

---

# Lexikon

der



**Astrophysik**

von



**Andreas Müller**

aus dem

Wissensportal für Astrophysik

<http://www.mpe.mpg.de/~amueller>

*April 2007*

---



## Abbildungsverzeichnis

7.1	Falschfarbenbild des Planetarischen Nebels NGC3242. . . . .	3
7.2	Falschfarbenbild: doppelte Radioquelle 3C175, beobachtet mit dem VLA. . .	5
7.3	Phasendiagramm der QCD. . . . .	9
7.4	Einsteinsche Feldgleichungen. . . . .	11
7.5	Feynman-Diagramm des $\beta^-$ -Zerfalls. . . . .	17
7.6	Feynman-Diagramm erster Ordnung mit einer Schleife (nicht-photonische Strahlungskorrektur). . . . .	17
7.7	Frame-dragging-Formel in der Kerr-Geometrie. . . . .	21
7.8	Friedmann-Weltmodelle: Entwicklung verschiedener Universen. . . . .	29



# 7 Lexikon F

## 7.1 Falschfarbenbild

Mit unseren menschlichen Augen nehmen wir Farben wahr, die in der Sprache der Astronomie ausschließlich im **optischen** Bereich liegen. Wir sehen das Licht und assoziieren damit Farbempfindungen von rot, orange, gelb, grün, blau bis violett. Diese Regenbogenfarben nennt man in der Physik **sichtbares Spektrum**.

### 7.1.1 Farben als Wellen

Licht ist aus der Sicht der klassischen Elektrodynamik eine elektromagnetische Welle. Dieser Welle kann eine *Wellenlänge* zugeordnet werden. Physiker haben gemessen, dass der Bereich des sichtbaren Spektrums außerordentlich kurze Wellenlängen von 400 (violett) bis 700 (rot) Nanometern aufweist. Ein Nanometer ist der Milliardste Teil eines Meters:  $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m} = 10^{-7} \text{ cm}$ .

### 7.1.2 Das elektromagnetische Spektrum

Das elektromagnetische Spektrum ist jedoch viel breiter als der schmale Bereich des sichtbaren Lichts: So gibt es bei den großen Wellenlängen im Bereich von

- ◇ Kilometern bis Zentimetern die **Radiowellen**,
- ◇ Zentimetern die **Mikrowellen**
- ◇ Mikrometern die **Infrarotstrahlung**,
- ◇ hundert Nanometern das **sichtbare Licht**
- ◇ Nanometern das **Ultraviolett**,
- ◇ Zehntel Nanometern (Angström) die **Röntgenstrahlung**,
- ◇ Billionstel Metern die **Gammastrahlung**,
- ◇ Trillionstel Metern die **TeV-Strahlung**.

Von oben nach unten nimmt auch die Energie der Strahlung deutlich zu. Diese Strahlungsenergie ist übrigens gequantelt (Einsteins Lichtquantenhypothese) und zwar in die **Photonen**.

### 7.1.3 Wer sehen will, muss fälschen

Astronomen sind natürlich **an allen** vorgestellten Strahlungsformen interessiert, weil jede davon Informationen über eine kosmische Quelle enthält. Die Anfänge der Astronomie waren optisch (*optische Astronomie*); sukzessiv wurden jedoch die anderen *Beobachtungsfenster* geöffnet, und so entstanden die Teildisziplinen *Radioastronomie*, *Infrarotastronomie*, *Ultraviolettastonomie*, *Röntgenastronomie* und *Gammaastronomie*.

Inzwischen geht die moderne Astronomie sogar über die elektromagnetischen Wellen hinaus, weil es möglich geworden ist, Teilchen zu beobachten, die aus der Tiefe des Weltalls zu uns gelangen. Dazu gehören die Neutrinos (*Neutrinoastronomie*) und kosmische Strahlung (*Hochenergieastrophysik*).

Mit diesen für das menschliche Auge **prinzipiell unbeobachtbaren** Strahlungsformen und Teilchen hat der Astronom ein Darstellungsproblem, denn wie kann er z. B. das Bild einer Röntgenquelle betrachten, wenn er doch mit seinen Augen unempfindlich ist für Röntgenstrahlung? Die Lösung stellt gerade das *Falschfarbenvbild* dar. Doch was ist eigentlich falsch an der Farbe? Nun, der Trick besteht ganz einfach darin, jeder Wellenlänge *außerhalb* des sichtbaren Bereichs wieder eine für uns sichtbare Farbe aus der Palette von rot bis violett zuzuordnen. Das macht man am besten so, dass blau wieder der kleinsten Wellenlänge (höchsten Strahlungsenergie) und rot der größten Wellenlänge (kleinsten Strahlungsenergie) zugeordnet werden. Nach der Farbtheorie (subtraktive und additive Farbmischung) entsteht dann beim Betrachten des 'gefälschten' Gesamtbildes genau der Farbeindruck wie im sichtbaren Bereich. Sie wollen ein Beispiel? Bitte Abbildung 7.1 betrachten.

### 7.1.4 Beispiel

Im Wissensportal für Astrophysik gibt es sehr viele Beispiele für Falschfarbenvbilder. Das Foto 7.1 ist ein Falschfarbenvbild des Planetarischen Nebels NGC3242 (Credit: ESA/XMM-Newton, *Chu & Gruendl; Guerrero & Ruiz* 2003). Der Nebel wird auch *Jupiters Geist* genannt, weil er etwa dieselbe scheinbare Größe wie der riesige Gasplanet Jupiter hat. Jupiters Geist befindet sich am Südhimmel im Sternbild *Hydra* (dt. *Weibl./Nördliche Wasserschlange*) in etwa 3000 Lichtjahren Entfernung. Die Punktquelle im Zentrum ist ein Weißer Zwerg, der aus einem Roten Riesen hervorgegangen ist. Die abgestoßenen Hüllen des Riesensterns erstrahlen nun als flächenhafter Nebel.

Zur Erstellung des Falschfarbenvbildes müssen die Farben rot (R), grün (G) und blau (B) an einen bestimmten Spektralbereich oder an eine bestimmte Spektrallinie (im Prinzip ist das ein sehr enger Spektralbereich) vergeben werden. Im Fall von NGC3242 ist das so geschehen, dass blau die Röntgenstrahlung darstellt, die mit XMM-Newton beobachtet wurde. Grün und rot sind optische Spektrallinien, die mit dem Weltraumteleskop Hubble beobachtet wurden. Das resultierende Gesamtbild heißt **RGB-Bild** oder **Falschfarbenvkomposit**, weil es sich aus drei Grundfarben zusammensetzt (lat. *compositus*: zusammengesetzt). So wie sich NGC3242 hier auf diesem Falschfarbenvbild präsentiert, wäre er niemals unter natürlichen Bedingungen für das menschliche Auge beobachtbar. Die gewählten, scharfen, optischen Spektrallinien bringen besonderen Kontrast und Schärfe in das Bild.

Nun ist auch eine **physikalische Interpretation des Falschfarbenvbildes** angebracht - jetzt 'machen wir Wissenschaft': Die interessanten Ringstrukturen werden vom Sternenwind des Zwergs erzeugt. Der Wind prallt auf das Nebelmateriale in der Umgebung und bildet dabei ein etwa zwei Millionen Grad heißes Plasma, das die im Bild blau dargestellte



Abbildung 7.1: Falschfarbenbild des Planetarischen Nebels NGC3242.

(thermische) Röntgenstrahlung abgibt. Es handelt sich hier um einen Planetarischen Nebel mit einer Röntgenblase oder Röntgenkavität (engl. *X-ray cavity*). Das heiße Gas dehnt sich aus und quetscht dabei das Nebelgas zur dicken, grünen Ringstruktur zusammen. Grün und rot dargestellt ist das deutlich kältere Nebelgas, das in optischen Spektrallinien von Sauerstoff (OIII, grün) und Stickstoff (NII, rot) beobachtet wurde. Diese Interpretation ist natürlich nicht allein auf der Basis des Falschfarbenbildes möglich, sondern erfordert weitere Informationen, wie z. B. Spektren oder Lichtkurven.

### 7.1.5 Hell & dunkel

Eine RGB-Farbe ist eine Anordnung aus drei Zahlen (R, G, B), ein so genanntes *Tripel*. Die erste Zahl steht für den Rotwert R, die zweite für den Grünwert G und die dritte für den Blauwert B. Jeder dieser Zahlenwerte kann nun eine ganze Zahl aus dem Wertebereich von 0 bis 255 annehmen. Je kleiner die Zahl, umso dunkler ist die jeweilige Farbe. Wie viele Farben sind mit dem RGB-System darstellbar? Richtig,  $256 \times 256 \times 256 = \mathbf{16.78 \text{ Millionen!}}$  Das reicht für ein recht buntes Bild.

Folgendes sind Beispiele dafür: (0, 0, 0) ist schwarz; (255, 255, 255) ist weiß; (255, 0, 0) ist hellrot; (50, 0, 0) ist dunkelrot; (0, 0, 20) ist dunkelblau usw. Die Helligkeit der Farbe wird also durch die Höhe dieser Zahl kontrolliert. Leuchtkräftige Röntgenstrahlung von NGC3242 hat so z. B. den RGB-Wert (0, 0, 220) und erscheint hellblau, während leuchtschwache Röntgenemission vielleicht nur den Wert (0, 0, 15) erhält und somit dunkelblau dargestellt wird.

### 7.1.6 Falschfarben als mächtiges Werkzeug

In der Astronomie und Astrophysik werden Falschfarbenbilder nicht nur bei Beobachtungsdaten eingesetzt, sondern natürlich auch bei **Simulationsdaten**, die Computer und Hochleistungsrechner berechnet haben. So kann man einen RGB-Wert nicht nur einer Wellenlänge außerhalb des sichtbaren Bereichs zuordnen, sondern auch einer Temperatur, einem Materiedichtewert oder einem magnetischen Druck. Das wird bei der **Visualisierung** simulierter Daten beispielsweise in der Hydrodynamik und Magnetohydrodynamik benutzt. Ein weiteres Beispiel aus der Strahlungsphysik ist Ray Tracing, wo z. B. eine Verteilung des Doppler-Faktors als Falschfarbenbild dargestellt werden kann.

Falschfarbenbilder gibt es nicht nur in der Astronomie, sondern auch beispielsweise in der Elastomechanik (Spannungsverteilungen im Material) in der medizinischen Diagnostik (Kernspintomographie), in der Meteorologie (Niederschlagswahrscheinlichkeiten) uvm.

### 7.1.7 Fazit

Falschfarbenbilder sind von unschätzbarem Wert für die Astronomie als Wissenschaft, und sie sind oft von einer Schönheit, der sich kaum ein Betrachter entziehen kann. Die Falschfarbentechnik führt uns die latente Schönheit der Natur im wahrsten Sinne vor Augen.



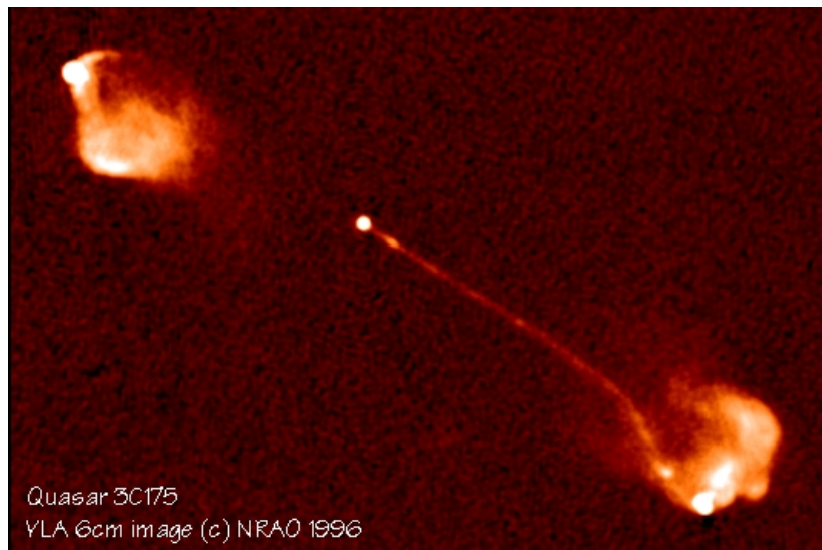


Abbildung 7.2: Falschfarbenbild: doppelte Radioquelle 3C175, beobachtet mit dem VLA.

## 7.2 Fanaroff-Riley-Klassifikation

Diese Klassifikation mit der Abkürzung FR wurde zur Unterscheidung von Radioquellen eingeführt, insbesondere für Radiogalaxien. Historisch geht sie auf *B.L. Fanaroff* und *J.M. Riley* zurück (1974). Diese Radioastronomen untersuchten 57 Radiogalaxien und radiolaute Quasare (3C-Katalog). Es handelt sich dabei um klassische **doppelte Radioquellen** (engl. *double radio sources*), die bei Radiofrequenzen von 1.4 GHz und 5 GHz deutlich voneinander separiert werden konnten. Ein Beispiel ist die Radioquelle 3C175 in Abbildung 7.2, wie sie 1996 mit dem VLA bei einer Wellenlänge von 6 cm fotografiert wurde (Credit: *Bridle et al.*, NRAO/VLA 1996). Mittlerweile ist klar, dass die beiden Radioquellen Jets sind, deren Plasma aus Elektronen Synchrotronstrahlung im Radiobereich emittiert. Die Jets sind Materiestrahlen, die von einem supermassereichen Schwarzen Loch im Herzen des Quasars erzeugt werden.

### 7.2.1 Terminologie für Radiostrukturen

Die Radiostrukturen der Radiogalaxien und radiolauten Quasare werden mit folgender Nomenklatur versehen:

- ◇ Der *Core* (dt. Kern) ist mit der zentralen, aktiven Quelle assoziiert. Hier befindet sich das supermassereiche Schwarze Loch, das durch Akkretion die Aktivität des Aktiven Galaktischen Kerns (AGN) steuert.
- ◇ Der oder die *Jets* (einseitig oder beidseitig) besteht aus Plasma, das durch das intergalaktische Medium propagiert. Typische Längenskalen sind im Bereich von kpc oder Mpc!
- ◇ In den *Hot Spots* (dt. Heiße Flecken) wird das Jetplasma geschockt, erreicht dabei hohe Temperaturen und kommt in seiner Propagation zum Erliegen oder strömt im *Cocoon*

(dt. Kokon) entlang der Jetachse zurück zur Quelle.

- ◇ Die *Lobes* (dt. Lappen) sind ausgedehnte, bogenartige Radiostrukturen, die sich hinter den Hot Spots anschließen.

### 7.2.2 Das Klassifikationskriterium

*Fanaroff* und *Riley* definierten nun ein Verhältnis,  $R_{FR}$ , aus dem Abstand der beiden oberflächenhellsten Gebiete (lokalisiert auf gegenüberliegenden Seiten der Zentralquelle) und der Größe der Quelle im Bereich der Radiokonturen niedrigster Radiohelligkeit. Ihre Zweiteilung (Dichotomie) ist die Folgende:

- ◇ FR Typ I:  $R_{FR}$  kleiner 0.5
- ◇ FR Typ II:  $R_{FR}$  größer 0.5

### 7.2.3 Zusammenhang mit der Radioleuchtkraft

Nun stellten *Fanaroff* und *Riley* fest, dass diese Klasseneinteilung nach Oberflächenhelligkeiten mit der **spektralen Radioleuchtkraft** der Quelle korreliert. Ab einer kritischen, frequenzabhängigen Radioleuchtkraft konnten sie die Radioquellen entweder nur in der einen oder nur in der anderen FR-Klasse finden. Bis heute wird diese Klassifikation bei Radiogalaxien benutzt. Die helle Radioquelle Cygnus A in einer Entfernung von 233 Mpc ist der Archetypus für FR II.

### 7.2.4 Steile und flache Spektren

Die Astronomen können viele Radiospektren durch Potenzgesetze anpassen, die folgende Form haben:

$$S \propto \nu^{-\alpha}.$$

In einer Auftragung Flussdichte  $S$  über Frequenz  $\nu$  dient die Steigung (engl. *slope*) als Unterscheidungsmerkmal. Die Steigung  $\alpha$  wird *spektraler Index* genannt. Ist der spektrale Index größer als 0.5, nennt man das Spektrum *steil*; für einen Index von etwa null, nennt man es *flach*.

Die Radiostrukturen haben oft wohldefinierte spektrale Indizes:

- ◇ Der Core ist flach.
- ◇ Jets zeigen steile Spektren mit typischen spektralen Indizes von etwa 0.6.
- ◇ Die Hot Spots haben Indizes zwischen 0.5 und 1.0 und sind daher steil.

## 7.3 Faraday-Rotation

Die Faraday-Rotation ist Gegenstand der **Plasmaphysik**, und man bezeichnet damit die **Drehung der Polarisationssebene** einer polarisierten, elektromagnetischen Welle beim Durchgang durch ionisiertes, magnetisiertes Material. Das Plasma erzeugt ein äußeres Magnetfeld, das die Drehung der Polarisationssebene bewirkt. Wie gedreht, wird entscheidet die Stärke und Richtung des Magnetfeldes, aber auch die Frequenz der eingestrahnten Photonen.

### 7.3.1 Was ist polarisierte Strahlung?

Die Polarisation wird festgelegt durch den elektrischen Feldvektor der elektromagnetischen Welle. Dabei betrachtet man sein zeitliches und räumliches Schwingungsverhalten, wenn man entlang der Ausbreitungsrichtung der Welle blickt. Oszilliert der Vektor in einer Ebene, spricht man von *linear polarisierter* Strahlung. Beschreibt er einen Kreis, ist es *zirkular polarisierte* Strahlung. Zudem gibt es noch *elliptisch polarisierte* Strahlung, wenn der elektrische Feldvektor eine Ellipse bei der Propagation beschreibt.

### 7.3.2 Gedrehte Strahlung verrät Magnetfeld

In der Astrophysik verwendet man die Faraday-Rotation als *Tracer*, sozusagen als Informant, um intergalaktische Magnetfelder und intergalaktisches Clustergas zu vermessen. In den Galaxienhaufen (engl. *galaxy cluster*) sind die Massenanteile so verteilt, dass Dunkle Materie mit 90% dominiert, die sichtbaren Sterne machen nur 1restlichen 9% heißes intergalaktisches Clustergas ist. Es ist so heiß, dass es als thermischer Planckscher Strahler im Röntgenbereich beobachtet werden kann! Der Fachausdruck für eine solche Röntgenstruktur lautet *X-ray cavity* (dt. Röntgenkavität oder 'Röntgenblase'). Durchläuft nun die Strahlung einer Radioquelle, z. B. einer Radiogalaxie oder eines radiolauten Quasars, die sich *hinter* dem Clustergas befindet das ionisierte Material, so gerät es unter den Einfluss der Faraday-Rotation. Typischerweise befindet sich im Zentrum des Galaxienhaufens eine starke Radioquelle, die das *Intraclustergas* durchleuchtet, so z. B. die Radiogalaxie M87, ein Aktiver Galaktischer Kern (AGN) im Virgo-Haufen. Die hohen Temperaturen erhält das Intraclustergas dadurch, dass die Radioquellen im intergalaktischen Medium Energie deponieren. Manchmal dokumentieren die heißen Röntgenblasen wie Fossilien die ehemalige Radioaktivität in der Umgebung. Vielleicht können sie Zeugen einer längst vergangenen Phase eines lokalen, radiolauten AGN sein. Die Blasen fungieren wie ein Behältnis, das die Magnetfelder in die Randbereiche des Clusters transportiert. Auf diese Weise bildet sich ein **intergalaktisches Magnetfeld** aus.

### 7.3.3 linear polarisierte Synchrotronstrahlung

Man muss dazu sagen, dass die Radiostrahlung besagter Quellen in der Regel linear polarisiert ist, weil es sich um Synchrotronstrahlung handelt. Die Synchrotronstrahlung wird beispielsweise in den Jets erzeugt, kann aber auch aus der Kernregion des AGN im Akkretionsfluss nahe am supermassereichen Schwarzen Loch erzeugt werden.

### 7.3.4 Einordnung in den ganz großen Zusammenhang

Diese linear polarisierte Strahlung aus Hintergrundquellen erleidet wie gesagt die Faraday-Rotation. Mithilfe dieses Effekts lässt sich nun eine Aussage über die Magnetfelder im vorgelagerten Galaxiencluster machen. Man vermutet, dass die Magnetfelder eine wichtige Rolle in der Dynamik der Galaxienhaufen spielen. Die **Kartographie intergalaktischer Magnetfelder** ist dann ein Schlüssel zu Simulationen der Haufendynamik im Rahmen der Magneto hydrodynamik. Insbesondere sind die Astronomen an *Cooling Flows*, großskaligen Materieflüssen, interessiert. Dieses Verständnis ist ebenso relevant für die Kosmologie, weil es vermutlich auch klärt - so die Hoffnung -, wie die **großräumigen Strukturen** im Universum zustande kommen.

### 7.3.5 Quellen:

*Dolag, Bartelmann & Lesch 2002, McNamara 2004*

## 7.4 Farbindex

Dieser Begriff wird bei dem Eintrag Helligkeit erklärt.

## 7.5 Farbladung

Die Farbladung ist diejenige Quanteneigenschaft oder Quantenzahl in der Quantenchromodynamik (grch.  $\chi\rho\tilde{\omega}\mu\alpha$ , *chroma*: Farbe), die die starke Wechselwirkung hervorruft. So wie die Photonen der Quantenelektrodynamik (QED) an die elektrischen Ladungen koppeln, koppeln die acht Gluonen, die Eichbosonen der QCD, an die Farbladungen.

### 7.5.1 farbige Kräfte kommen nicht weit

Die Farbfreiheitsgrade sind **rot**, **grün** und **blau**. Daneben existieren die drei korrespondierenden **Antifarben**. Eine der elementaren Teilchenfamilien, die Quarks, tragen eine bestimmte Farbladung der drei möglichen. Das Groteske an der QCD ist, dass die Gluonen *selbst* Farbladungen tragen und daher auch untereinander stark wechselwirken. Dies ist der tief liegende Grund für die Kurzreichweitigkeit der starken Wechselwirkung trotz masseloser Eichbosonen (vergleiche Yukawa-Potential).

### 7.5.2 Bunte Quantenwelt

Alle Hadronen sind farbneutral oder 'weiß', wie die Quantenfeldtheoretiker sagen, weil die Superposition der Farben rot, grün und blau gerade weiß ergibt. Das hat zur Folge, dass die drei Quarks, die ein Baryon konstituieren, alle unterschiedliche Farben haben müssen: entweder rot, grün und blau oder anti-rot, anti-grün und anti-blau.

Die beiden Quarks, die zusammengesetzt ein Meson bilden, müssen entsprechend durch Farbe und korrespondierender Anti-Farbe ausgezeichnet sein. Dann erscheint auch das Meson nach außen farbneutral.

Die zweite, echte Elementarteilchenfamilie, die Leptonen sind ohne Ausnahme farbneutral. Anders gesagt, nehmen sie **nicht** an der starken Wechselwirkung teil.

### 7.5.3 Farbe als abstrakter Begriff für eine Ladungsform

Die Benennung dieses Quantenfreiheitsgrades der QCD nach Farben ist im Prinzip willkürlich und spielt keine Rolle. Es findet sich jedoch eine praktikable Analogie zur *additiven Farbmischung*, wie aus obigen Beispielen ersichtlich ist.

Insgesamt kennen die Quantenfeldtheorien vier Ladungen, an die die vier Grundkräfte koppeln:

- ◇ Die elektrische Ladung der QED,
- ◇ die schwache Hyperladung der Schwachen Wechselwirkung,

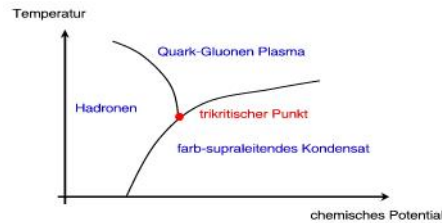


Abbildung 7.3: Phasendiagramm der QCD.

- ◇ die Farbladung der QCD
- ◇ und die Masse als 'gravitative Ladung' der Gravitationstheorien.

## 7.6 Farbsupraleitung

Die BCS-Theorie (nach den Pionieren *John Bardeen, Leon Cooper, Bob Schrieffer*, 1957) der Supraleitung in der theoretischen Festkörperphysik sieht ein kollektives Phänomen der Leitungselektronen vor. Wenn es kalt wird, sind Elektronen ungern Singles: Bei tiefen Temperaturen schließen sich deshalb zwei Elektronen (die zur Gruppe der Fermionen gehören) zu den so genannten **Cooper-Paaren** zusammen.

### 7.6.1 Ein perfektes Quantenpaar

Diese Paarung ist nur mit einer Wechselwirkung mit dem Kristallgitter des Festkörpers zu erklären, so dass eine anziehende (*attraktive*) Kraft zwischen den sich normalerweise aufgrund der Coulomb-Kraft abstoßenden Elektronen resultiert. Die Paare sind dann bosonisch und weisen damit völlig neue physikalische Eigenschaften auf. Die Pärchen pfeifen nämlich auf das Pauli-Verbot! Cooper-Paare bestehen aus Elektronen mit antiparallelem Spin, und deshalb können sich beliebig viele Cooper-Paare im *gleichen* Quantenzustand (gleiches Energieniveau) aufhalten.

### 7.6.2 Paare haben keinen Widerstand

Das **widerstandslose Stromfließen in einem Supraleiter** kann dadurch erklärt werden, dass die Cooper-Paare *nicht* an den Gitterionen gestreut werden können. Gerade diese Streuung führt bei der 'normalen' Leitung zu Verlusten, dem elektrischen Widerstand. Die Paare wirken jedoch aufgrund der starken Korrelation mit dem Gitter als Gesamtheit: der Gesamtimpuls der Cooper-Paare, also der elektrische Strom, bleibt erhalten. Erst das Aufbrechen der Bindung der Cooper-Paare durch Zuführen von Energie (höhere Temperaturen) kann die Supraleitung beenden.

### 7.6.3 Farbsupraleitung als Pendant

In Analogie zur dieser BCS-Supraleitung wurde bereits 1977 von *Barrois* eine **Farbsupraleitung** (engl. *color superconductivity*) vorgeschlagen, die vor kurzem 'wiederbelebt' wurde. In der Farbsupraleitung sind es nicht Elektronen, sondern **Quarks**, die

fermionischen Konstituenten der Nukleonen, die eine Paarbindung (*Diquarks*) eingehen. Die Bezeichnung *Farbsupraleitung* rührt daher, weil Quarks neben der drittelzahligen elektrischen Ladung eine **Farbladung** tragen (Quantenchromodynamik, QCD).

#### 7.6.4 Bezug zu kompakten Sternen

Einen Übergang in eine Phase von Quarkpaaren vermutet man bei sehr hohen Dichten (mehrfache Kernmateriedichte!), beispielsweise im Innern von Neutronensternen und Quarksternen. Das Phasendiagramm 7.3 zeigt, wie man sich die drei Phasen Hadronen, farbsupraleitende Phase und Quark-Gluonen-Plasma mit jeweiligen Phasengrenzen vorstellt.

Allerdings beträgt der Einfluss der Farbsupraleitung auf die Zustandsgleichung von kompakten Objekten wie den Neutronensternen nur wenige Prozent, weshalb ihre Wichtigkeit für phänomenologische Modelle eher marginaler Natur ist.

#### 7.6.5 Quelle

- ◇ *Alford, M.:* Color superconducting quark matter in compact stars, Preprint hep-ph/01110150

### 7.7 Feldgleichungen

Ganz allgemein versteht man unter den Feldgleichungen die Bewegungsgleichungen in klassischen Feldtheorien und auch in den Quantenfeldtheorien (QFT). Diese Bewegungsgleichungen diktieren die Dynamik des physikalischen Systems.

#### 7.7.1 Immer das gleiche Rezept

Feldgleichungen folgen zwingend einem Konstruktionsplan, mit dessen Hilfe aus den **Lagrangedichten** (*Lagrangian*) der Theorie die Bewegungsgleichungen über die Euler-Lagrange-Gleichungen (die bereits aus der klassischen Mechanik bekannt sind) folgen. Diese Bewegungsgleichungen sind gerade identisch mit den **Feldgleichungen** der Theorie. Der umgekehrte Weg ist ebenfalls praktikabel: man sucht Bewegungsgleichungen auf, aus denen die Lagrangedichten folgen. Der kanonische Aufbau einer Theorie ist somit möglich, wenn auch die praktischen Rechnungen im Detail äußerst kompliziert sind.

#### 7.7.2 Beispiele

- ◇ In der Quantenelektrodynamik (QED), einer (speziell) relativistischen und quantisierten Theorie des elektromagnetischen Feldes, können die Elektronen und deren Antiteilchen, die Positronen, auf dem Quantenniveau beschrieben werden. Die elektromagnetische Kraft wird durch den Austausch von Bosonen, den Photonen, verstanden.
- ◇ Die Quantenchromodynamik (QCD) ist eine quantisierte Theorie der starken Wechselwirkung. Sie erklärt auf der Quantenebene die Wechselwirkung der Quarks, die eine Farbladung tragen, genauso wie den Zusammenhalt der Nukleonen (Proton und Neutron) bzw. allgemeiner gesprochen den Zusammenhalt der Hadronen.

$$G_{\mu\nu} = 8\pi T_{\mu\nu}$$

Abbildung 7.4: Einsteinsche Feldgleichungen.

- ◇ Auch klassische, nicht quantisierte Feldtheorien wie die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) können mit dem Apparat der Euler-Lagrange-Gleichungen behandelt werden. Mit dem Ansatz der so genannten *Einstein-Hilbert-Wirkung* (die die gleiche Information wie der Lagrangian trägt) folgt dann die unten stehende Feldgleichung der ART.

### 7.7.3 klassische Feldgleichung der Gravitation

Bezogen auf die Relativitätstheorie meint der Begriff *Einsteinsche Feldgleichungen* (Abbildung 7.4) den fundamentalen Satz an Gleichungen, der die Materie (beschrieben durch den Energie-Impuls-Tensor  $T$ , der im Vakuumfall verschwindet) an die Raumzeit (repräsentiert durch den Riemannschen Krümmungstensor, der den Einstein-Tensor  $G$  konstituiert) selbstkonsistent koppelt. Die einfache Gestalt der Feldgleichung täuscht! Diese Gleichung komplett ausformuliert besteht aus **zehn nichtlinearen, gekoppelten, partiellen Differentialgleichungen** für die es keinen vollständigen Satz an Lösungen gibt. Immer wieder werden deshalb neue, spezielle Lösungen für Einsteins Feldgleichung gefunden. Eine Lösung der Feldgleichung gibt dann Aufschluss über die Raumzeit-Geometrie der Materie oder - falls der Energie-Impuls-Tensor verschwindet - die des Vakuums. Ungeladene Schwarze Löcher sind beispielsweise immer Lösungen der Vakuum-Feldgleichungen (z. B. die Kerr-Lösung oder die Schwarzschild-Lösung).

### 7.7.4 zentrale Bedeutung von Feldgleichungen

In der Physik geht es an sich immer um Feldgleichungen. Denn sie diktieren die Dynamik und das zukünftige Verhalten eines Systems oder die Wechselwirkung durch Kräfte.

## 7.8 Fermi-Beschleunigung

Dieser Mechanismus ist dafür verantwortlich, dass elektrisch geladene Teilchen soviel Energie gewinnen können, dass sie relativistisch schnell werden und sogar in den UHE-Bereich (UHE: *ultra-high energetic*), also TeV bis PeV, kommen können.

### 7.8.1 zwei Beschleunigungsformen

- ◇ **Fermi-Beschleunigung erster Ordnung:** Relativistische Schockwellen breiten sich in einem turbulenten Plasma aus und beschleunigen die geladenen Teilchen im Plasma. Dies ist gewissermaßen ein 'Reiten auf der Schock-Welle'.
- ◇ **Fermi-Beschleunigung zweiter Ordnung:** Sind die Geschwindigkeiten nicht-relativistisch, so kann eine stochastische Beschleunigung einiger weniger Teilchen stattfinden, wenn sie durch ein turbulentes Plasma hindurch diffundieren.

### 7.8.2 extrem beschleunigte Teilchen aus dem All

In beiden Fällen wird makroskopisch kinetische Energie des Plasmas auf einige wenige (mikroskopische) Teilchen übertragen. Astrophysikalisch realisiert sind diese Szenarien vermutlich in internen Schocks im Jetplasma extragalaktischer Jets von AGN, in Feuerball-Schocks eines Gammastrahlenausbruchs, in stellaren Jets von Mikroquasaren oder in den kugelförmigen Schockwellen, die sich nach einer Supernova vom Typ II durch das interstellare Medium (ISM) ausbreiten (so genannte *Blast-wave-Modelle*, *Sedov-Lösung*).

Damit sind alle diese Objekte heiße Kandidaten für die Erzeugung von UHE-Protonen, die eine Komponente der kosmischen Strahlung darstellen. Aus diesen höchstenergetischen Protonen können sich schließlich über eine lange Reaktionskette UHE-Neutrinos mit Energien ab 1 TeV bilden. Solche höchstenergetischen Neutrinos (bzw. deren Sekundärprodukte) können mit den Neutrinodetektoren AMANDA und ICECUBE im Eis der Antarktis aufgefangen werden.

## 7.9 Fermionen

Der Begriff Fermionen leitet sich von dem italienischen Kernphysiker *Enrico Fermi* (1901 - 1954) ab. Fermionen heißen alle Teilchen mit **halbzahligem Spin**. Spin ist ein Freiheitsgrad der Teilchen (eine Quantenzahlen), der erst mit der relativistischen Quantenmechanik aufgekommen ist und anschaulich mit der Hilfsvorstellung verbunden wird, dass das Teilchen um die eigene Achse rotiert (Eigendrehimpuls). Letztendlich lag diese Vorstellung nahe, weil ebenso wie der klassisch bekannte **Bahndrehimpuls** der Spin (wie im Übrigen auch Isospin und schwacher Isospin) einer **quantenmechanischen Drehimpuls-Algebra** gehorchen. Die Anschaulichkeit geht jedoch sicherlich - wie in vielen Bereichen der Quantentheorie - verloren, wenn man sich die Wellenfunktion dieses Teilchens mit Spin vergegenwärtigt. Quanten sollte man sich nicht als rotierende Kügelchen vorstellen.

### 7.9.1 Konsequenzen für den Materieaufbau

Die Fermionen unterscheiden sich fundamental von den Teilchen mit *ganzzahligem Spin*, die die Physiker **Bosonen** nennen. Das so genannte **Spin-Statistik-Theorem** setzt diese Spineigenschaften in Bezug zur Quantenstatistik. Fermionen genügen der Fermi-Dirac-Statistik. Letztendlich sind diese Sachverhalte von grundlegender Wichtigkeit für den Aufbau der Materie.

### 7.9.2 Beispiele für Fermionen

Bekannte Fermionen mit Spin  $1/2$  sind das Elektron, die Quarks und die Nukleonen. Sie unterliegen alle dem **Pauli-Prinzip**. In der Astrophysik hat das Konsequenzen für den inneren Aufbau von kompakten Sternen, z. B. für Weiße Zwerge, Neutronensterne und Quarksterne (Stichwort: *Entartungsdruck*).

## 7.10 Fermionenstern

Fermionensterne (engl. *fermion stars*) sind kompakte Objekte, die nur aus Fermionen bestehen. Gelegentlich sprechen Astrophysiker auch von *Fermionenbällen*. Theoretische



Astrophysiker interessieren sich für Fermionensterne, weil sie Alternativen zu normalen Sternen oder schweren kompakten Objekten darstellen. Gravitationsforscher wollen vor allem wissen, ob Fermionensterne insbesondere als Alternative zu Schwarzen Löchern in Frage kommen. Die astronomischen Beobachter versuchen Eigenschaften der kompakten Objekte wie Radius oder Masse zu bestimmen. Ein Vergleich mit dem Zoo der kompakten Objekte verrät ihnen dann, ob sie im vorliegenden Fall beispielsweise einen Weißen Zwerg, einen Neutronenstern, ein Schwarzes Loch, einen Bosonenstern oder einen Fermionenstern entdeckt haben.

### 7.10.1 stabilisierender Quantendruck

Es gibt einen fundamentalen Unterschied zwischen Bosonen und Fermionen - das ist die Kernaussage des Spin-Statistik-Theorems: Fermionen unterliegen dem **Pauli-Prinzip**. Es besagt, dass zwei Fermionen nicht denselben Zustand besetzen können (d. h. sie dürfen nicht in allen Quantenzahlen übereinstimmen). Genau dieser Sachverhalt stellt einen nur quantentheoretisch zu verstehenden Druck zur Verfügung - den **Entartungsdruck**. Dieser stabilisiert die Neutronensterne bis zu einer gewissen Massenobergrenze - die Neutronen im Innern des Neutronensterns sind ja Fermionen mit Spin  $1/2$ .

### 7.10.2 Oppenheimer-Volkoff-Masse

Im klassischen und einfachsten Neutronensternmodell, in dem tatsächlich *nur* Neutronen betrachtet werden, die außerdem *nicht* miteinander wechselwirken, resultiert die so genannte **Oppenheimer-Volkoff-Grenze**. Sie besagt, dass solche stark vereinfachten Neutronensterne **maximal 0.7 Sonnenmassen** schwer und knapp 20 Kilometer im Durchmesser sein können. Kompliziertere Modelle, die in der Folgezeit entwickelt wurden und sicherlich näher an den Neutronensternen in der Natur liegen, erlauben deutlich schwerere Neutronensterne - bis maximal ungefähr drei Sonnenmassen. Einzelheiten zu diesem aktuell immer noch brisanten Forschungsgebiet werden im Eintrag Neutronenstern vorgestellt.

### 7.10.3 Sternexoten

Es ist in der theoretischen Astrophysik durchaus diskussionswert, das Oppenheimer-Volkoff-Modell zu verallgemeinern und zu fragen, ob beispielsweise **Neutrinosterne** ein plausibles Sternmodell sind. Andere Möglichkeiten bei den Fermionensternen bieten die fermionischen, supersymmetrischen Partner, z. B. Neutralinos (*Neutralinostern*) oder Gravitinos (*Gravitinostern*). In erster Näherung sind Abschätzungen für Masse und Radius dieser exotischen Objekte mit dem Oppenheimer-Volkoff-Modell durchführbar.

### 7.10.4 Fermionenball in M87?

Setzen wir doch einmal das schwerste, beobachtete supermassereiche Schwarze Loch in M87 an. Dieses Superloch hat etwa drei Milliarden Sonnenmassen, die wir als Oppenheimer-Volkoff-Grenzmasse  $M_{OV}$  einsetzen (Gleichung zu finden unter Oppenheimer-Volkoff-Grenze). Für einen fermionischen Entartungsfaktor  $g = 2$  finden wir eine notwendige Fermionenmasse von ca. 15 keV; bei  $g = 4$  reduziert sie sich zu etwa 11 keV. Diese Masse schließt zumindest einen Neutrinostern aus, weil Neutrinos viel leichter sind ( $\sim$  wenige eV).

### 7.10.5 Fermionenstern, Bosonenstern oder doch Schwarzes Loch?

Vergleicht man Fermionenbälle und Bosonenbälle, so scheinen mit den derzeit kursierenden Modellen, die Fermionenbälle durchaus konkurrenzfähig mit einigen Kandidaten für Schwarze Löcher zu sein, weil sie recht kompakt sein können. Allerdings ist es nicht möglich, die komplette Massenskala der kosmischen Schwarzen Löcher von 10 bis 10 Milliarden Sonnenmassen konsistent nur durch Fermionensterne zu erklären. Es scheint, als kommt die moderne Astrophysik auch in dieser Hinsicht nicht ohne klassische Schwarze Löcher aus.

## 7.11 Fernparallelismus

Der Fernparallelismus ist eine Gravitationstheorie, die *Albert Einstein* 1928 eingeführt hat. Er legt mit dieser Theorie eine vollkommen andere Sicht auf die Schwerkraft vor, als in seiner 1916 publizierten Allgemeinen Relativitätstheorie (ART). Nicht die Krümmung einer Raumzeit ist verantwortlich für die Gravitation, sondern deren **Torsion**. Im Fernparallelismus verschwindet der Torsions-Tensor **nicht** - in der ART hingegen schon.

### 7.11.1 Einsteins Motivation

Einstein zielte mit diesem völlig neuen Ansatz auf eine **Unifikation von Gravitation und Elektromagnetismus**. Er wählte jedoch dabei eine gänzlich andere Konzeption, als in der etwa zeitgleich entwickelten Kaluza-Klein-Theorie. Randbemerkung: Auch der deutsche Mathematiker *Herman Weyl* hatte eine solche Vereinheitlichung ab 1918 versucht, jedoch mit einem anderen Ansatz: er führte ein neues Kovektorfeld ein, das er mit dem elektromagnetischen Potential  $A$  identifizierte. Dieser Ansatz modifiziert auch den Levi-Civita-Zusammenhang der ART um einen neuen Term zum so genannten *Weyl-Zusammenhang* in der Weylschen Theorie.

### 7.11.2 Ursprung der Bezeichnung 'Fernparallelismus'

Fernparallelismus (engl. *teleparallelism*, *distance parallelism*) oder **fernparallele Gravitation** (engl. *teleparallel gravity*, *TP gravity*) ist eine Name, den Einstein selbst einführte, um seine neue Theorie zu bezeichnen. Die Schwerkraft steckt nun vollends in der **Torsion**, und die Raumzeit ist flach, weist also keinerlei Krümmung auf. Einstein konnte zeigen, dass unter diesen Voraussetzungen zwei beliebige Vektoren *absolut parallel* zueinander sind. Das gab dieser Theorie den Namen.

### 7.11.3 Grundidee im Fernparallelismus

Die Grundzüge des Fernparallelismus lassen sich am besten in der Gegenüberstellung zu Einsteins ART begreifen: In der ART ist ein Tensorfeld, der **metrische Tensor**, die zentrale Grundgröße, der durch ein Linienelement charakterisiert wird. Diese Metrik ist im Allgemeinen bestimmt durch 10 unabhängige Komponenten. Im metrischen Tensor steckt die gesamte Struktur und Dynamik der Raumzeit. Durch Berechnung der Christoffel-Symbole und des Riemannschen Krümmungstensors kommt man zu den Feldgleichungen in Einsteins ART.

Die zentrale Grundgröße im Fernparallelismus ist hingegen ein **Tetradenfeld**, das sich im Allgemeinen aus 16 unabhängigen Komponenten zusammensetzt. Die Torsion übernimmt die Rolle einer Gravitationskraft.

#### 7.11.4 zwei Formulierungen der Gravitation

Trotz dieser Unterschiede im Ansatz kann gezeigt werden, dass ART und Fernparallelismus im Grunde **äquivalente Formulierungen der Einsteinschen Gravitation** sind - sozusagen zwei Seiten derselben Medaille (*Gronwald & Hehl* 1996, ePrint unter gr-qc/9602013). Der Energie-Impuls-Tensor ist in der ART die Quelle der Krümmung und in der fernparallelen Gravitation die Quelle für Torsion.

Dementsprechend ist es möglich Analoga zur Schwarzschild-Lösung, Kerr-Lösung und FLRW-Lösung der ART in der Theorie des Fernparallelismus zu finden (*Pereira, Vergas & Zhang*, CQG 2001; *Nashed Gamal* 2002; *Sharif & Amir*, Gen. Rel. Grav. 2006).

#### 7.11.5 Zusammenhang

Dadurch dass nun die Torsion endlich ist, wird der Levi-Civita-Zusammenhang ersetzt durch den **Weitzenböck-Zusammenhang**. Dieser neue Zusammenhang im Fernparallelismus setzt sich zusammen aus dem gewohnten Levi-Civita-Zusammenhang der ART und dem **Verdrehungstensor** (engl. *contortion tensor*; nicht zu verwechseln mit der Spannungs- oder Verzerrungstensor in der Kontinuums- und Elastomechanik).

#### 7.11.6 Aktuelle Entwicklungen

Der Fernparallelismus kann als Feldtheorie mit einem Wirkungsfunktional assoziiert werden. Mittlerweile ist bekannt, dass nur ein spezielles Wirkungsfunktional den Fernparallelismus in die ART überführen lässt. Gravitationstheoretiker erforschen derzeit viele Varianten des Fernparallelismus, die nicht in Einsteins Theorie überführt werden können. Sie hoffen dadurch neue Einsichten in die Natur der Gravitation zu bekommen.

## 7.12 Feynman-Diagramm

Die Feynman-Diagramme oder Feynman-Graphen sind von enormer Relevanz in der Teilchenphysik und Quantenfeldtheorie. Der theoretische Physiker, Nobelpreisträger und geniale Kommunikator *Richard P. Feynman* (1918 - 1988) erfand sie im Rahmen der Entwicklung der Quantenelektrodynamik. Sie illustrieren **Teilchenwechselwirkungen** und sind daher ein einfaches Modell, um sich die Kräfte zwischen Teilchen zu veranschaulichen. Feynman-Diagramme stellen gewissermaßen Weg-Zeit-Diagramme dar: die Zeitachse zeigt senkrecht nach oben, die Raumachse waagrecht nach rechts. Weil diese Achsen Konvention sind, werden sie fast ausschließlich weggelassen.

### 7.12.1 So liest man ein Feynman-Diagramm

Die Teilchen werden als Linien dargestellt, die sich an Wechselwirkungspunkten (*Vertices*, Einzahl: *Vertex*) schneiden. Die Wechselwirkung findet dann an einem ausgezeichneten Raum-Zeit- oder Weltpunkt statt. Man hat zur Darstellung der Teilchen folgende Vereinbarungen getroffen:

- ◇ **Durchgezogene, gerade Pfeile** kennzeichnen alle Fermionen. Ungerade Linien repräsentieren die Bosonen (Ausnahme ist das Higgs-Teilchen, s. u.). Die Pfeilrichtung bei Antiteilchen ist umgekehrt zu den normalen Teilchen, weil sich Antiteilchen 'rückwärts in der Zeit bewegen'.
- ◇ **Wellenförmige Linien** verwendet man für das Photon der Quantenelektrodynamik und die Weakonen der schwachen Wechselwirkung.
- ◇ **Schraubenförmige Linien** verwendet man für die Gluonen der Quantenchromodynamik (QCD).
- ◇ **Gestrichelte Linien** sind normalerweise dem Higgs-Teilchen vorbehalten.

### 7.12.2 Rätselhafte Hieroglyphen am Feynman-Graphen

Diese Konventionen werden nicht immer so rigide eingehalten. In der Regel stehen die Teilchensorten immer an den Linien. Jedes Teilchen hat ein internationales Symbol:  $\gamma$  für das Photon;  $g$  für die Gluonen;  $W^+$ ,  $W^-$  und  $Z$  für eines der Weakonen,  $e^-$  für das Elektron;  $e^+$  für das Positron,  $\nu$  für die Neutrinos (meist mit Index für eine der drei Leptonenfamilien);  $l$  für ein Lepton;  $q$  für ein Quark;  $p$  für ein Proton;  $n$  für ein Neutron;  $K$  für ein Kaon;  $\pi$  für ein Pion;  $\chi$  für das Neutralino uvm.

### 7.12.3 Vertices & Wirkungsquerschnitte

Die Feynman-Graphen bestehen aus Grundelementen, die zu verschiedenen Wechselwirkungsszenarien zusammengesetzt werden können. So existieren *Fermion-Boson-* und *Boson-Boson-Vertex*. Mindestens zwei dieser Vertices konstituieren zu einem Wechselwirkungsereignis. Der Austausch eines virtuellen Bosons, wie den Eichbosonen irgendeiner der vier Wechselwirkungen, wird durch den **Propagator** dargestellt. Die Teilchenphysiker sind immer an *Wahrscheinlichkeitsamplituden* interessiert, deren Quadrate den **Wirkungsquerschnitt** bilden. Letzterer steht für die Wahrscheinlichkeit des gesamten Wechselwirkungsprozesses. Die Amplituden sind proportional zur Kopplung und zum Propagator, der durch eine *Greensche Funktion* dargestellt werden kann. Dieser Formalismus führt schnell auf die bekannten **Streuformeln** für Rutherford-Streuung und Mott-Streuung.

### 7.12.4 Endlich mal ein Beispiel

Die Abbildung 7.5 zeigt das Feynman-Diagramm des  $\beta^-$ -Zerfalls auf der Quark-Ebene: Durch den Austausch eines negativen W-Bosons wandelt sich ein d-Quark im Neutron zu einem u-Quark um. Das ändert den Quarkgehalt dieses Baryons und führt dazu, dass das Neutron (udd) im Atomkern zu einem Proton wird (uud). Da bestimmte Quantenzahlen, wie z. B. elektrische Ladung, Leptonenzahl sowie Energie und Impuls, bei diesem Vorgang erhalten sein müssen, bilden sich im Beta-Zerfall auch neue Teilchen: ein Elektron ( $\beta$ -Strahlen) und ein Anti-Elektron-Neutrino. Auf diese Art und Weise lassen sich sämtliche Teilchenreaktionen darstellen.

### 7.12.5 Strahlungskorrekturen

Es stellt sich heraus, dass es auch **Feynman-Diagramme höherer Ordnung** gibt. Diese weisen so genannte *Strahlungskorrekturen* auf, die man wie folgt klassifiziert:

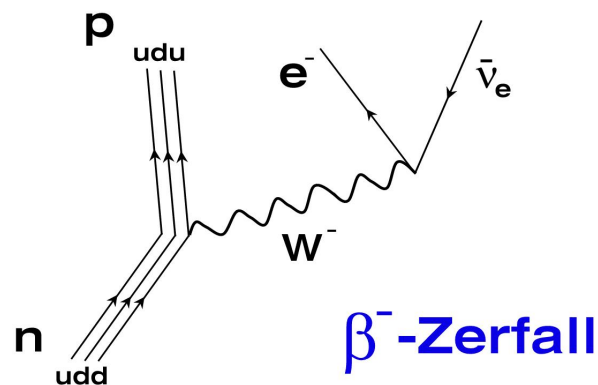
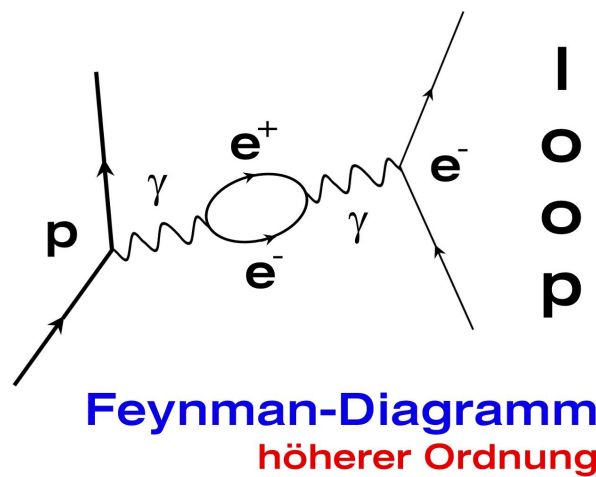
Abbildung 7.5: Feynman-Diagramm des  $\beta^-$ -Zerfalls.

Abbildung 7.6: Feynman-Diagramm erster Ordnung mit einer Schleife (nicht-photonische Strahlungskorrektur).

- ◇ photonische Strahlungskorrekturen z. B. Bremsstrahlung,
- ◇ nicht-photonische Strahlungskorrekturen mit Vertex- oder Propagator-Korrekturen (Schleifen oder *loops*), die von virtuellen Teilchen- und Teilchenpaaren herrühren,
- ◇ und schließlich QCD-Strahlungskorrekturen, bei denen Vertexkorrekturen und Korrekturen durch die Abstrahlung von Gluonen eingehen.

### 7.12.6 Noch ein komplizierteres Beispiel

Die zweite Abbildung 7.6 zeigt gerade einen Feynman-Graph höherer Ordnung mit einer Schleife aus einem Elektron-Positron-Paar. Alle Strahlungskorrekturen bewirken, dass der Wirkungsquerschnitt, also die Wahrscheinlichkeit für das Eintreffen der Teilchenwechselwirkung, verändert wird. Die Teilchenphysiker sind gerade an diesen

Wirkungsquerschnitten interessiert und berechnen sie für eine Vielzahl verschiedener Feynman-Graphen.

### 7.12.7 Der eigentliche Clou

Die Feynman-Diagramme sind jedoch weit mehr als eine anschauliche Darstellung von Teilchenprozessen. Die Teilchenphysiker können sie Bausteinen gleich in Fragmente zerlegen, die jeweils eindeutig mit mathematischen Gleichungen verknüpft sind. Auf diese Weise kann man aus vielen Feynman-Diagrammen niedrigster bis höherer Ordnung Gleichungen ableiten, die die Wirkungsquerschnitte liefern. Das ist das eigentlich Geniale an Feynman-Diagrammen!

## 7.13 FFO

Die Abkürzung FFO steht für den *free-falling observer*, einen frei fallenden Beobachter. Diese Beobachter folgen den zeitartigen Geodäten der im Allgemeinen gekrümmten Raumzeit.

### 7.13.1 Frei fallen? Klingt gefährlich!

Auf einen frei fallenden Beobachter oder ein frei fallendes Objekt wirken keine äußeren Kräfte. In der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) sagt man: das Objekt bewege sich geodätisch oder kräftefrei. Der einfachste Fall ist die flache Raumzeit der Speziellen Relativitätstheorie, die so genannte Minkowski-Metrik. Ein FFO bewegt sich hier gleichförmig geradlinig, d. h. linear auf einer Geraden. In den gekrümmten Raumzeiten der ART wird das komplizierter: Der FFO bewegt sich dann auf einer 'krummen Bahn', aber kräftefrei.

### 7.13.2 Werkzeug für Einsteins Theorie

Die Untersuchung von Bewegungen von Objekten im Rahmen der ART erfordert in der Regel die Wahl eines Koordinatensystems und eines Beobachters. Als Beobachter kommen FIDOS und ZAMOs in Frage. Manchmal - zum Beispiel am Ereignishorizont von Schwarzen Löchern - zeigen FIDOS pathologisches Verhalten, d. h. sie erweisen sich als ungeeignet, um die Physik zu beschreiben. Dann wählt man FFOs. Der Übergang auf neue Beobachter wird dabei mit Lorentz-Transformationen vollzogen.

## 7.14 FIDO

Das Kürzel FIDO steht für den *fiducial observer*, einem Beobachter, dem man trauen kann. Man muss sich vorstellen, dass die Raumzeit mit einer Schar von Beobachtern, den FIDOS, besetzt ist, die an jedem Punkt der Mannigfaltigkeit Experimente durchführen können. Jeder FIDO hat seine eigene Uhr, deren Gangart gegenüber Unendlich durch die Rotverschiebung bestimmt ist.

## 7.15 Flachheitsproblem

Ein Problem in der Kosmologie, das durch die **Inflation** gelöst wird. Unter dem Eintrag Inflation werden Problem und Auflösung erläutert.

## 7.16 FLRW-Kosmologie

Mit den rechnerischen Werkzeugen, die Einsteins Allgemeine Relativitätstheorie zur Verfügung stellt, lässt sich das Universum als Ganzes beschreiben. Anders gesagt kann man auf diese Weise Kosmologie erstmals als exakte Wissenschaft (als Disziplin der Astronomie) betreiben.

### 7.16.1 Was hat das mit FLRW zu tun?

Das Akronym FLRW steht nun für die Nachnamen der Pioniere der Kosmologie, nämlich

- ◇ den russischen Mathematiker und Astronomen *Alexandr Alexandrowitsch Friedmann* (1888 - 1925),
- ◇ den belgischen Priester und Kosmologen *Abbè Georges Lemaître* (1894 - 1966),
- ◇ den amerikanische Kosmologen *Howard Percy Robertson* (1903 - 1961)
- ◇ und den britischen Geometer und Mathematiker *Arthur Geoffrey Walker* (1909 - 2001).

Jeder dieser Protagonisten trieb die theoretische Kosmologie entscheidend voran und trug zu dem bei, was heute unter der Bezeichnung **Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Modelle** (*FLRW-Modelle*) kursiert. Gebräuchlicher ist die deutliche kürzere Bezeichnung Friedmann-Weltmodelle (unter diesem Eintrag werden die Modelle detailliert vorgestellt). Im Prinzip handelt sich dabei um verschiedene Typen **dynamischer Universen**.

### 7.16.2 Natur passt zu FLRW-Kosmos

Die *experimentelle Kosmologie* stellt mittlerweile Beobachtungsdaten von Supernovae, kosmischer Hintergrundstrahlung, Verteilung der primordialen Elemente (siehe primordiale Nukleosynthese) und Galaxienhaufen bereit, die bestens mit FLRW-Modellen verträglich sind. Eine Abweichung von den Friedmann-Universen gibt es erst in den frühesten Phasen des Kosmos (siehe Urknall, Inflation, Planck-Ära).

## 7.17 Fluchtgeschwindigkeit

Die Fluchtgeschwindigkeit oder *Entweichgeschwindigkeit* ist diejenige Geschwindigkeit, die ein Körper erreichen muss, um dem Gravitationsfeld einer Masse zu entkommen.

### 7.17.1 Eine kleine Rechnung

Das Frame-Dragging der Mittels der Newtonschen Gravitationsphysik lässt sich schnell aus Gleichsetzen der kinetischen Energie mit der potenziellen Energie einer Testmasse im Gravitationsfeld einer großen Masse  $M$  die Fluchtgeschwindigkeit  $v_{\text{esc}}$  berechnen. Das Resultat lautet:

$$v_{\text{esc}} = \sqrt{\frac{2GM}{R_{\text{surf}}}}.$$

Dabei sei das Gravitationsfeld als kugelsymmetrisch angenommen und die kleinere Testmasse am Ort  $R_{\text{surf}}$ , z. B. der Oberfläche der großen Masse  $M$ , lokalisiert.  $G$  ist die Newtonschen Gravitationskonstante mit dem Zahlenwert  $6.672 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$  in SI-Einheiten.

### 7.17.2 Beispiele

Die Entweichgeschwindigkeit der Erde beträgt 11.2 km/s oder gut 40000 km/h. Das ist schon eine ganz ordentliche Geschwindigkeit, die von Raketen erreicht werden muss, um beispielsweise Satelliten in den Erdorbit zu bringen.

Das Extrem stellt bei diesen Betrachtungen ein Schwarzes Loch dar: hier entspricht die Fluchtgeschwindigkeit gerade der Vakuumlichtgeschwindigkeit  $c$ , satte 300000 km/s oder 1.08 Mrd. km/h! Nach der Speziellen Relativitätstheorie ist  $c$  allerdings die generelle Höchstgeschwindigkeit. Nur Licht schafft diese 300000 km/s, aber nicht Materie. Mit anderen Worten: Nicht einmal das Licht vermag einem Schwarzen Loch bei einem kritischen Abstand, dem Ereignishorizont, zu entkommen. Deshalb ist das Loch von außen betrachtet schwarz.

### 7.17.3 weitere Bezeichnungen

Die Fluchtgeschwindigkeit wird auch *parabolische Geschwindigkeit* genannt, weil der entkommende Körper auf einer Parabelbahn entkommt. Eine weitere Bezeichnung für die Fluchtgeschwindigkeit ist *zweite kosmische Geschwindigkeit*.

**Anmerkung:** Die *erste kosmische Geschwindigkeit* ist diejenige Mindestgeschwindigkeit, die ein Körper haben muss, um auf einer Kreisbahn eine Masse zu umkreisen; sie ist kleiner als die Fluchtgeschwindigkeit. Bei Erreichen der *dritten kosmischen Geschwindigkeit* verlässt der Körper die Masse auch, allerdings auf einer Hyperbelbahn (deshalb auch *hyperbolische Geschwindigkeit*); sie ist noch größer als die Fluchtgeschwindigkeit.

### 7.17.4 Grenzen der Newtonschen Theorie

Es sei angemerkt, dass es bei einer so kompakten Masse wie einem Schwarzen Loch an sich nicht mit den Mitteln der Newtonschen Gravitationsphysik gerechnet werden darf. Hier beginnt das Regime einer neuen Gravitationstheorie, nämlich Einsteins Allgemeiner Relativitätstheorie (ART). Sie fasst Gravitation geometrisch als eine gekrümmte Raumzeit auf. Dass mit der Gleichung oben trotzdem das richtige Resultat herauskommt, nämlich der so genannte Schwarzschild-Radius, ist Zufall; so versagt die Newtonsche Gravitation bei der analogen Berechnung für den Fall eine rotierenden Schwarzen Loches. Korrekt beschrieben wird dieses durch die Kerr-Lösung der ART.

## 7.18 Frame-Dragging

Dieser englische Fachbegriff wird in dieser Form auch im deutschsprachigen Fachjargon verwendet, weil er sich schlecht ins Deutsche übersetzen lässt. Es handelt sich um einen rein **allgemein relativistischen Effekt**, der mit der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) beschrieben wird und nicht in der Newtonschen Physik existiert. Frame-Dragging besagt, dass **jede rotierende Masse** das lokale Bezugssystem (engl. *reference frame*) mitzieht (engl. 'ziehen': *to drag*). Anders gesagt wird alles von der rotierenden Masse gezwungen sich mit der Drehrichtung der Masse zu drehen. Das gilt für andere Testmassen, für Licht (Lichtkegel, Photonen), für lokale Beobachter - denn die Raumzeit von rotierenden Massen rotiert selbst.



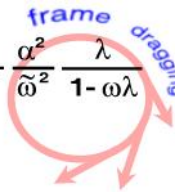
$$\Omega = \omega + \frac{\alpha^2}{\tilde{\omega}^2} \frac{\lambda}{1 - \omega\lambda}$$


Abbildung 7.7: Frame-dragging-Formel in der Kerr-Geometrie.

### 7.18.1 rotierende Massen in Einsteins Gravitation

Rotierende Raumzeiten besitzt zwei Symmetrien: Achsensymmetrie (Axialsymmetrie) und Stationarität. Das entsprechende Linienelement kann ganz allgemein notiert werden (*Papapetrou-Form*). Es gibt da einige Spezialfälle: Ist die rotierende Masse ein Massenmonopol, so resultiert die Kerr-Lösung. Demgegenüber weisen Neutronensterne, die ebenfalls rotieren, einen Massenquadrupol auf. Doch beide Metriken sind axialsymmetrisch und stationär.

Der Frame-Drag tritt **immer** bei rotierenden Massen auf! In der Regel ist er allerdings verschwindend gering und schwierig zu messen - wie im Falle der rotierenden Erde. Das liegt daran, weil die Erde kein kompaktes Objekt ist. Die Effekte werden erst bei schnell rotierenden Neutronensternen (siehe auch Pulsar) und rotierenden Schwarzen Löchern besonders stark. Je mehr Masse auf kleinem Raum rotiert, umso heftiger ist Frame-Dragging.

### 7.18.2 Historisches & Aktuelles

Frame-Dragging wurde bereits 1918 von den beiden österreichischen Physikern *Joseph Lense* (1890 - 1985) und *Hans Thirring* (1888 - 1976) entdeckt. Deshalb nennt man ihn auch Lense-Thirring-Effekt. Unter diesem Lexikoneintrag wird die Mathematik des Frame-Draggings sowie deren Messung mit dem Satelliten **Gravity Probe-B** beschrieben.

### 7.18.3 Schleudertrauma am Kerr-Loch

Das Frame-Dragging der Kerr-Löcher ist mathematisch anhand der Gleichung (notiert in Boyer-Lindquist-Koordinaten) in Abbildung 7.7 zu verstehen: Winkelgeschwindigkeit des Loches  $\omega$ , Lapse-Funktion  $\alpha$ , Winkelgeschwindigkeit  $\Omega$  und Zylinderradius  $\tilde{\omega}$  sind Funktionen, die die rotierende Metrik bestimmen;  $\lambda$  ist der spezifische Drehimpuls des Teilchens, das um das Loch rotiert. Am Ereignishorizont verschwindet  $\alpha$  (Definition des Horizonts!), so dass in jedem Fall der zweite Term null ist. Die Rotation des Teilchens, genauer die Winkelfrequenz  $\Omega$ , wird nun vollständig bestimmt von der Winkelfrequenz des Schwarzen Loches  $\omega$ , der so genannten **Frame-Dragging-Frequenz**: Das rotierende Loch reißt alles mit sich! Dabei ist es völlig unerheblich, welchen Drehimpuls (welches  $\lambda$ ) das einfallende Teilchen hat.

### 7.18.4 Messen des rotierenden Raums

Auch wenn der Effekt klein ist, haben dennoch Physiker versucht, den Frame-Dragging-Effekt bei der Erde zu messen. Dies geschah mithilfe der **LAGEOS**-Satelliten, deren Position

und Bewegung mittels Laser sehr genau bekannt ist. 1997 fanden sie noch eine schwache Evidenz mit hohem Messfehler (zwischen 25 und 200%); 2004 hat die gleiche Forschergruppe mehr Erfolg gehabt und mit hoher Wahrscheinlichkeit - sogar vor der dafür konzipierten Satellitenmission **Gravity Probe-B** - den Frame-Drag der Erde nachgewiesen (*Ciufolini et al.*, Nature **431**, 958, 2004).

Als Testmasse benutzen die Physiker **Gyroskope**, im Prinzip kleine Kreisel. Die rotierende Raumzeit kann durch ein **gravitomagnetisches Feld** beschrieben werden. Der Shift-Vektor ( $\beta$ ), wie er im ADM-Formalismus auftritt, kann als Vektorpotential angesehen werden, der dieses Feld im Raum erzeugt. Das Konzept ist vollkommen analog zur klassischen Elektrodynamik, wo das magnetische Vektorpotential **A** das Magnetfeld,  $\mathbf{B} = \text{rot } \mathbf{A}$ , erzeugt. Das Pendant zur Lorentz-Kraft heißt beim Frame-Dragging **gravitomagnetische Kraft**. Letztendlich beeinflusst diese Kraft Testkörper und zwingt ihnen die Korotation auf. Gyroskope werden dann zur *Lense-Thirring-Präzession* veranlasst. Es handelt sich bei dem Lense-Thirring-Effekt also physikalisch gesprochen um eine **Wechselwirkung von Drehimpulsen**, nämlich demjenigen des Loches (Kerr-Parameter  $a$ ) und demjenigen des ankommenden Teilchens/Testkörpers/Kreisels.

## 7.19 f(R)-Gravitation

f(R)-Gravitation ist ein Oberbegriff für gegenüber der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) erweiterte Gravitationstheorien, die außer der Hilbert-Wirkung der ART *weitere nichtlineare Terme* vorsehen. Diese nichtlinearen Modifikationen werden besonders durch Stringtheorien und M-Theorie motiviert. In der Gravitationsforschung ist allerdings generell von Interesse neue Theorievarianten zu testen - auch, um sich von der Richtigkeit von Bewährtem (in diesem Fall ART und Newtonsche Gravitation) zu überzeugen.

### 7.19.1 Warum f(R)?

Die Bezeichnung f(R) nimmt Bezug darauf, dass eine wesentliche Grundgleichung dieser Feldtheorie, das so genannte *Wirkungsfunktional*, eine mehr oder weniger beliebige Funktion des Krümmungsskalars  $R$  (= *Ricci-Skalars*, siehe Ricci-Tensor) sein kann, der sowohl in positiven oder negativen Potenzen, als auch logarithmiert etc. auftreten kann. Die mathematische Symbolik f(R) kann wörtlich als 'Funktion des Ricci-Skalars' übersetzt werden. Die Nichtlinearitäten bewirken anschaulich, dass bei sehr kleinen Krümmungen der Raumzeit plötzlich die neuen Zusatzterme relevant werden können, dass sie aber bei moderaten bis hohen Krümmungen vielleicht völlig irrelevant sind. Dieses seltsame, 'launige' Verhalten liegt in der Natur von Nichtlinearitäten.

### 7.19.2 Motivation zu einem neuen Ansatz

Das Interesse an solchen Varianten entbrannte, als entdeckt wurde, dass ein solcher f(R)-Ansatz zu **beschleunigten Phasen** einer sich ausdehnenden Raumzeit führen kann (*Alexei A. Starobinsky* 1980) - genau das beobachten die Kosmologen für die globale Raumzeit des ganzen Universums. Sollte diese Beschleunigung vielleicht gar nicht durch Einsteins Theorie, sondern vielmehr durch eine f(R)-Gravitation beschrieben werden?

### 7.19.3 Qual der Wahl

Um diese Frage zu lösen, unternehmen die Gravitationsforscher große Anstrengungen. Aktuell widmen sich zahlreiche Veröffentlichungen ganz unterschiedlichen f(R)-Modellen. Die Forschergruppen setzen eine bestimmte Funktion für f(R) an und betrachten die resultierende Dynamik der modifizierten Feldgleichungen der Gravitation. Eine der vielen **f(R)-Familien** zeigt z. B. die folgende Gleichung:

$$f(\mathcal{R}) = \mathcal{R} + \alpha \mathcal{R}^m - \beta/\mathcal{R}^n.$$

Darin sind  $\alpha$  und  $\beta$  reelle Größen geeigneter Dimension, während  $m$  und  $n$  beliebige natürliche Zahlen symbolisieren. Die Analyse dieser speziellen Klasse hat ergeben, dass ein solcher Ansatz problematisch und nicht verträglich mit Daten der experimentellen Kosmologie ist (*Brookfield et al.* 2006).

Der **Übergang zur ART** findet bei der Wahl  $f(\mathcal{R}) = \mathcal{R}$  statt, weil dann gerade die *Einstein-Hilbert-Wirkung* reproduziert wird (siehe dazu auch *Olmo* 2006, astro-ph/0612047). Dazu muss man wissen, dass die Einstein-Hilbert-Wirkung nur von der Determinante der Metrik - und nicht von weiteren Ricci-Skalaren - abhängt und dass sie über den Euler-Lagrange-Formalismus automatisch auf die klassischen Einsteinschen Feldgleichungen führt.

f(R)-Gravitationen lassen sich generell auf *Skalar-Tensor-Theorien* reduzieren, also auf Theorien, in denen nicht nur eine tensorielle Größe (wie der metrische Tensor in der ART) die Dynamik bestimmt, sondern auch noch ein zusätzlicher Skalar. Spezielle f(R)-Ansätze sind daher äquivalent zur Brans-Dicke-Theorie.

### 7.19.4 Ein technischer Aspekt

Technisch unterscheidet man bei der Analyse von f(R)-Modellen zwei Methoden: Den **Metrik-Formalismus** und den **Palatini-Formalismus**. Beim Metrik-Formalismus erhält man die Feldgleichungen aus der Variation der Wirkung nach der Metrik. Im Palatini-Formalismus hingegen wird der Ricci-Skalar als Funktion der Zusammenhänge (siehe Christoffel-Symbole) aufgefasst und die Wirkung wird nach Metrik und Zusammenhängen getrennt voneinander variiert.

### 7.19.5 Stand der f(R)-Forschung

Zielsetzung der f(R)-Gravitationsforschung ist es, die Möglichkeiten neuer Gravitationstheorien durchzuspielen und aus Beobachtungsdaten die entsprechenden Parameter des Ansatzes einzuschränken (im obigen Beispiel also  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $m$  und  $n$ ). Gleich drei f(R)-Familien werden in einem aktuellen Papier von *Fay, Tavakol & Tsujikawa* (2007) untersucht (Preprint unter astro-ph/0701479).

### 7.19.6 Zentrale Fragen in der f(R)-Forschung

- ◇ Vermag f(R)-Gravitation ein schlüssiges Modell der **Inflation** zu skizzieren?
- ◇ Können f(R)-Ansätze Merkwürdigkeiten wie die Dunkle Energie oder die Pioneer-Anomalie erklären?
- ◇ Leistet f(R)-Gravitation mehr als die ART?

## 7.20 Friedmann-Weltmodelle

Die Friedmann-Weltmodelle beschreiben die Dynamik des Universums als Ganzes. Mit ihrer Hilfe lassen sich Szenarien für dynamisch ganz unterschiedliche Universen entwerfen.

### 7.20.1 dynamische und statische Modell-Universen

Damit sind Friedmann-Universen wesentlicher Gegenstand der **Kosmodynamik**. Auch *Albert Einsteins* Statisches Universum ist als Grenzfall enthalten. Geeignete **kosmologische Parameter** ermöglichen eine Klassifikation in nicht-statische, also dynamische, und statische Lösungen. Die Behandlung und Untersuchung der Lösungsmannigfaltigkeiten der Friedmann-Weltmodelle nennen Kosmologen manchmal auch *Friedmannologie*. Formal folgen die Friedmann-Weltmodelle oder **FLRW-Modelle** (*Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker-Modelle*) aus folgenden vier Zutaten:

- ◇ kosmologisches Prinzip,
- ◇ Weylsches Postulat,
- ◇ Robertson-Walker-Metrik und
- ◇ Feldgleichung der Allgemeinen Relativitätstheorie **mit** kosmologischer Konstante (mit Lambda-Term).

Friedmann-Weltmodelle sind also eingebettet in eine **relativistische Kosmologie**. Das Linienelement der Robertson-Walker-Metrik wird in die Einsteinschen Feldgleichungen mit Lambda-Term eingesetzt und führt auf ein System zweier unabhängiger Differentialgleichungen zweiter Ordnung, den **Friedmann-Gleichungen**. Sie sind von fundamentaler Bedeutung für die moderne Kosmologie. Die beiden Gleichungen können zu einer einzigen Differentialgleichung erster Ordnung kombiniert werden

$$H(t)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho(t) - \frac{kc^2}{R^2(t)} + \frac{\Lambda c^2}{3}. \quad (7.1)$$

Diese Gleichung ist erster Ordnung, weil der Hubble-Parameter  $H(t)$  die erste Ableitung von  $R(t)$  enthält. Die Gleichung wird für unterschiedliche kosmologische Parameter betrachtet und führt so auf unterschiedliche Modelluniversen.

### 7.20.2 Historische Wegbereiter der modernen Kosmologie

Die Friedmann-Gleichungen fand der russische Mathematiker und Astronom *Alexandr A. Friedmann* 1922 und 1924 für die Krümmungsparameter  $k = -1$  und  $k = +1$ , sowie Gesamtdruck  $p = 0$  (also einem Substrat aus Staub). *H.P. Robertson* fand die flache Lösung mit  $k = 0$  (*Euklidisches Universum*).

Die Friedmann-Weltmodelle beschreiben **Universen konstanter Krümmung**  $k$ . Räume konstanter Krümmung haben einen Riemannschen Krümmungstensor mit einfacherer Gestalt, als im allgemeinen Fall beliebig gekrümmter Mannigfaltigkeiten.

### 7.20.3 Drei Krümmungstypen des Kosmos

FLRW-Modelle unterscheiden sich in ihrer **globalen Geometrie** und Topologie:

- ◇ **elliptisches oder sphärisches Universum:** Krümmung  $k = +1$ .  
Dieses Weltall ist geschlossen, unbegrenzt, hat jedoch endliches Volumen. Eine moderne Manifestation dieses Typs ist das Dodekaeder-Universum.
- ◇ **Euklidisches Universum:** Krümmung  $k = 0$ .  
Dieses Weltall ist offen/unendlich oder geschlossen/endlich. Das Universum ist *flach*. Hier gelten die Sätze der ebenen Geometrie *Euklids*, z. B. die Winkelsumme im Dreieck beträgt 180 Grad. Im Konsens-Modell der Kosmologie (engl. *concordance model*) ist das unendlich ausgedehnte, flache Universum die Grundlage.
- ◇ **hyperbolisches Universum:** Krümmung  $k = -1$ . Das Horn-Universum mit negativer Krümmung ist eine moderne Alternative zum flachen Universum.  
Dieses Weltall ist ebenfalls offen/unendlich oder geschlossen/endlich - je nach Topologie.

### 7.20.4 Aber beliebige viele Topologietypen des Kosmos

Eine Entscheidung, welche **kosmische Topologie** vorliegt ist nicht-trivial und Gegenstand der aktuellen, kosmologischen Forschung. Die Aufstellung zeigt, dass nach der Bestimmung des Krümmungsparameters  $k$  nur die Geometrie feststeht, jedoch *noch nicht* die Topologie. Momentan favorisiert man (auch aus Gründen der Einfachheit; vergleiche *Ockhams Rasierklinge*) ein **flaches, offenes Euklidisches Universum**. Flachheit folgt aus den Beobachtungen. Der Euklidische Kosmos konkurriert noch mit dem geschlossenen Dodekaeder-Universum oder Horn-Universum, die als Alternativen vorgeschlagen wurde - noch können sie nicht von den Beobachtungsdaten ausgeschlossen werden. Die topologischen Aspekte der Kosmologie werden unter dem Eintrag Topologie profunder erörtert.

### 7.20.5 kosmische Materie fließt

In der Herleitung der Friedmann-Gleichung geht die Annahme ein, dass das Universum mit Materie, beschrieben als *ideale Flüssigkeit*, angefüllt ist. Deshalb wurde auch der Energie-Impuls-Tensor einer idealen Flüssigkeit verwendet. Die Flüssigkeit wird durch ihre Energiedichte (relativistische Verallgemeinerung der Massendichte) und ihren Druck  $p$  bestimmt. Verschwindet der Druck,  $p = 0$ , spricht man von *Staub*. Die Lösungen der Friedmann-Gleichung werden für verschiedene Parameter diskutiert. Dabei dienen Krümmungsparameter  $k$ , kosmologische Konstante ('Lambda',  $\Lambda$ ) und Druck der idealen Flüssigkeit  $p$  als Klassifikationsmerkmale.

### 7.20.6 Stars in order of appearance

So folgt eine **Klassifikation von Friedmann-Universen** in chronologischer Reihenfolge ihrer Entdeckung:

- ◇ Bereits 1917 schlug *Albert Einstein* sein **statisches Universum** vor. Bei statischen Lösungen ist der Weltradius konstant,  $R(t) = \text{const}$ . Lambda wurde ja von Einstein

auf diese Weise eingeführt und ist ungleich null. Als Krümmung wurde  $k = +1$  gewählt, weil alle sphärischen Universen geschlossen sind, was Einstein als ästhetisch empfand. Im statischen Universum verschwinden sowohl Hubble-Parameter, als auch Abbremsparameter, was anschaulich unmittelbar einsichtig ist.

- ◇ Im gleichen Jahr 1917 fand der holländische Astronom *Willem de Sitter* (1872 - 1934) eine flache Lösung,  $k = 0$ , mit positiver kosmologischer Konstante, die dynamisch, aber **materiefrei** (Energie-Impuls-Tensor null) ist. Damit verstößt sie gegen das Machsche Prinzip! Die Dynamik dieser de-Sitter-Lösung wird von der Dunklen Energie verursacht.
- ◇ 1922 schlägt *Friedmann* die Gleichung vor, die heute nach ihm benannt wurde. Sie enthält sämtliche Universen, auch den statischen Einstein-Kosmos. Die **Friedmann-Lösungen** im engeren Sinne fand *Friedmann* 1922 und 1924 selbst. Für sie gilt: verschwindendes Lambda,  $k = -1, +1$  und  $p = 0$ . Besonders interessant sind Friedmanns **oszillierende Weltmodelle** für negative Lambda. Die Dunkle Energie stoppt die Expansion und verursacht eine Kontraktion des Universums. Im Prinzip könnte dieses Universum beliebig oft expandieren und kontrahieren. Es ist ein **pulsierendes Universum**. Friedmanns Erkenntnisse waren jedoch für die damalige Zeit zu avantgardistisch. Ein dynamisches Universum war jenseits jeder Vorstellung - auch für die Kosmologen der ersten Stunde, allen voran Einstein. Friedmanns Lösungen fanden sehr zögerlich die Akzeptanz anderen Kosmologen.
- ◇ Der belgische Kosmologe *Abbè Georges Lemaître* (1894 - 1966) arbeitete auf gleichem Gebiet wie Friedmann. Er fand 1925 die Lösung eines **expandierenden Universums**. Zunächst wurden positive Krümmung und positives Lambda vorausgesetzt. Dynamische Universen waren zu dieser Zeit äußerst unattraktiv. Erst Hubbles Entdeckung der Fluchtbewegung der Galaxien im Jahr 1929 verschafften den **Friedmann-Lemaître-Modellen** verdienten Zulauf.
- ◇ 1929 fand *Robertson* Lösungen mit beliebigem Lambda,  $k = 0$  und  $p = 0$ .
- ◇ Im Zuge von Einsteins zurückgenommener kosmologischer Konstante, erlangen Modelle mit verschwindendem Lambda zunehmend Aufmerksamkeit. Das **Einstein-de-Sitter-Universum** (1932) ist flach,  $k = 0$ .
- ◇ In der Folgezeit wurden viele **Subklassifikationen** der Friedmann-Lemaître-Lösungen gefunden (nach *Robertson*, 1933).

### 7.20.7 Lemaître: Erfinder des Urknalls unter anderem Namen

Dynamische Universen haben variablen Weltradius  $R(t)$ , der häufig auch als **Skalenfaktor**  $a(t)$  in der Fachliteratur bezeichnet wird. Die Entdeckung der Expansion führte *Lemaître* zu der Annahme, dass wenn man die Expansion zeitlich zurück extrapoliert, es ein beliebig kleines Universum gegeben haben muss. *Lemaître* nannte dies die '**Geburt des Raumes**' (Artikel in *Nature* 1931). Demzufolge darf er als der '**Vater der Urknall-Theorie**' bezeichnet werden.

### 7.20.8 Was sind das für $\Omega$ s?

Bei der Diskussion der Friedmann-Gleichungen bietet sich an, einige dimensionslose Größen einzuführen: die **Dichteparameter**. Sie werden symbolisiert durch den letzten Buchstaben des griechischen Alphabets,  $\Omega$ , der verschiedene Indizes trägt. Die Terme der Friedmann-Gleichung (7.1) (oben) lassen sich so in eine Summe aus Dichteparametern umschreiben. Jeder Dichteparameter kann einer bestimmten Energieform bzw. Energiedichte zugeordnet werden:

- ◇ Materie, zusammenfassend für baryonische Materie und Dunkle Materie,
- ◇ Dunkler Energie oder Lambda-Term,
- ◇ elektromagnetische Strahlung im Kosmos,
- ◇ Krümmungsvorzeichen der globalen Raumzeit.

Die *Omegas* erhalten entsprechende Indizes, um die Energieform zu charakterisieren ( $\Omega_m$ : Materie,  $\Omega_\Lambda$ : Dunkle Energie,  $\Omega_{\text{rad}}$ : Strahlung,  $\Omega_k$ : Krümmung des Universums). Die Omegas hängen im Allgemeinen von der Zeit bzw. von der kosmologischen Rotverschiebung ab! Der Index 0 steht üblicherweise für das lokale Universum,  $z = 0$  ('heute'). Die Friedmann-Gleichung kann mit den Definitionen der Omegas auf Dichteparameter umgeschrieben werden, so dass man mit die untere Bilanzgleichung erhält:

$$\begin{aligned}\Omega_m &= \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{m,0} := \frac{\rho_{m,0}}{\rho_c}, \\ \Omega_\Lambda &= \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2}, \\ \Omega_k &= -\frac{kc^2}{R_0^2 H_0^2}, \\ 1 - \Omega_{\text{rad}} - \Omega_m - \Omega_\Lambda &:= \Omega_k.\end{aligned}$$

Der Astronom misst nun die beispielsweise die Omegas von Strahlung, Materie und Dunkler Energie im lokalen Universum und kann so die Krümmung des Kosmos bestimmen.

### 7.20.9 Expansion vs. Abbremsung

Die Dichte-Parameter bestimmen zusammen mit dem **Hubble-Parameter**

$$H(t) = \frac{\dot{R}(t)}{R(t)}$$

und dem **Abbremsparameter**

$$q(t) = -\frac{\ddot{R}(t)}{H^2(t)R(t)}$$

vollständig die Dynamik des Universums. Man bezeichnet diesen Parametersatz als **kosmologische Parameter**, weil sie sämtliche Eigenschaften des Kosmos - bis auf die globale Topologie - bestimmen. Der Hubble-Parameter  $H(t)$  ist mit der **Expansionsgeschwindigkeit** des Universums in der Epoche  $t$  assoziiert und im Allgemeinen

*zeitabhängig* (bzw. abhängig von der Rotverschiebung). Im lokalen Universum kann zwischen kosmologischer Rotverschiebung und Entfernung (vergleiche Entfernungsmodul) approximativ eine *lineare* Beziehung abgeleitet werden: das **Hubble-Gesetz**. Der amerikanische Astronom *Edwin Hubble* fand dieses Gesetz bereits 1929 auf der Grundlage von nur 18 Galaxien - eine richtige Interpretation, trotz geringer Datenmenge und schlechter Statistik. Die Proportionalitätskonstante heißt **Hubble-Konstante**,  $H_0$ , und ist nur im nahen Universum konstant. Das lässt sich so verstehen, dass im nahen Universum die Expansionsgeschwindigkeit konstant ist. Bei größeren Distanzen, ab etwa 420 Mpc, bemerkt man Beschleunigungseffekte und die Linearität des Hubble-Gesetzes gilt nicht mehr.

### 7.20.10 Die Größe der Welt

Die Größe  $R(t)$  bzw.  $a(t)$  kann als zeitabhängiger *Weltradius* verstanden werden. Seine erste Zeitableitung ist assoziiert mit der Expansions- (positives Vorzeichen) oder Kontraktionsgeschwindigkeit (negatives Vorzeichen); seine zweite Zeitableitung ist verknüpft mit der Beschleunigung (positives Vorzeichen) oder Abbremsung (negatives Vorzeichen). Die Gleichung oben zeigt den so zu definierenden Abbremsparameter  $q(t)$  (Brems-, Beschleunigungs-, Dezelerationsparameter oder *Dezelerationsfunktion*). Der Abbremsparameter charakterisiert die zeitliche Veränderung der Expansionsgeschwindigkeit, also Beschleunigungen der Ausdehnung des Universums. Um dies zu veranschaulichen, skizzieren wir kurz Hubbles historische Technik nach: Hubble maß Rotverschiebungen extragalaktischer Systeme. Aufgrund der kosmischen Expansion streben alle Galaxien auseinander, was sich darin äußert, dass ein Beobachter, der in einem Sternensystem lokalisiert sein mag, die Strahlung aller anderen Galaxien rotverschoben misst. Hubble trug nun seine Daten in einem Diagramm ein: gemessene Radialgeschwindigkeiten über zugehörigen Entfernungen (bestimmt mithilfe der Cepheiden). Im Bereich bis etwa 15 Mpc ergibt sich eine Gerade: das ist das lineare Hubble-Gesetz! Die Steigung der Geraden entspricht der Hubble-Konstanten. Die Auswirkungen von Abbremsseffekten sieht man für größere Distanzen beobachteter Systeme. Dann knickt die Gerade nach oben oder nach unten ab. Das parametrisiert nicht die Steigung der Gerade (1. Ableitung), sondern ihre Krümmung (2. Ableitung). Daraus resultiert die Gleichung für den Abbremsparameter. Im Allgemeinen werden Hubble-Parameter und Abbremsparameter für jede Epoche  $t$  ausgewertet und die so resultierenden Zeitabhängigkeiten analysiert.

### 7.20.11 Dynamische Modelluniversen im Vergleich

Die Abbildung 7.8 zeigt unterschiedliche Szenarien, wie sich ein dynamisches Universum entwickeln kann (Credit: WMAP-Website). Auf der horizontalen Achse ist die kosmische Zeit in Einheiten von Milliarden Jahren aufgetragen. Bei der Stelle *Now* befinden wir uns als lokale Beobachter auf der Erde. Links von *Now* schauen wir in die Vergangenheit unseres Universums und rechts von *Now* in die Zukunft. Auf der vertikalen Achse ist die Größe des Universums als Weltradius aufgetragen. Die Einheiten sind willkürlich und wurden so normiert, dass der Weltradius bei *Now* gerade exakt 1 ist. Im Urknall muss der Weltradius null gewesen sein - hier startet also die Entwicklung des dynamischen Kosmos. Die unterschiedlichen Kurven stehen nun jeweils für ein anderes Friedmann-Weltmodell. Die Parameter, die den Kurvenverlauf und damit das Schicksal des Universums bestimmen, sind die beiden **Dichteparameter**  $\Omega_m$  (die 'Materie', d.h normale plus Dunkle Materie) und  $\Omega_V$  (das 'Vakuum', also die Dunkle Energie).



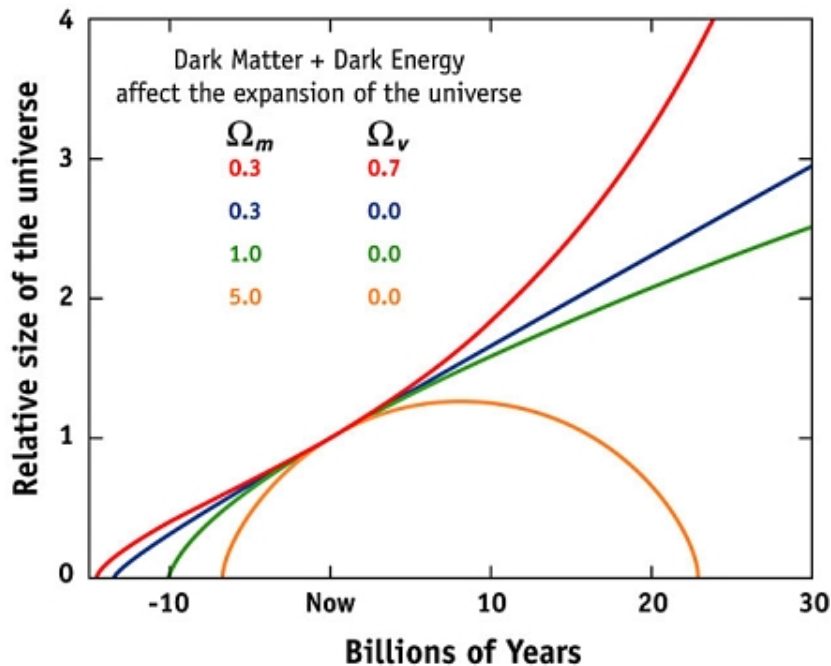


Abbildung 7.8: Friedmann-Weltmodelle: Entwicklung verschiedener Universen.

Am Anfang dehnen sich alle Modelluniversen aus, weil zunächst alle Kurven von links unten nach rechts oben ansteigen. Allerdings starten sie an unterschiedlichen Stellen; mit anderen Worten: je nach Energieinhalt haben die Modelluniversen **unterschiedliches Alter**. Dieses Alter kann man am Kreuzungspunkt der Kurve mit der horizontalen Achse ablesen: die grüne Kurve steht für ein Universum mit einem Alter von 10 Mrd. Jahren; ganz links liegt ein Alter von knapp 15 Mrd. Jahren vor.

### erst Expansion, dann Kollaps

Die orangegelbe Kurve zeigt einen besonderen Verlauf: der Weltradius nimmt in der Zukunft (rechts von *Now*) wieder ab! Betrachten wir die Parameter, so stellen wir fest, weshalb das so ist: dieses Modelluniversum enthält sehr viel Materie ( $\Omega_m = 5.0$ ) und gar keine Dunkle Energie ( $\Omega_v = 0$ ). Die Zahl 5 bedeutet, dass die Materiedichte die kritische Dichte um das Fünffache überschreitet! Dieses Universum enthält soviel Materie, dass irgendwann in der Zukunft (nach knapp weiteren 10 Mrd. Jahren) die Gravitation gewinnt und die Expansion wieder umkehren kann. Als Konsequenz kollabiert das Universum und die kosmologische Rotverschiebung kehrt sich um in einer kosmologische Blauverschiebung. Das ist ein geschlossenes Universum.

### kritische Expansion

Die grüne Kurve enthält hingegen etwas weniger Materie ( $\Omega_m = 1.0$ ) und ebenfalls keine Dunkle Energie. Der Materieinhalt entspricht exakt der kritischen Dichte. Wie man sieht, startet die Expansion recht flott, aber die Kurve flacht immer mehr ab, so dass die Expansion immer langsamer wird. Der Materieinhalt reicht hier nicht aus, damit das Universum in sich

zusammenfällt.

### **verlangsamte Expansion**

Bei der blauen Kurve liegt die Materiedichte unterhalb der kritischen Dichte ( $\Omega_m = 0.3$ ; ebenfalls keine Vakuumenergie). Es handelt sich um ein offenes Universum, bei dem sich die Expansion verlangsamt, aber aufrechterhalten wird. Im Unterschied zur grünen Kurve ist dieses Modelluniversum älter - die blaue Kurve schneidet die horizontale Achse weiter links, d. h. zu früheren kosmischen Zeiten.

### **beschleunigte Expansion nur mit Dunkler Energie**

Die rote Kurve enthält dieselbe Materiedichte wie die blaue ( $\Omega_m = 0.3$ ), aber zusätzlich gibt es auch Dunkle Energie ( $\Omega_V = 0.7$ ) - verglichen mit der Materiedichte sogar mehr als doppelt soviel. Die Dunkle Energie weist einen negativen Druck auf und wirkt somit antigravitativ. Dieser Effekt wird besonders ausgeprägt zu späten Entwicklungsphasen dieses dynamischen Modelluniversums. Es ist klar zu sehen, dass die Expansion sogar beschleunigt wird - die rote Kurve steigt nach rechts extrem an. Dieser Vorgang kann nur mit der Dunklen Energie als Zutat erklärt werden.

Es sei bei dieser Kurve auf ein besonderes Detail hingewiesen: am Anfang steigt der Weltradius zwar an, aber die Expansion wird für eine Zeit lang *abgebremst*! Das erkennt man an der Rechtskrümmung der Kurve; später verschwindet das und eine klare Linkskrümmung liegt vor. Zu Beginn der der Expansion war die Dunkle Energie dynamisch noch nicht so relevant. Erst zu späten kosmologischen Epochen hin dominiert sie die Dynamik des ewig expandierenden Kosmos.

### **7.20.12 Unser beschleunigt expandierender Kosmos**

Die Aufgabe der Astronomen ist es nun Beobachtungen durchzuführen, um Datenpunkte in dieses Diagramm eintragen zu können. Versammeln sich die Datenpunkte eindeutig auf einer der Kurven, so steht das Friedmann-Modell für unser Universum fest. Das Sammeln von Datenpunkten übernehmen beispielsweise Supernovaforscher, die weit entfernte Supernovae vom Typ Ia analysieren. Fatalerweise schmiegen sich alle Kurven im Bereich von *Now* sehr eng aneinander. Die Astronomen müssen demnach tief in die Vergangenheit des Kosmos schauen (dort, wo die Kurven voneinander abweichen), um klar bestimmen zu können, welcher Kurve unser Universum folgt - leider können sie nicht in die Zukunft blicken und Datenpunkte rechts von *Now* eintragen. Liegt jedoch die Kurve fest, so wissen wir, wie sich das Universum in **Zukunft** entwickeln wird!

Die Astronomen wissen es. Ende der 1990er Jahre wurde tatsächlich die beschleunigte Expansion anhand von weit entfernten, explodierenden Weißen Zwergen gemessen.

*Unser Universum folgt der roten Kurve in Diagramm 7.8!*

Wir leben in einem Universum, das nach den aktuellen Erkenntnissen der modernen Kosmologie niemals kollabieren wird, aber ewig expandieren und dabei langsam auskühlen wird. Das Alter unseres Universums beträgt 13.7 Mrd. Jahre - bei dieser Zahl schneidet die rote Kurve die horizontale Achse. Die Zusammensetzung unseres Universums ist so, wie die Parameter der roten Kurve nahe legen: **ein Drittel Materie, zwei Drittel Dunkle Energie** (s. u. für die präzisen, aktuellen Daten).

Die Supernovadaten passen zu allen anderen astronomischen Messungen (kosmische Hintergrundstrahlung, großräumige Verteilung der Galaxien und Galaxienhaufen, Häufigkeiten der primordialen Elemente) und auch zu den Erkenntnissen aus der **Altersbestimmung**. So gibt das Alter von Objekten im Kosmos ein Mindestalter für das Universum vor. Die Altersbestimmung mit radiogenen Methoden bei Gesteinen oder das Alter von Kugelsternhaufen (den ältesten Systemen in der Milchstraße) oder von Weißen Zwergen - all das passt zu den Erkenntnissen der experimentellen Kosmologie.

### 7.20.13 aktuelle Werte der Hubble-Konstanten $H_0$

- ◇ Die Hauptaufgabe des amerikanischen Weltraumteleskops Hubble (*Hubble Space Telescope*, HST) war es gerade, die Hubble-Konstante äußerst präzise zu messen. Ergebnis:  $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (H0KP, *Freedman et al.* 2001).
- ◇ Auch die Verteilung der kosmischen Hintergrundstrahlung kann herangezogen werden, um die kosmologischen Parameter zu messen. Brandaktuelles Ergebnis:  $H_0 = 73 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  (WMAP 3<sup>rd</sup> year data, *Spergel et al.*, 2006; astro-ph/0603449).

### 7.20.14 Auch Astronomen streiten

Zuvor stritten Kosmologen jahrzehntelang, ob die Hubble-Konstante eher bei 50 oder eher bei  $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$  läge. Dieser Streit ist mittlerweile beigelegt, weil die Fehlerbalken aufgrund mehrerer unabhängiger Methoden sehr klein geworden sind.

### 7.20.15 Rezept für ein Universum

Die Konstituenten kosmischer Energieformen sind aktuell gemäß Messungen des Mikrowellen-Satelliten WMAP (Stand März 2006, Quelle *WMAP Homepage*), der die Hintergrundstrahlung exakt vermessen hat:

- ◇ gewöhnliche, baryonische Materie: 4%
- ◇ Strahlung: irrelevant,
- ◇ heiße Dunkle Materie (HDM): irrelevant,
- ◇ kalte Dunkle Materie (CDM): 22%,
- ◇ Dunkle Energie (Lambda): 74%.

Der Beitrag von elektromagnetischer Strahlung kann im lokalen Universum vernachlässigt werden, weil  $\Omega_{\text{rad}} \sim 10^{-5}$  beträgt. Die Strahlung wird durch die Expansion des Kosmos sehr stark ausgedünnt; allerdings war sie in der Frühphase des Universums wichtig - vor allem in der Phase des **strahlungsdominierten Kosmos**.

### 7.20.16 Das größte Geheimnis der Astrophysik

Damit kommt der Dunklen Energie die tragende Rolle in der Kosmodynamik des bereits entwickelten Universums zu. Sie macht sich als **Antigravitation** bemerkbar und treibt die Expansion des Universums. Auch wenn Interpretationen in Form von Vakuumpolarisationen

des Quantenvakuums oder ultraleichten skalaren Bosonen wie dem Cosmon oder dem Radion für diese Komponente vorliegen, gehört sie doch zu den **größten Geheimnissen des Kosmos**.

### 7.20.17 Moderne Entwicklungen

Die Friedmann-Modelle dienen in der modernen Kosmologie als einfache Modell-Universen. In den 1980er Jahren wurden diese Modelle modifiziert und eine Phase exponentieller Expansion des Universums implementiert. Diese Phase heißt **Inflation**. Die aktuellen Supernovamessdaten bevorzugen eindeutig die **kosmologische Konstante**  $\Lambda$ , die man als konstante und gleichmäßig verteilte Form Dunkler Energie ansehen kann. Trotz dieser aktuellen Datenlage haben Physiker zeitlich veränderliche Formen Dunkler Energie wie Quintessenz-Modelle entwickelt. Motiviert ist das durch das Problem der Kleinheit von  $\Lambda$  und das Koinzidenzproblem.

Eine andere moderne Stoßrichtung ist die Berücksichtigung räumlicher Extradimensionen. In diesen Modellen werden neben einer Zeitdimension und drei Raumdimensionen, die in der Raumzeit der ART verknüpft sind, weitere räumliche Dimensionen angenommen, die möglicherweise kompaktifiziert sind. Diese Ansätze modifizieren das klassische vierdimensionale Linienelement der ART. Solche Überlegungen folgen vor allem aus den Stringtheorien. Diese neuen Ansätze resultieren in einer **Kosmologie mit Branen**, zum Beispiel realisiert als ADD-Szenario, DGP-Szenario oder Randall-Sundrum-Modelle. Wenn räumliche Extradimensionen existieren sollten, wird die klassische Friedmann-Gleichung der vierdimensionalen Kosmologie deutlich modifiziert. Es gibt dann neue Terme, die von der **Spannung** der Bran oder von der **Dunklen Strahlung** (engl. *dark radiation*) abhängen. Außerdem skaliert der Hubble-Parameter bei hohen Energien *linear* mit der Energiedichte (klassisch steigt er nur mit der Wurzel an).

Diese Modelle mit neuer Physik haben attraktive Eigenschaften - letztendlich muss aber die Naturbeobachtung klären, ob die Modelle etwas mit der Realität zu tun haben.

### 7.20.18 Weitere Literatur

- ◇ Buchtipp: **Einführung in die Kosmologie** von *Hubert Goenner* (1994), Spektrum Verlag
- ◇ Vortrag: *An introduction to Brane World Cosmology* (Stand März 2004).

# Kontakt

**Dr. Andreas Müller**

Technische Universität München (TUM)  
Exzellenzcluster Universe  
Boltzmannstraße 2  
D-85748 Garching  
Germany

<http://www.universe-cluster.de>

[andreas.mueller@universe-cluster.de](mailto:andreas.mueller@universe-cluster.de)

+49 (0)89 - 35831 - 71 - 04