in den Krümmungssingularitäten oder echten Singularitäten der ART. Der Kretschmann-Skalar eignet sich nun besonders gut, um die Singularitäten einer gegebenen Raumzeit oder Metrik zu finden.

12.36.2 Krümmungsinvarianten: frei von Koordinatenwahl

Der Kretschmann-Skalar wird alternativ auch als *Riemannsche Invariante* bezeichnet. Der erste Wortbestandteil *Riemann* bezieht sich darauf, dass diese Größe aus dem Riemann-Tensor (Krümmungstensor) hervorgeht, der in der ART gerade die Krümmung mathematisch beschreibt. Der zweite Wortbestandteil *Invariante* ist darauf zurückzuführen, dass die Größe *unabhängig* von verwendeten Koordinaten ist. Das ist eine hervorragende Eigenschaft einer mathematischen Größe, die den Physikern besonders gefällt! Denn es reicht die einmalige Berechnung in irgendeinem Koordinatensystem damit sehr generelle Aussagen gemacht werden können.

Ganz allgemein kann man sagen, dass die Riemannsche Invariante eine Summe aus Weylscher Invariante und den Ricci-Invarianten ist. Liegen entsprechend Weyl-Tensor (**C**), Ricci-Tensor (**R** mit zwei Indizes) und Ricci-Skalar (Skript *R* ohne Index) vor, so folgt die Riemannsche Invariante gemäß:

$$R_{\kappa\lambda\mu\nu} R^{\kappa\lambda\mu\nu} = 48 \frac{M^2}{r^6} \frac{1 - (a/r)^2 \cos^2 \theta}{\left(1 + (a/r)^2 \cos^2 \theta\right)^6} \left(1 - 14 (a/r)^2 \cos^2 \theta + (a/r)^4 \cos^4 \theta\right).$$

Die Berechnungen der Riemannschen Invarianten einer vorgegebenen Metrik sind schon bei einfachen Raumzeiten mit hoher Symmetrie relativ aufwendig. Die Mühe lohnt allerdings,

weil mit dem Resultat die Krümmungseigenschaften ganz allgemein diskutiert werden können. Die Relativisten sind ebenso an den Krümmungssingularitäten besonders interessiert. Man findet sie, indem man divergentes Verhalten der Riemannschen Invarianten untersucht, also Koordinaten bestimmt, wo die Invariante unendlich wird.

12.36.3 Kretschmann für Kerr

Im Folgenden wird als Beispiel der Kretschmann-Skalar der Kerr-Geometrie diskutiert. Die Kerr-Metrik ist wichtig für die Astronomie, weil sie relativistisch rotierende, elektrisch ungeladene Schwarze Löcher beschreibt. Die Gleichung für den Kretschmann-Skalar ist im Lexikoneintrag Riemann-Tensor dargestellt. Das Loch möge sehr schnell rotieren und einen Drehimpulsparameter a/M von 0.998 haben. Seine Masse wird ohne Beschränkung der Allgemeinheit gleich 1 gesetzt (die Masse skaliert nur den Radius). Visualisiert man nun die Invariante als Maß für die Krümmung in Abhängigkeit von den Koordinaten Radius (in Einheiten des Gravitationsradius) und Poloidalwinkel (θ , im Bogenmaß), so ergibt sich Bild 12.10 (basierend auf *R.C. Henry*, ApJ 535, 350, 2000). Bei großen Radien verschwindet die Krümmung nahezu. Diese Eigenschaft ist die **asymptotische Flachheit** der Kerr-Metrik. Mit Annäherung an das Loch nimmt die Krümmung stark zu. Weiterhin fällt auf, dass sich der linke und rechte Teil des Reliefs gleichen - das ist nichts anderes als die Achsensymmetrie der Metrik rotierender Schwarzer Löcher. Die Spiegelebene in der Mitte des Bildes ist gerade die Äquatorialebene des Loches. Die Krümmung nimmt wie man anhand der vertikalen Skala sieht rapide zum Innern des Loches hin zu. Dies geschieht allerdings nicht räumlich homogen, sondern es gibt eine starke Abhängigkeit vom Poloidalwinkel ('Breitengrad'): Erstaunlicherweise erkennt man nicht nur drei herausragende 'Gipfel' (positive Krümmung), sondern auch zwei 'tiefe Täler', die ins Bodenlose fallen. In den Senken liegt eine **negative Krümmung** vor, die vollkommen wesensverschieden von negativ gekrümmten Sattelflächen ist (*Henry* 2000). Die negative Krümmung wird auch an den Polen des Lochs besonders groß. Wie das und negative Krümmung überhaupt zu interpretieren sind, ist bislang unklar.

12.36.4 Jagd auf Krümmungssingularitäten

Es lohnt sich, die Orte verschwindender Krümmung zu diskutieren: Eine Analyse der Konturlinien für Krümmung null zeigt, dass sie interessanterweise in der Äquatorialebene bei Radius null konvergieren. In der Krümmungssingularität muss der Kretschmann-Skalar gegen unendlich gehen. Ein solches Verhalten zeigen die drei Gipfel die zu kleinen Radien hin verschmelzen und divergieren. Dieses Verhalten weist auf die **Ringsingularität** der Kerr-Geometrie hin.

12.37 Kruskal-Lösung

Die Kruskal-Lösung ist eine spezielle Lösung der Einsteinschen Feldgleichungen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Sie gehört zur Familie der Schwarzen Löcher, weist aber ein paar besondere Eigenschaften auf.

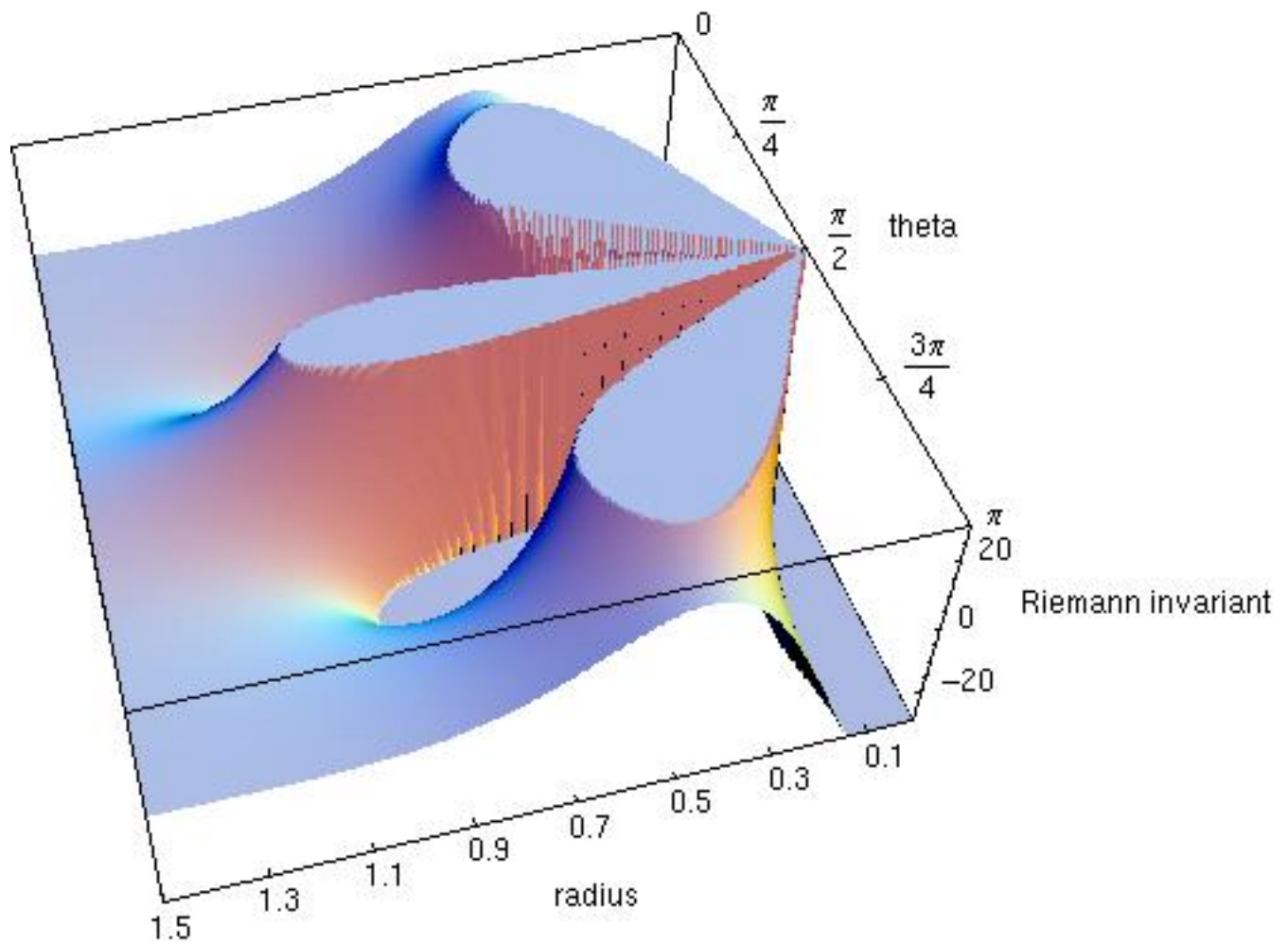


Abbildung 12.10: Krümmungseigenschaften der Kerr-Geometrie.

12.37.1 Wurmlöcher der Science-Fiction

In der Science-Fiction wurde die Kruskal-Lösung dankend angenommen und hat unter der Bezeichnung Wurmloch Berühmtheit erlangt. Eine Analyse des Raumzeit-Diagramms der Kruskal-Geometrie führte darauf, dass verschiedenen Regionen der Raumzeit miteinander durch eine Art 'Raumzeit-Tunnel' miteinander verbunden sind. Wissenschaftlich heißt dieser Tunnel Einstein-Rosen-Brücke - populärwissenschaftlich nennt man es ein Wurmloch. Im Raumzeit-Diagramm findet man Zonen, die als zeitliche Umkehrung eines Schwarzen Loches aufgefasst werden können: die so genannten Weißen Löcher. Wie es die zeitliche Inversion nahe legt, strömen aus Weißen Löchern ständig Materie und Energie heraus. Es ist eine sichtbare oder - wie im Fachjargon auch gesagt wird - nackte Singularität. Nach der kosmologischen Zensur, einem bisher unbewiesenen, aber auch nicht widerlegten Theorem des englischen Mathematikers *Roger Penrose*, sind nackte Singularitäten verboten. Die Astronomie spricht bislang für dieses Theorem, weil weder Weiße Löcher, noch nackte Singularitäten im Kosmos beobachtet wurden. Ebenso wenig gibt es indirekte Indizien, die Existenz erfordern würden. Letztendlich lässt das auch die Existenz von Wurmlöchern sehr fragwürdig erscheinen. Eine mögliche Erklärung lautet, dass Wurmlöcher, die Kruskal-Lösung, Weiße und auch Schwarze Löcher Objekte einer klassischen Theorie, der ART, sind. Zwar hat sich die ART vielfach bewährt und gehört zu den mächtigsten Theorien der Physik mit starker Vorhersagekraft; doch hat sie (wie übrigens **jede** Theorie!) einen Gültigkeitsbereich, der vermutlich bei kleinen Längenskalen endet. Hier beginnt die Domäne einer Quantengravitation, für die es bisher nur Erfolg versprechende Kandidaten (Stringtheorien und Loop-Quantengravitation), aber keine bewährten Theorien gibt. Das heißt, dass eine mikroskopische Theorie der Gravitation, die über Einsteins ART hinaus geht (aber sie als Grenzfall enthalten muss), *eventuell* gar nicht die Existenz von Wurmlöchern, Schwarzen oder Weißen Löchern und Singularitäten vorsieht. Ob das so ist, ist ein aktuelles und brisantes Forschungsgebiet.

12.37.2 So berechnet man ein Wurmloch

Die Kruskal-Geometrie resultiert, wenn man von der Schwarzschild-Lösung (in Schwarzschild-Koordinaten) ausgeht und eine **Koordinatentransformation** durchführt. Dazu verwendet man die so genannten Eddington-Finkelstein-Koordinaten. Die folgenden Beschreibungen werden sehr technisch, sind aber nötig, um zu verstehen, wie man die Kruskal-Geometrie ableitet:

Die Kruskal-Lösung ist die eindeutige, maximale analytische Erweiterung der Schwarzschild-Lösung. *Maximal* bedeutet in diesem Zusammenhang, dass jede von einem beliebigen Punkt ausgehenden Geodäte entweder in beide Richtungen zu unendlichen Werten des affinen Geodätenparameters ausgedehnt werden kann oder in einer intrinsischen Singularität endet. Gilt der erste Fall für **alle** Geodäten, so heißt die Mannigfaltigkeit **geodätisch vollständig**, wie es die Minkowski-Metrik trivial erfüllt. Die Kruskal-Lösung hat intrinsische Singularitäten und ist daher nicht vollständig, aber maximal. Man erhält die Kruskal-Lösung, indem man sowohl die einlaufenden (retardierte Eddington-Finkelstein-Koordinaten), als auch die auslaufenden Geodäten (avancierte Eddington-Finkelstein-Koordinaten) 'zu Geraden macht'. Das gelingt mit einer geeigneten Koordinatentransformation der Schwarzschild-Metrik.

12.38 Kugelsternhaufen

Kugelsternhaufen (engl. *globular cluster*) sind die ältesten Objekte in einer Spiralgalaxie und umkreisen die galaktische Scheibe in einer sphäroiden Region, dem **galaktischen Halo**. Die Entfernung des galaktischen Zentrums zum Halo beträgt typischerweise 10^4 bis 10^5 Lj. Aufgrund ihres hohen Alters von etwa 10 Mrd. Jahren dienen Kugelsternhaufen auch der Altersbestimmung einer Galaxie und geben sogar eine Untergrenze für das Alter des Universums an.

12.38.1 Gestalt und Etymologie

Kugelsternhaufen sind Sternansammlungen von etwa 10^4 bis 10^7 Sternen, deren Konzentration deutlich zum Zentrum des Haufens hin zunimmt. Das ist gerade das Typische an den Kugelsternhaufen und auf den HST-Fotos unten sehr schön zu sehen. Damit unterscheiden sie sich morphologisch deutlich von **offenen Sternhaufen** (wie den *Plejaden*, *Hyaden* oder *h/χ Persei*), die eher einen lockeren Verbund mit gemeinsamen Konvergenzpunkt bilden und auch aus sehr viel weniger Sternen bestehen. Aufgrund der damit verbundenen Helligkeitszunahme zum Zentrum hin und der resultierenden kugeligen Gestalt, haben die Kugelsternhaufen diesen Namen bekommen.

12.38.2 Halopopulation

Typische Durchmesser von Kugelsternhaufen liegen im Bereich zwischen 10 und 150 pc. Die Sterne in Kugelsternhaufen, die **Halopopulation** (Population), sind entsprechend alt und weit in ihrer Entwicklung vorangeschritten: viele massearme Sterne unter 1.2 Sonnenmassen sind bereits zu Weißen Zwergen geworden. Massereichere Sterne haben sich nach dem Gravitationskollaps in Neutronensterne oder andere kompakte Objekte verwandelt.

Besonders bekannt ist ein Typus veränderlicher Sterne, den man RR Lyrae-Sterne, nach ihrem Prototyp im Sternbild *Lyra* (dt. Leier), genannt hat. Sie sind auch als *Haufenveränderliche* bekannt.

12.38.3 Bekannte Kugelsternhaufen

Besonders bekannte Kugelsternhaufen in der Milchstraße sind M13 im Sternbild *Herkules*, der bereits mit kleinen Instrumenten gut beobachtbar ist und M15 im Sternbild *Pegasus*. Dieser letztgenannte Haufen hat zusammen mit dem 'extragalaktischen Kollegen' G1 in der Andromedagalaxie für Aufsehen gesorgt, weil diese beiden höchstwahrscheinlich ein **mittelschweres Schwarzes Loch** (engl. *intermediate-mass black hole*) im Innern beherbergen (siehe Beobachtungsfoto 12.11; Credits: STScI/AURA und *M. Rich*, HST/NASA 2002). Für M15 wurden 3400 und für G1 sogar 17000 bis 18000 Sonnenmassen Zentralmasse abgeleitet. Damit schließt sich - so hoffen Astronomen - die prominente Massenlücke zwischen stellaren und supermassereichen Schwarzen Löchern. Allerdings sind noch nicht alle Astronomen von der Existenz dieser *intermediate-mass black holes* in M15 und M31 G1 überzeugt. Zwar mehreren sich Beobachtungen, dass diese mittelschweren Löcher auch in anderen Quellen gibt (z. B. in ultrahellen Röntgenquellen; engl. *ultraluminous X-ray sources*, **ULXs**), aber das ist Gegenstand intensiver Forschung.



Abbildung 12.11: Kugelsternhaufen M15 und M31 beobachtet mit HST 2002.

12.38.4 Mehr dazu im Wissensportal

- ◇ Details zu den Kugelsternhaufen M15, G1 und anderen kompakten Objekten gibt es im Web-Artikel [Kompakte Objekte des Himmels](#).

Kontakt

Dr. Andreas Müller

Technische Universität München (TUM)
Exzellenzcluster Universe
Boltzmannstraße 2
D-85748 Garching
Germany

<http://www.universe-cluster.de>

andreas.mueller@universe-cluster.de

+49 (0)89 - 35831 - 71 - 04