

Die Zukunft der Erdbahn

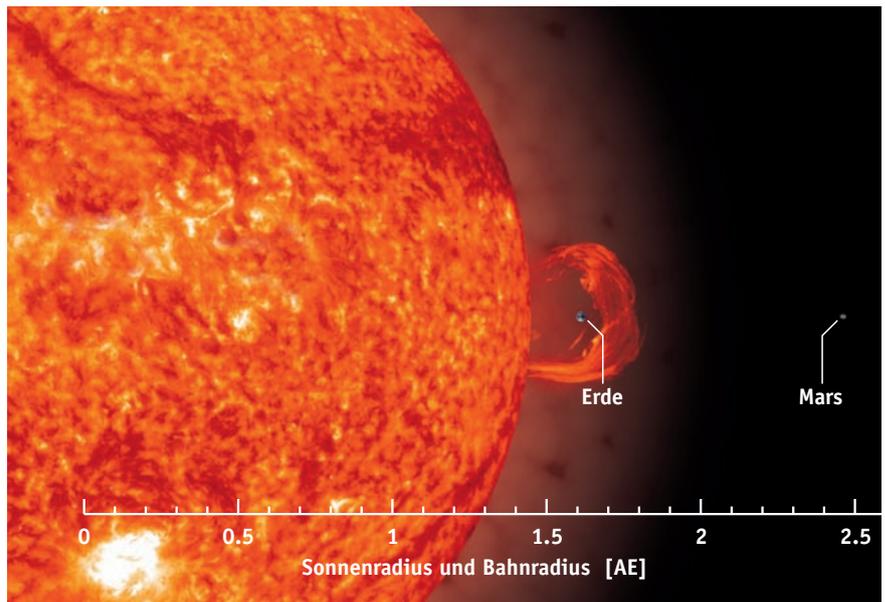
Massenverlust und Drehimpulserhaltung

Die Sonne bestimmt als Energielieferant das Leben auf der Erde in weitem Rahmen. Durch ihre Schwerkraft legt sie auch den Radius der Umlaufbahn der Erde fest. Im Bericht von Thilo Günter ab Seite 70 in diesem Heft wird unser Zentralgestirn in vielen weiteren Facetten vorgestellt.

Dass unsere Sonne kein statischer Körper ist, erkennt man schon beim Betrachten ihrer sichtbaren Oberfläche. Dort zeigen sich die teilweise schon mit dem bloßen Auge erkennbaren dunklen Sonnenflecken und – bei näherem Studium mit Teleskophilfe – feinere Strukturen wie etwa die Granulen. Siehe dazu den Quartalsbericht ab Seite 82, in dem die Sonnenfleckenaktivität beschrieben wird.

All diese Erscheinungen sind Folge des Energieerzeugungsprozesses, der im Sonnenkern abläuft und bei dem seit etwa $t = 4.6$ Milliarden Jahren Wasserstoff zu Helium fusioniert. Die Sonne verliert dabei ständig an Masse, die in Form von Licht abgestrahlt wird.

Aufgabe 1: Welchen Massenverlust hat die Sonne bisher durch die Fusion ihres



Brennstoffs erlitten? Ihre Leuchtkraft beträgt $L_{\odot} = 3.846 \cdot 10^{26}$ W, die Lichtgeschwindigkeit ist $c = 2.998 \cdot 10^8$ m/s. Der Massenverlust entspricht der freigesetzten Energie gemäß Einsteins berühmter Gleichung: $E = m c^2$.

▲ Nach weiteren Milliarden Jahren ihrer Lebensdauer wird sich die Sonne zum Roten Riesen entwickeln. Ihr Durchmesser wächst dann deutlich über die heutige Umlaufbahn der Erde hinaus.

Lösung der Aufgabe aus dem Juni-Heft 2007

Zusatzaufgabe: Setzt man $r_p = r_{\star} M_{\star}/M_p$ aus Gleichung (2) in Gleichung (3) ein, so folgt zusammen mit Gleichung (5):

$$a^3 = (r_{\star} + r_p)^3 = v_{\star}^3 \left(\frac{P_p}{2\pi} \right)^3 \left(\frac{M_{\star} + M_p}{M_p} \right)^3 = \left(\frac{P_p}{2\pi} \right)^2 G (M_{\star} + M_p). \quad (A)$$

Daraus folgt sogleich:

$$M_p^3 = v_{\star}^3 \frac{P_p (M_{\star} + M_p)^2}{2\pi G}.$$

Unter Berücksichtigung von $M_{\star} \gg M_p$ ergibt sich die hier vollständig aufgeführte, gesuchte Gleichung:

$$M_p = v_{\star}^3 \sqrt[3]{\frac{P_p M_{\star}^2}{2\pi G}}. \quad (1)$$

Aufgabe 1: Aus Gleichung (1) folgt die Masse M_p des Planeten Gliese 581 c zu:

$$M_p = 3.02 \cdot 10^{25} \text{ kg} = 5.06 M_E.$$

Aufgabe 2: Zur Bestimmung der großen Bahnhälbachse von Gliese 581 c lässt sich Gleichung (A) verwenden:

$$a = 1.09 \cdot 10^{10} \text{ m} = 0.073 \text{ AE}.$$

Aufgabe 3: Die aus Modellrechnungen gewonnene Beziehung $R \propto M^{0.27}$ gilt nach Voraussetzung für die Erde, $R_E = k M_E^{0.27}$,

wie auch für Gl 581 c, $R_{581c} = k M_{581c}^{0.27}$. Durch Division entfällt der Proportionalitätsfaktor k und man erhält:

$$\frac{R_{581c}}{R_E} = \left(\frac{M_{581c}}{M_E} \right)^{0.27} = 1.55.$$

Demnach besitzt der Planet den 1.55fachen Erdradius.

Aufgabe 4: Aus $F = m a_{581c} = G m M_{581c} / R_{581c}^2$ folgt:

$$a_{581c} = \frac{G M_{581c}}{R_{581c}^2} = 20.6 \text{ m/s}^2 = 2.11 g.$$

Eine auf der Erde geeichte Waage zeigt für die Masse 48 kg demnach die Zahl 100 an.

Aufgabe 5: Im Temperaturgleichgewicht ist die Leuchtkraft des Planeten gleich dem aufgesammelten Teil der Leuchtkraft seiner Sonne:

$$L_{581c} = 4\pi R_{581c}^2 \sigma T^4 = (1-A) \frac{\pi R_{581c}^2}{4\pi a} L_{581}.$$

Daraus folgt unmittelbar:

$$T = \left((1-A) \frac{L_{581}}{16\pi\sigma a^2} \right)^{1/4}.$$

Schließlich erhält man für die beiden Al-

bedowerte die gesuchten Temperaturen zu:

$$T_1 = 269.8 \text{ K} = -3.4 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ und}$$

$$T_2 = 312.7 \text{ K} = +39.6 \text{ }^{\circ}\text{C}. \quad \text{AMQ}$$

Richtige Lösungen sandten ein:

Anette Anastasakis, D-69207 Sandhausen; Ulrike Saher, D-40629 Düsseldorf; Katrin Stauch, D-01640 Coswig; Sieglinde Übermayer, A-2253 Weikendorf; Margit Zink, D-73240 Wendlingen; W. Bernhardt, D-79737 Herrischried; W. Blendin, D-65597 Hünfelden-Kirberg; O. Bley, -08297; A. Borchardt, D-86356 Neusäß/OT Steppach; H. Brockmann, D-78315 Radolfzell; U. Buchner-Eysell, D-86833 Ettringen; W. Christ, D-65824 Schwalbach; K. Clausecker, D-74219 Möckmühl; R.-R. Conrad, D-31275 Lehrte; A. Dannhauer, D-38871 Ilsenburg; M. Deye, D-97294 Unterpleichfeld; J. Döblitz, D-70619 Stuttgart; A. M. Duffer, D-83334 Iwnzell; H. Duran, CH-5300 Turgi; M. Ebert, D-85435 Erding; E. Edler v. Malyevacz, D-70825 Korntal-Münchingen; H. Eggers, D-31311 Uetze; K. E. Engel, D-91056 Erlangen; P. Fischer, D-08223 Falkenstein; R. Fischer, D-50858 Köln; G. Forster, D-69120 Heidelberg; M. Geisel, D-79540 Lörrach; M. Gläbl, D-95445 Bayreuth; J. Glattkowski, D-76571 Gaggenau; H. Göbel, D-79540 Lörrach; M. Götz, D-97461 Rügheim; K. Grieser, D-77723 Gengenbach; M. Growe, D-21493 Schwarzenbek; J. Th. Grundmann, D-52068 Aachen; A. Güth, D-73078 Boll; R. Guse, D-31228 Peine; A. Haag, D-63110 Rodgau; D. Haensch, D-27624 Bad Bederkesa; J. Haller, D-51379 Leverkusen; J. Hampf, D-91056 Erlangen; A. Hardt, D-38124 Vechelde; D. Hauffe, D-60431 Frankfurt am Main; H. Hauser, D-89275 Elchingen; A. Hentzschel, A-3500 Krems; U. Hermann, D-89347 Bubesheim; A. Heuser, D-53879 Euskirchen; J. Hochheim, D-06295 Lutherstadt Eisleben; J. Hölscher, D-50127 Bergheim; F. Hoffmann, D-63065 Offenbach; E. Hoffmeister, D-53604 Bad Honnef; B. Hornisch, D-91238 Engelthal; Th. Inghoff, D-34355 Staufenberg; H. Kamper, D-89520 Heidenheim; S. Kassam, D-60431 Frankfurt/M.; J. E. Keller, D-68775 Ketsch; L. Kirschhock, D-92237 Sulzbach-Rosenberg;

