
Lexikon

der



Astrophysik

von



Andreas Müller

aus dem

Wissensportal für Astrophysik

<http://www.mpe.mpg.de/~amueller>

April 2007

Abbildungsverzeichnis

13.1 Lapse-Funktion visualisiert Gravitationstrichter.	5
13.2 Laserstrahl am Unit telescope Yepun am VLT, ESO.	6
13.3 Die Große Magellanische Wolke im Infrarot (links) und optisch (rechts) 2006.	23
13.4 granulare Struktur der Raumzeit.	25
13.5 Spin-Netzwerk Darstellung eines Würfels.	28
13.6 Spinschaum und Foliation in Spin-Netzwerke.	30
13.7 kleine Lorentz-Faktoren.	37
13.8 mittlere Lorentz-Faktoren.	37
13.9 ultrarelativistisch.	38
13.10 Lorentz-Kontraktion von Atomkernen.	43

13 Lexikon L

13.1 Laborsystem

Siehe dazu Eintrag Lorentz-Faktor.

13.2 Ladung

Die Ladung (engl. *charge*) ist eine Teilcheneigenschaft. Bekannt ist die **elektrische Ladung**. Teilchen können elektrisch positiv oder negativ geladen sein. Teilchen können aber auch elektrisch neutral geladen sein, also keine elektrische Ladung tragen.

Atome bestehen zwar aus elektrischen Ladungen, sind jedoch nach außen hin elektrisch neutral: Die positive Ladung des Atomkerns (der aus Nukleonen besteht) wird exakt mit der negativen Ladung der Elektronen in den Atomschalen ausgeglichen. Es kann vorkommen, dass die Atome z. B. durch eine große Umgebungshitze oder harte Umgebungsstrahlung, Elektronen durch Stöße verloren haben. In diesem Fall spricht man von positiv geladenen *Ionen*; es gibt auch negative Ionen. Ein solches Milieu gibt es in astrophysikalischen Plasmen, z. B. in heißen Akkretionsflüssen und in Koronen.

13.2.1 Terminologie in der Astronomie

In der Astronomie hat sich zur Unterscheidung der Ionen eine spezielle Benennung eingebürgert: Hinter dem chemischen Symbol des betreffenden Elements wird eine römische Ziffer gestellt, die angibt, wie stark ionisiert das Element ist. Bei der Ziffer I ist die Ionisierung null, d. h. das betreffende Element ist elektrisch neutral. Bei der Ziffer II ist das Element einfach positiv geladen; bei der Ziffer III ist es zweifach positiv geladen usw. Beispiele: Eine **HII-Region** besteht aus einfach ionisiertem Wasserstoff; eine **OVII-Linie** ist eine Spektrallinie, die von 6fach ionisiertem Sauerstoff absorbiert/emittiert wird.

13.2.2 Terminologie in der Elektrochemie

In der Elektrochemie haben elektrische Ladungen eigene Namen bekommen. Die negativ geladenen Ionen heißen **Anionen**, weil sie sich an der Anode (der positiven Elektrode) abscheiden. Hingegen sind die **Kationen** positiv geladen, weil sie von der negativen Elektrode angezogen werden.

13.2.3 Millikan-Versuch: Quantisierung der elektrischen Ladung

Im Jahr 1909 konnte der US-amerikanische Physiker *Robert Andrews Millikan* (1868 - 1953) in einem historischen, physikalischen Experiment zeigen, dass die elektrische Ladung nicht beliebige Zahlenwerte annehmen kann, sondern nur in Vielfachen der Elementarladung e auftritt.

13.2.4 Quantenelektrodynamik

Elektrische geladene Teilchen wechselwirken über elektromagnetische Kräfte. Im Quantenbild der Quantenelektrodynamik, der Quantenfeldtheorie der elektromagnetischen Wechselwirkung, tauschen sie daher Photonen aus. Die Photonen sind gerade die 'Botenteilchen' der elektromagnetischen Wechselwirkung. Solche Austauschteilchen nennt man im Rahmen der Eichtheorie **Eichbosonen**.

13.2.5 Ladung als verallgemeinerte Teilcheneigenschaft

Der Ladungsbegriff kann verallgemeinert werden: Teilchen mit einer bestimmten Ladung 'spüren sich' mit der zur Ladung assoziierten Kraft. Neben der elektrischen Ladung und der elektromagnetischen Kraft, gibt es in der Natur drei weitere fundamentale Kräfte: Die Gravitation, die schwache Wechselwirkung und die starke Wechselwirkung. Auch für diese Kräfte wurde ein Ladungsbegriff gefunden. Die schwache Wechselwirkung wirkt zwischen Teilchen, die die schwache **Hyperladung** tragen. Die starke Wechselwirkung wirkt zwischen solchen die **Farbladung** tragen. Leptonen wie Elektronen und Neutrinos tragen per definitionem *keine* Farbladung: Sie sind farbneutral und wechselwirken deshalb nicht stark miteinander. Baryonen hingegen, wie das Proton und das Neutron, bestehen aus Quarks. Quarks sind farbgeladen. Daher spüren Hadronen (Baryonen und Mesonen) untereinander starke Kräfte. Die Farbladung gab der Quantenfeldtheorie der starken Wechselwirkung ihren Namen: Quantenchromodynamik (grch. *chromos*: Farbe).

Die Gravitation als vierte Naturkraft wirkt zwischen Massen. Eine **Masse** kann in diesem Sinne als '*gravitative Ladung*' aufgefasst werden. Eine Quantenfeldtheorie der Gravitation wurde allerdings noch nicht etabliert. Im Rahmen der Stringtheorien wird versucht eine Quantengravitation zu formulieren. Die Botenteilchen der Gravitation heißen Gravitonen, doch bisher wurden sie nicht nachgewiesen.

13.2.6 Antiteilchen & Ladungsinversion

Der so **verallgemeinerte Ladungsbegriff** ist wichtig, um zu verstehen, was Antiteilchen von Teilchen unterscheidet. Antiteilchen haben verglichen mit den Teilchen **umgekehrte Ladungen**, präzise gesagt invertierte Ladungsquantenzahlen. Die additiven Quantenzahlen unterscheiden sich in ihrem Vorzeichen. Das gilt fast für alle Ladungseigenschaften, nämlich elektrische Ladung, Farbladung und schwache Hyperladung. Eine Inversion der gravitativen Ladung, der Masse, ist nicht möglich.

Als Beispiel möge das neutral geladene Neutron dienen, das in Atomkernen vorkommt. Was unterscheidet Neutron von Antineutron? Das Neutron besteht aus drei Quarks, nämlich udd. Entsprechend muss das Antineutron aus einem Anti-u-Quark und zwei Anti-d-Quarks bestehen. Die Antiquarks haben entsprechend invertierte elektrische Ladungen, invertierte Farbladungen und invertierte Baryonenzahl. Insgesamt resultiert jedoch sowohl beim Neutron als auch beim Antineutron die gleiche elektrische neutrale Gesamtladung. In der Baryonenzahl unterscheiden sie sich allerdings: Das Neutron hat wie man vom Quarkgehalt ableitet $+1/3 + 1/3 + 1/3 = +1$, das Antineutron hat $-1/3 - 1/3 - 1/3 = -1$.

13.3 Lagrange-Punkte

Die Lagrange-Punkte sind ausgezeichnete Punkte im System mehrerer Massen, in denen die effektiven Gravitationskräfte verschwinden. *Effektiv* bezieht sich darauf, dass auch Zentrifugalkräfte berücksichtigt werden müssen. Besonders wichtig in der Astronomie und Raumfahrt sind die Lagrange-Punkte zweier umeinander kreisender Massen, beispielsweise in einem Doppelstern (Binär) oder im Erde-Mond System. Hier existieren exakt fünf Lagrange-Punkte, von denen derjenige auf der Verbindungslinie beider Massenschwerpunkte, der so genannte *innere Lagrange-Punkt* L_1 , der wichtigste ist. Er bestimmt gerade die Roche-Volumina der beiden Körper.

13.3.1 Pionier & Namenspate

Die Lagrange-Punkte wurden nach dem französischen Mathematiker *Joseph-Louis Lagrange* (1736 - 1813) benannt, der sich besonders in der klassischen Mechanik (auch *Euler-Lagrange Gleichungen*) verdient gemacht hat.

13.3.2 Weitere Informationen

Eine detaillierte, auch bebilderte, Diskussion der Lagrange-Punkte mit einem numerischen Beispiel befindet sich im Eintrag Roche-Volumen.

13.4 Lambda-Universum

Eine verkürzte Bezeichnung für ein Universum mit Λ -Kosmologie, d. h. ein Universum, in dem die kosmologische Konstante (üblicherweise mit dem griechischen Buchstaben Λ abgekürzt) verschieden von null ist.

13.4.1 Einsteins intuitive Leistung

Albert Einstein selbst führte den **Λ -Term** in die Feldgleichungen seiner Allgemeinen Relativitätstheorie 1917 ein:

$$\mathbf{G}_{\mu\nu} - \Lambda \mathbf{g}_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} \mathbf{T}_{\mu\nu}$$

Seine Motivation bestand darin, sein ästhetisch favorisiertes **statisches Universum** mathematisch zu erklären. Dieses Universum kontrahiert oder expandiert nicht, sondern bleibt für alle Zeit, wie es ist. Die Einführung dieses Terms war freilich nur *phänomenologischer Natur* und physikalisch bis dato ohne interpretatorischen Gehalt.

13.4.2 Λ fällt mit Beobachtungsfakten

Als der amerikanische Astronom *Edwin Hubble* (1889 - 1953) die Fluchtbewegung einiger Galaxien 1929 beobachtete, den Hubble-Effekt, war das statische Universum jeder Grundlage entzogen und Einstein verwarf seinen Λ -Term mit dem bekannten Zitat:

Das war die größte Eselei meines Lebens!

13.4.3 Λ siegt mit Beobachtungsfakten

Einsteins Intuition war jedoch offensichtlich richtig: die moderne Kosmologie kommt **nicht ohne Lambda** aus! Mittlerweile ist der Lambda-Term auch mit physikalischem Inhalt gefüllt. Dahinter verbirgt sich die so genannte Dunkle Energie, eine Energieform, die antigravitativ wirkt und die Expansion des Weltalls *beschleunigt* antreibt. Diese erst 1998 entdeckte Beschleunigung war es die Einsteins Λ rehabilitierte. Die Beobachtungsdaten der Missionen Hubble und WMAP bestätigen ältere Messungen, wonach die Dunkle Energie die Dynamik unseres Universums deutlich dominiert. Andere Formen der Energie (baryonische, 'gewöhnliche' Materie, nichtbaryonische und baryonische Dunkle Materie) spielen eine eher untergeordnete Rolle.

13.4.4 Sie ist da, aber was ist sie?

Die Dunkle Energie gehört sicherlich zu den **größten Rätseln der Astrophysik**, auch wenn Erklärungsansätze vorhanden sind und sie mit dem Quantenvakuum assoziiert wird. Die Dunkle Energie, in zeitabhängiger Form heißt sie Quintessenz, ist Gegenstand aktueller kosmologischer Forschung.

13.4.5 Weitere Informationen

Viel mehr Einzelheiten bieten die Einträge kosmologische Konstante und Dunkle Energie .

13.5 Lapse-Funktion

Die Lapse-Funktion ist eine Größe in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), die gravitativ bedingte Dehnung der Zeit mathematisch darstellt. Die Lapse-Funktion hängt von den Koordinaten ab, also wo sie genau in der Raumzeit ausgewertet wird.

13.5.1 Achtung bei Begrifflichkeiten

Die ART bietet eine ganze Palette von Rechengrößen, die diesen physikalischen Zeitdehnungseffekt verdeutlichen. Man muss dabei nur sehr genau aufpassen, wie die jeweilige Größe definiert ist. Zur **Lapse-Funktion** α kann man auch Rotverschiebung oder Rotverschiebungsfaktor (oft g -Faktor genannt) sagen; aber man sollte sich über die subtilen Unterschiede in der mathematischen Berechnung im Klaren sein. Die kosmologische Rotverschiebung z hat eine physikalisch andere Ursache (nämlich eine Expansion der Raumzeit), aber dennoch ist auch dieses z mit einem Zeitdehnungseffekt assoziiert: die Uhren entfernter Supernovae ticken anders als lokale Uhren.

13.5.2 Lapse in flacher vs. gekrümmten Raumzeit

Betrachten wir zunächst nur den Grenzfall der Speziellen Relativitätstheorie. Hier wird die Raumzeit durch die Minkowski-Geometrie beschrieben. Die Lapse-Funktion ist überall exakt 1, weil die Raumzeit flach ist. Das gilt auch bei gekrümmten Raumzeiten, in dem Gebiet, wo sie asymptotisch flach sind. Alle klassischen Schwarzen Löcher der ART sind asymptotisch flach; nähert man sich allerdings der Krümmungssingularität, so nimmt die Krümmung zu und auch die Lapse-Funktion verändert sich.

Lapse function of an extreme Kerr black hole

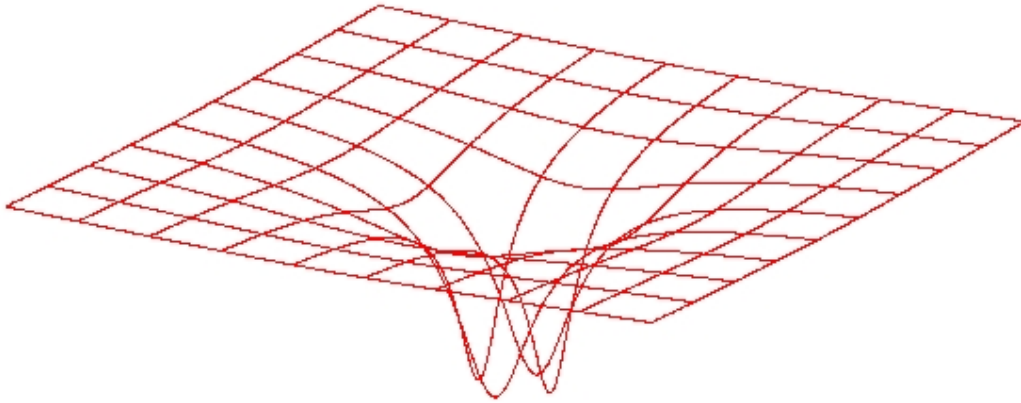


Abbildung 13.1: Lapse-Funktion visualisiert Gravitationsstrichter.

13.5.3 Definition und Veranschaulichung

Die allgemeine Definition ist im Prinzip die Ableitung der **Eigenzeit** τ nach der **Koordinatenzeit** t . Dies entspricht einem Vergleich des Gangs der Uhr eines relativ ruhenden Beobachters, des FIDO (engl. *fiducial observer*), mit einem Beobachter im Unendlichen.

Die Bezeichnung *Lapse* kommt aus dem Englischen: *to lapse* heißt 'verfließen' oder 'verzögern'. Die Lapse-Funktion ist gerade ein Maß dafür, um welchen Faktor die beiden Uhren verschieden gehen. Denn aufgrund der **gravitativen Zeitdilatation** messen frei fallender und entfernter, ruhender Beobachter unterschiedliche Zeitmaße.

13.5.4 Beispiel: Kerr-Geometrie

Betrachten wir als Beispiel die Kerr-Metrik, die die gekrümmte Raumzeit rotierender Massen relativistisch beschreibt. Wir verwenden die Boyer-Lindquist-Form der Kerr-Lösung. Hier ist die 00-Komponente des kontravarianten metrischen Tensors gerade das negative, inverse Quadrat der Lapse-Funktion α (Signatur der Metrik sei - + + +):

$$\alpha = \rho \sqrt{\Delta} / \Sigma.$$

13.5.5 Bezug zu zerlegten Raumzeiten

Im ADM-Formalismus oder **3+1 Split** wird die vierdimensionale Raumzeit in Hyperflächen zerlegt (*Foliation*). Diese Hyperflächen sind dreidimensionale, rein räumliche Unterräume, auf denen die Zeit jeweils konstant ist. Die Lapse-Funktion gibt nun an, wie sich der Zeitablauf von einer Hyperfläche zur nächsten verändert. Mit der allgemeinen Formel des 3+1 Split einer gesplitteten Metrik lassen sich Lapse-Funktion und Shift-Vektor für jede beliebige Metrik beschaffen.



Abbildung 13.2: Laserstrahl am Unit telescope Yepun am VLT, ESO.

13.5.6 Visualisierung der Lapse-Funktion

Die Lapse-Funktion eignet sich gut zur Visualisierung des **Gravitationstrichters**, wie in Abbildung 13.1 gezeigt. Am Ereignishorizont verschwindet die Lapse-Funktion in Boyer-Lindquist-Koordinaten: Die Gravitationsrotverschiebung wird unendlich - das ist allerdings nur ein Folge der Koordinatensingularität, also unzureichender Koordinaten. An den Rändern der Raumzeit (Radialkoordinate r gegen $+\infty$) wird die Lapse-Funktion eins und die Raumzeit asymptotisch flach: In der Fernzone sind Gravitationsquellen 'minkowskisch'.

13.6 Laserleitstern

Ein Laserleitstern (engl. *laser guide star*, LGS) ist ein von Menschenhand künstlich erzeugter Stern.

13.6.1 High-tech Zauberei

Das hört sich wie Science-Fiction an, ist aber Alltag in der modernen Präzisionsastronomie. Das Staunen klärt sich auf, wenn man bedenkt, dass nicht ein ganzer Stern aus Plasma erzeugt wird, sondern 'nur ein **Lichtpunkt in der Hochatmosphäre**.

13.6.2 Motivation zum Kunststern

Jeder Hobbyastronom, der schon einmal ein Teleskop mit Sucherfernrohr bedient hat weiß, dass ein heller Leitstern (engl. *guide star*) im Gesichtsfeld eine praktische Sache ist: Der Leitstern weist immer den Weg zum Objekt des Interesses und eignet sich bestens, um die Nachführung des Teleskops an ihm auszurichten. Profi-Astronomen machen es im Prinzip genauso, nur verwenden sie moderne **adaptive Optiken** (AO), d. h. mit einer ausgefeilten Technik können die Turbulenzen in der Atmosphäre herausgerechnet und ausgeglichen werden. Auch hier wird ein Leitstern benötigt, weil das 'helle, zappelnde Licht' gerade eine Referenz ist, die die Luftbewegungen verrät. Die leistungsfähige Software der AO stellt den 'hüpfenden Lichtpunkt' ständig scharf. Die Leitsternidee hat nur einen Haken: Es gibt *nicht in jedem Beobachtungsfeld* geeignete Leitsterne, die auch hell genug sind.

13.6.3 Die Lösung: Wir schießen uns einen Stern an den Himmel

Der Laserleitstern löst diese Problem sehr elegant: ein scharf gebündelter, gelber Laserstrahl regt eine Natriumschicht in 90 km Höhe zum Leuchten an. Genau dort entsteht ein kaum ausgedehnter Lichtpunkt, ein künstlicher Stern, der die Funktion eines Leitsterns übernehmen kann. Der Vorteil: Der Lichtpunkt kann in *jedem beliebigen* Gesichtsfeld erzeugt werden. Die Astronomen haben sich damit von natürlichen Leitsternen (engl. *natural guide stars*) emanzipiert.

Das Foto 13.2 zeigt gerade den Laserstrahl, der vom *Unit Telescope Yepun* herausgeschossen wird (Credit: *Sylvain Oberti*, ESO, 2006). Die Europäischen Südsternwarte (ESO) hat im Februar 2006 einen Laserleitstern installiert. Diesem Erfolg sind fünf Jahre Forschung an den MPIs für extraterrestrische Physik (MPE) sowie für Astronomie (MPIA) und bei der ESO vorausgegangen.

Das MPE entwickelte den Laser PARSEC, der kontinuierlich Licht der Wellenlänge 589 nm bei einigen Watt Leistung erzeugt. Das MPIA entwickelte das Gerät LIDAR, das zur präzisen Vermessung der atmosphärischen Natriumschicht eingesetzt wird. Das Laserleitsystem arbeitet in Kombination mit dem Spektrometer SINFONI im Nahinfrarot zusammen. So ist es besonders interessant, mit dem kompletten System die stellare Umgebung des supermassereichen Schwarzen Loches im Galaktischen Zentrum zu beobachten.

Diese moderne Laserleitstern-Technologie kam erstmals im Jahr 2004 am Keck-Teleskop auf Hawaii zum Einsatz.

13.7 Lense-Thirring-Effekt

Der Lense-Thirring-Effekt benennt lapidar gesagt das Phänomen, dass eine rotierende Masse alles in seiner Umgebung mitrotieren lässt, selbst den Raum und die Zeit!

13.7.1 Effekt von Einsteins Gravitationstheorie

Mit einiger Kenntnis der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) wird auch klar weshalb: rotierende Massen erzeugen ein rotierendes Gravitationsfeld in ihrer Umgebung. In der ART spricht man präzise von einer rotierenden Raumzeit. Die Symmetrien (siehe auch Isometrien) dieser Raumzeiten heißen **Axialsymmetrie** und **Stationarität**. Relativistisch gesehen ist die Umgebung rotierender Körper nicht statisch, sondern ein dynamisches Objekt. Raum und

Zeit werden zum vierdimensionalen Raum-Zeit-Kontinuum, der Raumzeit, zusammengefasst. Dieses Gebilde dreht sich bei rotierenden Massen!

13.7.2 Wenn die Raumzeit zieht

Bewegt sich nun ein Testteilchen oder Licht in einer rotierende Raumzeit, so werden sie unweigerlich gezwungen mit zu rotieren. Aber nicht nur der Körper an sich rotiert, auch das Bezugssystem. Das kennzeichnet gerade den Lense-Thirring-Effekt. Er darf im Prinzip alternativ zum Fachbegriff Frame-Dragging verwendet werden. Frame-Dragging leitet sich aus dem Englischen ab von *drag of inertial frames*, also dem 'Mitziehen von Referenzsystemen / Inertialsystemen'. Was physikalisch passiert, lässt sich mit dem **Gravitomagnetismus** verstehen (siehe diesen Link für Einzelheiten). Durch die gravitomagnetischen Kräfte um ein rotierendes Schwarzes Loch kann ein charakteristisches Schwingungsverhalten angeregt werden. Die zugehörige Schwingungsfrequenz heißt **Lense-Thirring-Frequenz**. Dieser Lense-Thirring-Effekt wurde bereits 1918 von den beiden österreichischen Physikern *Joseph Lense* (1890 - 1985) und *Hans Thirring* (1888 - 1976) prognostiziert. Erst im Jahr 2004 ist es gelungen Frame-Dragging bei der rotierenden Erde experimentell zu belegen (*Ciufolini & Pavlis*, Nature 2004).

13.7.3 Das Experiment Gravity Probe-B

Der Lense-Thirring-Effekt war neben den Gravitationswellen eine derjenigen Vorhersagen der ART, die nicht direkt im Experiment beobachtet werden konnten. Deshalb wurde im April 2004 ein Satellitenexperiment namens **Gravity Probe-B** (GP-B) gestartet. Die Hauptaufgabe des Satelliten besteht darin, die Raumzeitkrümmung der Erde und den Lense-Thirring-Effekt mit Gyroskopen nachzuweisen.

Das Messprinzip beruht darauf, dass Kreisel durch die gekrümmte, rotierende Raumzeit der Erde beeinflusst werden und die Lage ihrer Drehachse verändern: sie präzedieren. Deshalb hat GP-B vier Gyroskope und ein Referenzteleskop an Bord. Die Gyroskope sind gerade Hochpräzisionskreisel. Sie bestehen aus heliumgeköhlten, rotierenden Kugeln aus geschmolzenem Quarz. Das Referenzteleskop ist exakt auf den Stern *IM Pegasi* (HR8703) ausgerichtet. An den Polen zeigen die Drehachsen der Gyroskope auf den Referenzstern. Damit stellt der Satellit ein **ideales Referenzsystem** dar, um die Allgemeine Relativitätstheorie zu testen. GP-B umkreist nun die Erde auf einer polaren Umlaufbahn in 400 Meilen Höhe. Nun ist die Erwartung, dass die Kreisel ihre Drehachse um einen winzigen Winkel kippen: *Leonard Schiff* von der Stanford Universität hatte bereits 1960 die Idee den Lense-Thirring-Effekt mit Gyroskopen auszumessen. Er berechnete, dass die Winkelabweichung eines Gyroskops bei GP-B aufgrund des Lense-Thirring-Effekts nach einem Jahr 42 Millibogensekunden (etwa zwölf Millionstel Grad) betragen müsse. Zum Vergleich: Unter diesem Winkel würde eine etwa 160 Meter durchmessende Fläche auf dem Mond erscheinen. Dieser winzige Effekt wird von der viel stärker ausfallenden **geodätischen Präzession** überlagert. Die geodätische Präzession wird von der Bewegung der Kreisel in der gekrümmten Raumzeit der Erde verursacht. Als Folge dessen präzedieren die Gyroskope an Bord von GP-B in der Bahnebene mit einer Winkelabweichung von 6.6 Bogensekunden (fast zwei tausendstel Grad) pro Jahr. Diese geodätische Präzession ist seit 1988 experimentell gesichert, denn in diesem Jahr konnte die geodätische Präzession des Erde-Mond-Systems beim Lauf um die Sonne radiointerferometrisch gemessen werden. GP-B ist ein hochempfindlicher Detektor und

kann Winkel bis auf etwa eine Millibogensekunde genau auflösen. Damit sollte der Lense-Thirring-Effekt bis auf einen Prozent im Messfehler genau bestimmt werden können. Mit dem Vorgängersatelliten **Gravity Probe-A** ist es 1976 mittels einer Atomuhr gelungen, die Zeitdilatation der ART zu beweisen, also dass Massen den Ablauf der Zeit verlangsamen.

13.7.4 Laser-Experiment kam zuvor!

Zur Überraschung der Gravitationsforscher konnte das LAGEOS-Experiment dem Projekt GP-B den Rang im Jahr 2004 streitig machen! Das Experiment besteht aus den zwei LAGEOS-Satelliten (**LA**ser **GE**Odetic **Sa**ttellites), die Laserlicht reflektieren können. Die Strahlung kann über tausende von Kilometern noch zentimetergenau vermessen werden. Eigentlich dienten die Satelliten ganz anderen wissenschaftlichen Zwecken, doch es stellte sich heraus, dass sie auch als Gyroskop genutzt werden konnten. Denn die Satelliten folgen auf Geodäten der leicht gekrümmten und rotierenden Raumzeit der Erde. Die Verdrillung der Raumzeit konnte damit aus den LAGEOS-Laserdaten aus den Jahren 1993 bis 2003 abgeleitet werden. *Ciufolini & Pavlis* veröffentlichten im Oktober 2004 in einem Nature-Artikel ihren Fund, dass sie den Lense-Thirring-Effekt auf 99% genau (mit einem Messfehler von maximal $\pm 10\%$) nachweisen konnten! Die ART prognostiziert für die speziellen Höhen der LAGEOS-Satelliten einen Lense-Thirring-Effekt von 48.2 Millibogensekunden pro Jahr; gemessen wurden 47.9 Millibogensekunden pro Jahr!

Für das Wissenschaftlerteam von GP-B war das sicherlich eine erschütternde Meldung: auch wenn GP-B den Effekt viel genauer vermessen wird, so werden sie nur die zweiten sein.

13.7.5 Weitere Informationen

- ◇ Originalpublikation: *Ciufolini & Pavlis*: A confirmation of the general relativistic prediction of the Lense-Thirring effect, Nature **431**, 958, 2004
- ◇ Web: Homepage von Gravity Probe B: Die englischsprachige Seite bietet eine Fülle an Informationen zum Experiment und zur Allgemeinen Relativitätstheorie

13.8 Leptonen

Die Leptonen sind neben den Quarks nach dem Standardmodell der Elementarteilchen die **Grundbausteine der Materie**. Wie die Quarks auch sind sie **punktförmige** Objekte und weisen keine Substruktur auf. In der Quantenfeldtheorie beschreibt man diese Teilchen mit Wellenfunktionen.

13.8.1 Schwache Kraft zieht am Lepton

Der Begriff *Lepton* leitet sich vom griechischen Wort *λεπτον*, *leptos* ab, was im Deutschen soviel heißt, wie 'leicht, zart, fein'. Per definitionem unterliegen alle Leptonen nur der schwachen Wechselwirkung, aber *nicht* der starken Wechselwirkung.

13.8.2 Trio-Familie: e , μ , τ

Man kann die Leptonenfamilie in drei Generationen unterscheiden: e , μ , τ . Die erste Generation umfasst Elektron und Elektron-Neutrino. Die zweite Myon, das schwerer ist als

das Elektron und Myon-Neutrino. Schließlich sind in der dritten Generation das schwerste Lepton (das sogar fast doppelt so schwer ist als das Proton!), das Tauon, und das zugehörige Tau-Neutrino. Den Neutrinos konnte in den Superkamikande-Experimenten in Japan eine **endliche Ruhemasse** nachgewiesen werden.

Alle Leptonen sind Fermionen, weil sie einen Teilchenspin von $1/2$ haben. Demzufolge unterliegen sie dem Pauli-Verbot, ein Prinzip, dass zwei und mehr Fermionen verbietet in exakt demselben quantenmechanischen Zustand zu sein.

13.8.3 Massen und elektrische Ladungen der Leptonen

- ◇ Elektron: 510.998902 keV, -1 (in Einheiten der Elementarladung e)
- ◇ Elektron-Neutrino: 7 eV als Obergrenze, 0
- ◇ Myon: 105.658357 MeV, -1
- ◇ Myon-Neutrino: 300 keV als Obergrenze, 0
- ◇ Tauon: 1.77699 GeV, -1
- ◇ Tau-Neutrino: 30 MeV als Obergrenze, 0

(Quellen: CERN Homepage und *Particle Physics Booklet*, Juli 2002)

13.8.4 Auch ein Isospin schwächelt

Daneben gibt es weitere Quantenzahlen, deren vollständige Darstellung den Rahmen hier sprengen würde. Besonders wichtig ist allerdings noch der **schwache Isospin**, der eine übersichtliche Klassifikation von Quarks und Leptonen gestattet. In den drei obigen so genannten *Generationen* oder *Familien* kann man dann auch alle sechs Quarks unterbringen. Der schwache Isospin genügt ebenso wie der 'normale' Spin (Eigendrehimpuls), der Isospin der Nukleonen, der Bahndrehimpuls (Drehimpuls bezüglich eines Raumpunktes) und der Gesamtdrehimpuls einer **Drehimpulsalgebra** mit den wohl definierten *Kommutatorrelationen* eines Drehimpulses.

13.8.5 Rechts- und Linkshänder

Die Lösungen der Dirac-Gleichung der Quantenelektrodynamik sind linkshändige und rechtshändige Teilchen. Der gravierende Unterschied zwischen rechtshändigen und linkshändigen Teilchen ist, dass nur die linkshändigen an der schwachen Wechselwirkung teilnehmen. Die Unterteilung gemäß ihrer Händigkeit (grch. *cheir*: Hand) nennt man Chiralität. Für masselose Teilchen stimmen Chiralität und Helizität überein. Die rechtshändigen Teilchen besitzen Helizität $+1$ und die linkshändigen Teilchen Helizität -1 . Die linkshändigen Teilchen bilden ein so genanntes **schwaches Isospindublett** (schwacher Isospin $1/2$) und unterscheiden sich nur in der dritten Komponente des Isospinvektors, der so genannten **Isospinprojektion**. Neben Elektron und Elektron-Neutrino sind demnach in der ersten Generation das up-Quark und das down-Quark (alle linkshändig), in der zweiten neben dem Myon und Myon-Neutrino das charm-Quark und das strange-Quark und schließlich in der dritten Generation befinden sich neben Tauon und Tau-Neutrino das bottom-Quark und das schwere top-Quark.

Die rechtshändigen Teilchen bilden ein **schwaches Isospinsingulett** (schwacher Isospin 0). Hier befinden sich alle rechtshändigen Pendanten zu den obigen linkshändigen Teilchen, auch die Neutrinos! Die Messungen am Super-Kamiokande im Japan haben 1998 belegt, dass Neutrinos eine Masse haben. Damit gibt es sie **sowohl als links- als auch als rechtshändige Teilchen!**

13.8.6 Opas, Papas & Söhne bei den Leptonen

Eine experimentelle Verifikation der Anzahl der Lepton-Generationen bietet die **Breite der Z-Resonanz**. Das Z bezieht sich dabei auf das neutrale Eichboson der schwachen Wechselwirkung, Z^0 , das das schwerste Vektorboson der schwachen Wechselwirkung ist und auch als *neutraler Strom* bezeichnet wird.

Die DELPHI-Kollaboration am CERN hat die Z-Resonanz bei der Hadronenproduktion in Elektron-Positron-Stößen vermessen. Es folgt, und zwar *unabhängig vom Standardmodell*, dass es **drei Generationen** geben muss! Eine vierte ist mit 95%iger Sicherheit ausgeschlossen!

Die enge Verwandtschaft von Elektron, Myon und Tauon und deren gleiche elektrische Ladung lässt faszinierende, neue Materieformen zu: So ist es möglich ein **Myon-Atom** herzustellen, wo nicht Elektronen, sondern Myonen den Kern 'umkreisen'. Die Herstellung ist natürlich aufwendig und Myon-Atome sind recht kurzlebig. Außerdem ist eine industrielle Anwendung dieser Materieform nicht gefunden worden.

13.9 Leptonen-Ära

Die Leptonen-Ära kennzeichnet eine bestimmte Entwicklungsphase im frühen Universum. In der Kosmologie folgt sie auf die Hadronen-Ära, die sich ihrerseits an die Quark-Ära anschließt.

13.9.1 kleiner geht's nicht

Leptonen sind elementare Bausteine der Materie. Gemäß des Standardmodells der Teilchenphysik ist Materie aus Quarks und Leptonen zusammengesetzt. *Elementar* bedeutet, dass diese Teilchen nicht weiter zerlegbar sind. Sie haben - nach allem, was die Physiker heute wissen - **keinerlei Substruktur**. Das Elektron ist sicherlich das bekannteste Lepton. Doch auch sein Antiteilchen, das Positron, sowie die Myonen, Tauonen und Neutrinos sind leptonisch. Leptonen spüren sich über alle fundamentalen Naturkräfte, nur *nicht* über die starke Wechselwirkung, weil sie farbneutral sind.

13.9.2 Bezug zur Kosmologie

Die Leptonen-Ära kennzeichnet nun ein Entwicklungsstadium des Kosmos, wo die Leptonen dominiert haben. Die Dominanz rührt daher, weil die Antihadronen, die Antiteilchen der Hadronen, infolge der **Materie-Antimaterie-Vernichtung** am Ende der GUT-Ära verschwunden waren. Zeitlich wird die Leptonen-Ära zwischen 10^{-5} Sekunden und einer Sekunde nach dem Urknall eingeordnet. Die Temperatur betrug etwa 10^{10} Kelvin. Auf die Leptonen-Ära folgt eine Phase, wo die Strahlung dominiert hat, die **Strahlungsära**.

13.10 Leptoquarks

Leptoquarks sind gebundene Zustände aus Leptonen und Quarks. Solche Teilchen wurden bislang nicht gesichert in Experimenten nachgewiesen. Am HERA-Collider des deutschen Teilchenbeschleunigers DESY wurden Protonen und Elektronen (auch Positronen) mit hohen Energien auf Kollisionskurs gebracht. Es ist nicht klar, ob bei der Fusion von Elektronen mit Quarks Leptoquarks mit einer Masse um 200 GeV entstanden sind.

13.10.1 Ohne Leptoquarks keine Menschen

Es *muss* allerdings Leptoquarks geben, unsere Existenz ist ein Beleg dafür! In einer frühen Phase des Universums, am Ende der GUT-Ära, zerfielen besonders schwere Leptoquarks in Quarks und Leptonen. Dabei bildete sich eine ungleiche Menge an Materie und Antimaterie aus. Als sich die Materie mit der zur Verfügung stehenden Antimaterie zu Gammastrahlung vernichtete, war das Universum strahlungsdominiert. Doch in diesem 'Strahlenmeer' blieb ein kleiner Rest Materie übrig! Diese als Baryogenese bezeichnete Phase lieferte die Saat für die Sterne und Galaxien.

13.10.2 Argumente sind GUT

Dieses Szenario legt zumindest die moderne Physik nahe: Im Rahmen der Großen Vereinheitlichten Theorien (GUT) leiten sich zwölf neue Austauschteilchen ab, die gerade zu besonders schweren Leptoquarks zählen. Es handelt sich um superschwere (etwa 10^{16} GeV!), elektrisch und schwach geladene sowie farbgeladene Teilchen. Als Vektorbosonen haben sie Spin 1. Man unterscheidet sie in sechs X-Bosonen und sechs Y-Bosonen. X-Bosonen haben $4/3$ Elementarladung, Anti-X-Bosonen entsprechend $-4/3$, Y-Bosonen $1/3$ und Anti-Y-Bosonen $-1/3$ Elementarladung. Auf die 12 Leptoquarks der GUT kommt man, wenn man davon ausgeht, dass jedes X-Boson die Farbladung rot, grün oder blau annehmen kann. Entsprechendes gilt für die Anti-X-Bosonen. Aber auch für die Y- sowie Anti-Y-Bosonen: $3 \times 4 = 12$.

Die GUT kann gruppentheoretisch im einfachsten Fall als SU(5)-Gruppe beschrieben werden. SU(5) ist gerade das direkte Produkt aus der U(1) der Quantenelektrodynamik, der SU(2) der Schwachen Wechselwirkung und der SU(3) der Quantenchromodynamik. Gemäß den Regeln der Gruppentheorie hat eine SU(n)-Theorie $n^2 - 1$ Erzeugende (Generatoren), die mit den Eichbosonen der Theorie identifiziert werden. $5^2 - 1$ ergibt 24. Die 24 Eichbosonen der GUT setzen sich aus den wohl verifizierten 12 des Standardmodells (ein Photon, drei Weakonen, acht Gluonen) und eben den 12 weiteren X- und Y-Bosonen zusammen. In der GUT-Ära waren alle 24 Austauschteilchen ununterscheidbar und konstituierten gerade die X-Kraft.

13.11 Leuchtkraft

Die Leuchtkraft hat die Dimension einer Leistung, Energie pro Zeit, und ist in der Astronomie eine besonders wichtige Zustandsgröße. Im Speziellen ist die Leuchtkraft wesentlich, um in der Stellarphysik Sterne zu charakterisieren; aber Leuchtkräfte geben die Astronomen für alle möglichen kosmischen Objekte an, auch für Galaxien. Die typische Einheit der Leuchtkraft

ist in der Astronomie erg/s, weil vor allem Theoretiker das cgs-System bevorzugen. Die Leuchtkraft (engl. *luminosity*) ist von der Definition der Helligkeit zu unterscheiden.

13.11.1 Was leuchtet da?

Oft beziehen die Astronomen die Leuchtkraft auf einen bestimmten Spektralbereich und sprechen beispielsweise von *Radioleuchtkraft*, *Röntgenleuchtkraft* oder *Gammaleuchtkraft*. Auch werden - etwas seltener - Leuchtkräfte auf Teilchen bezogen, z. B. Neutrinoleuchtkraft.

13.11.2 Leuchtkraft bei allen Farben

Die **bolometrische Leuchtkraft**, also die Leuchtkraft integriert über alle Spektralbereiche, folgt aus der **bolometrischen Helligkeit**

$$M_{\text{bol}} - 4.72 = -2.5 \log \frac{L}{L_{\odot}}.$$

Bei beiden Größen gibt es jedoch große Unsicherheiten zur exakten Bestimmung.

13.11.3 Leuchtkraft von Sternen

Die Leuchtkraft von Sternen folgt aus Sternmodellen. Eine fundamentale Gleichung der Stellarphysik setzt die **Leuchtkraft einer Massenschale** bekannter Dicke und Dichte in Bezug zur Energieproduktion in dieser Schale:

$$\frac{dL}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon.$$

Kennt man die Energieproduktion (*epsilon*, Dimension: Energie pro Masse und pro Zeiteinheit) in Abhängigkeit von Dichte, Temperatur und chemischer Zusammensetzung (vergleiche auch thermonukleare Fusion), so lässt sich diese Gleichung über die Massenschale des Sterns integrieren und liefert die Leuchtkraft dieser Schale.

13.11.4 Leuchtkraft von wärmestrahlenden Kugeln

Eine andere wichtige Gleichung erhält man, wenn man den Stern als **Schwarzen Strahler** (engl. *black body*) annimmt. Die strahlende Sternoberfläche mit Radius R möge gerade die Effektivtemperatur T_{eff} . Dann folgt mit der *Stefan-Boltzmann-Konstante* σ , die einen Wert von $5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$ hat:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4.$$

Sternradius und Effektivtemperatur oder äquivalent Spektraltyp führen so auf die Leuchtkraft eines Sterns.

13.11.5 Charakterisierung im Hertzsprung-Russell-Diagramm

Mit den beiden bekannten Zustandsgrößen **Leuchtkraft und Effektivtemperatur** (oder Spektraltyp) von vielen Sternen lässt sich das fundamentale Hertzsprung-Russell-Diagramm (HRD) der Sterne darstellen. Das HRD zeigt die Entwicklung von Sternen von ihrer Entstehung bis zu ihrem Ende, das möglicherweise zu einem kompakten Objekt führen kann. Es zeigt sich, dass sich beobachtete Sterne in verschiedenen **Entwicklungsstadien**

befinden. Massereichere Sterne durchleben die stellare Entwicklung schneller, weil die thermonuklearen Prozesse im Innern effizienter sind und schneller den Brennstoff aufbrauchen. Massearme Sterne wie die Sonne hingegen können relativ lange in einem stationären Zustand auf der Hauptreihe verharren. Auch unterscheiden sich die Sterne darin, was als stabile Endkonfiguration nach den thermonuklearen Reaktionen übrig bleibt: Weiße Zwerge, Neutronensterne, Quarksterne, Seltsame Sterne, stellare Schwarze Löcher oder sogar Gravasterne sind dabei vermutete Kandidaten. Im Wesentlichen entscheidet die **Masse** des Sterns über sein Schicksal, weshalb sie als wichtigste Zustandsgröße angesehen werden muss.

Im HRD lassen sich die unterschiedlichen Entwicklungsstadien zu **stellaren Entwicklungspfaden** verknüpfen, die viel über die physikalischen Abläufe in Sternen während ihres 'Lebens' verraten.

In Sternmodellen unter Annahme bestimmter Zustandsgleichungen lassen sich so genannte **Masse-Leuchtkraft-Beziehungen** oder **Temperatur-Leuchtkraft-Relationen** ableiten. Auf diese Weise führt eine bekannte Zustandsgröße auf eine unbekannte Zustandsgröße, wenn die Relation Gültigkeit für den betrachteten Stern hat.

13.11.6 Leuchtkraft von Galaxien

In der Theorie der Galaxienentstehung und -entwicklung sowie in der Kosmologie ist man besonders an der **Leuchtkraft von Galaxien** interessiert. Es lässt sich also die Strahlung vieler Objekte (Sterne, Kugelsternhaufen, Kernregion etc.) in der Galaxie zu einem Wert subsumieren.

Im speziellen Fall **elliptischer Galaxien** (siehe Hubble-Klassifikation) fand *de Vaucouleurs* 1948 eine Helligkeitsverteilung, die einem $R^{1/4}$ -Gesetz folgt. Hier definiert man den Effektivradius R_{eff} , der die Hälfte der Gesamtleuchtkraft enthält. Bei bekannten morphologischen Parametern der Ellipse, den Halbachsen a und b , kann man bei bekanntem Effektivradius und zugeordneter Helligkeit an diesem Radius, I_{eff} , die Gesamtleuchtkraft gemäß folgender Gleichung bestimmen:

$$L_{elliptical} = 7.215\pi I_{eff} R_{eff}^2 (b/a).$$

13.11.7 Leuchtkraftfunktionen

Von besonderem Interesse ist die so genannte *Leuchtkraftfunktion*. Sie gibt an, wie viele Galaxien in einem gegebenen Volumen in einem bestimmten *Leuchtkraftintervall* liegen. *Schlechter* hat 1976 dafür eine empirische Formel gefunden, die unterhalb einer charakteristischen Leuchtkraft ein Potenzverhalten und oberhalb einen exponentiellen Abfall zeigt.

Die größten Leuchtkräfte zeigen erwartungsgemäß die Aktiven Galaktischen Kerne (AGN). Diese enormen Leuchtkräfte lassen die AGN auch auf kosmologischen Skalen (Rotverschiebungen $z = 1$ bis 6) noch beobachten. Theoretisch erklärt man diese gewaltigen Strahlungsemissionen mit der Akkretion interstellarer Materie der Wirtsgalaxie auf ein supermassereiches Schwarzes Loch im Zentrum des AGN. Nur dieser Mechanismus leistet eine effiziente Umwandlung von Ruheenergie des Plasmas in Strahlungsenergie!

13.12 Leuchtkraftdistanz

Die Leuchtkraftdistanz oder Leuchtkraftentfernung ist das geeignete Entfernungsmaß in der **relativistischen Kosmologie**. Die üblichen Definitionen für Entfernung versagen in der Allgemeinen Relativitätstheorie, weil die Begriffe von Gleichzeitigkeit und absolutem Raum in Einsteins Theorie *nicht* mehr gelten. Die Raumzeit des Universums ist dynamisch, so dass Distanzen zu weit entfernten, kosmischen Objekten nicht zeitlich konstant bleiben. Die Expansion des Kosmos bewirkt eine kosmologische Rotverschiebung und kosmologische Zeitdilatation. Das erfordert einen neuen Entfernungsbegriff, nämlich die Leuchtkraftdistanz. Dieses Entfernungsmaß nutzen Astronomen, die sich mit hochrotverschobenen Quellen befassen, z. B. mit Supernova vom Typ Ia oder entfernten Aktiven Galaktischen Kernen.

13.12.1 Definition der Leuchtkraftentfernung

Im Euklidischen Raum nimmt die Helligkeit einer kosmischen Quelle, die in alle Richtungen gleich (*isotrop*) hell abstrahlen möge, aus rein geometrischen Gründen mit dem Abstandsquadrat ab. Anschaulich liegt das daran, weil sich die Strahlung auf einer Kugeloberfläche verteilen muss. Die Kugeloberfläche nimmt mit dem Abstandsquadrat zu - entsprechend nimmt die Strahlungsintensität bzw. der Strahlungsfluss ab.

In Einsteins Kosmos kommen zu dieser geometrischen Helligkeitsabnahme die kosmologische Rotverschiebung und Zeitdilatation dazu. Sie hängen vom Entwicklungszustand des dynamischen Kosmos ab. Deshalb hängt im Allgemeinen die Leuchtkraftdistanz von den Parametern des jeweiligen Friedmann-Weltmodells ab. Der Definition im Euklidischen Raum folgend, definieren Astronomen die Leuchtkraftdistanz gemäß dieser Gleichung

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi F}},$$

wobei L die Leuchtkraft (eine Art intrinsische Helligkeit) und F der beobachtete totale Strahlungsfluss sind. Die Abhängigkeit der Leuchtkraftentfernung von der kosmologischen Rotverschiebung steckt hier im beobachteten Fluss.

13.12.2 Berechnung der Leuchtkraftentfernung

Für FLRW-Universen mit **verschwindender** kosmologischer Konstante bietet sich die so genannte *Mattig-Formel* (nach *W. Mattig* 1958) an, die eine handliche Gleichung zur Berechnung der Leuchtkraftdistanz ist. Leider wird die Berechnung in Λ CDM-Universen (Friedmann-Weltmodells mit kosmologischer Konstante) komplizierter. Hier muss ein Integral ausgewertet werden, das der Standardliteratur für Kosmologie zu entnehmen ist. Oder man verwendet das Web-Tool des Kosmologen *Ned Wright* (s. u.)

Im Grenzfall $z \ll 1$ identifiziert man die Leuchtkraftentfernung mit der Entfernung im **Hubble-Gesetz**.

13.12.3 Web-Tool zur Berechnung der Leuchtkraftdistanz

- ◊ Ned Wrights Web-Tool zur Berechnung von Zeiten und Entfernungen in der Kosmologie

13.13 Levi-Civita-Zusammenhang

Eine andere Bezeichnung für das Christoffel-Symbol.

13.14 Licht

Licht ist eine elektromagnetische Energieform. Sie breitet sich im Vakuum mit der Vakuumlichtgeschwindigkeit c von knapp 300 000 km/s aus; genau: 2.99792458×10^8 m/s. Im Prinzip ist die Reichweite von Licht unendlich, doch Licht tritt in der Regel in Wechselwirkung mit Materie, z. B. durch Beugung, Brechung, Streuung, Absorption, Emission.

Damit vermag Licht über große Entfernungen **Energie und Information** zu transportieren.

13.14.1 geometrische Optik & Wellenoptik

Die klassische, physikalische Disziplin, die sich mit Licht befasst ist die Optik. Ohne genau zu wissen, was eigentlich die Natur des Lichts ist, wird Licht als **Lichtstrahl** (*geometrische Optik*) oder als **Lichtwelle** (*Wellenoptik*) rein geometrisch beschrieben. Dieser relativ einfache mathematische Apparat ist mächtig und gestattet eine Fülle von Lichtphänomenen zu beschreiben, z. B. Brechung und Beugung.

13.14.2 Farben des Lichts

Im engeren Sinne meint Licht nur den für Menschen sichtbaren Teil des elektromagnetischen Spektrums. Das beginnt bei kurzen Wellenlängen (hohen Lichtenergien) im Violetten und geht über die Farben blau, grün, gelb, orange bis ins Rote. Allgemeiner gesprochen gibt es Licht in vielen Farben, als Radio-, Wärme-, optische, Ultraviolett-, Röntgen- und Gammastrahlung.

Diese vielfältigen Formen des Lichts machen klar, wie wesentlich Licht für die Astronomie ist. Die klassische, beobachtende Astronomie war optisch. Erst nach und nach öffneten sich die anderen Beobachtungsfenster der Astronomie - einerseits durch das allmähliche Verständnis über die Natur des Lichts; andererseits durch den technologischen Fortschritt, der es ermöglichte Licht einzufangen und so Bilder herzustellen.

13.14.3 Rolle des Lichts

Licht ist in vielerlei Hinsicht von fundamentaler Wichtigkeit:

- ◇ Ohne Licht keine Helligkeit.
- ◇ Ohne Licht keine Wärme.
- ◇ Ohne Licht keine Photosynthese.
- ◇ Ohne Licht kein Leben.
- ◇ Ohne Licht keine Information.
- ◇ Ohne Licht keine Astronomie.

13.14.4 Licht im Lichte der großen physikalischen Theorien des 20. Jahrhunderts

Gemäß der Speziellen Relativitätstheorie ist die Geschwindigkeit des Lichts im Vakuum die absolute Grenzgeschwindigkeit für Information.

Gemäß der Allgemeinen Relativitätstheorie breitet sich Licht auf Nullgeodäten in einer im Allgemeinen gekrümmten Raumzeit aus.

Gemäß der Quantentheorie ist Licht quantisiert in Lichtteilchen, den Photonen.

Gemäß der Quantenelektrodynamik, einer Quantenfeldtheorie des Lichts, sind die Photonen Austauschteilchen (Eichbosonen) der elektromagnetischen Kraft.

13.14.5 Weiter mit...

...dem Lexikoneintrag Photonen, der viel Wissenswertes über Licht enthält.

13.15 Lichtjahr

Eine sehr gebräuchliche Einheit in der Astronomie zur Angabe von Entfernungen (keine Zeiteinheit!). Ein Lichtjahr, deutschsprachig abgekürzt mit **Lj**, international mit *lyr* (engl. *light year*), ist definiert als die Wegstrecke, die Licht oder Strahlung generell im Vakuum in einem Jahr zurücklegt. Weil die Vakuumlichtgeschwindigkeit c mit 299.792458 Millionen m/s sehr groß ist, ist ein Lichtjahr eine sehr große Distanz für irdische Verhältnisse, nämlich in vertrauten Einheiten 9.4605 Billionen km! Astronomisch gesehen ist ein Lichtjahr keine besonders große Distanz.

13.15.1 Beispiele

- ◇ Der nächste Stern zur Sonne, **Proxima Centauri**, die C-Komponente des hellen Sterns α Centauri, ist 4.3 Lj entfernt;
- ◇ Die **Milchstraße**, unsere Heimatgalaxie, hat einen Durchmesser von etwa 100000 Lj und ihr Zentrum ist von uns aus etwa 26 000 Lj entfernt;
- ◇ Unsere Nachbargalaxie, der **Andromedanebel** ist 2.2 Millionen Lj entfernt und vermutlich das am weitesten entfernte Objekt, das man noch mit bloßem Auge ausmachen kann. Trotzdem ist es lediglich ein Angehöriger unseres an sich unscheinbaren Galaxienhaufens, der lokalen Gruppe.
- ◇ Der nächste Galaxienhaufen zur lokalen Gruppe, auf den sie sich auch zubewegt, der **Virgo-Haufen**, ist etwa 52 Millionen Lj entfernt.
- ◇ Und schließlich ist das aktuell bestimmte Alter des Universums bei knapp 14 Milliarden Jahren, aber die Größe (der so genannte **Teilchenhorizont**) liegt bei 27.1 Mrd. Lj. für ein flaches und strahlungsdominiertes Universum.

13.15.2 abgeleitete und andere Größen

Es gibt abgeleitete Größen zum Lichtjahr auf kleineren Längenskalen, wie die Lichtsekunde, Lichtminuten, Lichtstunden, Lichttage und Lichtmonate, mit analoger Definition. So sind der

Mond gerade eine Lichtsekunde (etwa 300 000 km) und die Sonne 8 Lichtminuten entfernt. Auf diesen Skalen wird dann die Astronomische Einheit (AU) gebräuchlicher.

Ein geometrisch definiertes, alternatives Längenmaß ist die Parallaxensekunde (Parsec, pc).

13.16 Lichtkurve

Ein sehr gebräuchliches Diagramm in der Astronomie, dass die Strahlungsintensität einer kosmischen Quelle (auf der y-Achse) über der Zeit (auf der x-Achse) darstellt. Motiviert ist das ganz einfach dadurch, weil die Astronomen an Schwankungen der Helligkeit des Objekts interessiert sind. Lichtkurven (engl. *light curves*) eignen sich bestens, um *Studien der Variabilität* durchzuführen. So folgen Eigenschaften der Quelle, wie ihre Ausdehnung (Stichwort: Lichtlaufzeit) oder ihre physikalische Natur.

13.16.1 Wer die Wahl hat

Es bieten sich hier vielfältige Möglichkeiten: so können Strahlungsintensitäten bei verschiedenen Wellenlängen oder Energien der Strahlung benutzt werden. Der Astronom misst entsprechend Lichtkurven im Bereich der optischen Strahlung, Röntgenstrahlung, Gammastrahlung etc.

Als Maß für die Helligkeit bietet die Astrophysik ebenfalls eine Reihe von Größen an: so eignen sich für Lichtkurven die Leuchtkraft, der spektrale Fluss, der Gesamtfluss oder die bolometrische Helligkeit.

13.16.2 Lichtkurven von Sternen

Astronomen nehmen die Lichtkurven von einer Vielzahl kosmischer Quellen auf. Naheliegend sind Sterne. Kein Stern gibt einen konstanten Strahlungsstrom ab, sondern zeigt je nach Masse, Aktivität und Zusammensetzung (Metallizität) charakteristische Merkmale. Lichtkurven helfen dabei die Sterne in ganz unterschiedliche Typen von Veränderlichen einzusortieren.

13.16.3 Lichtkurven von Explosionen

Interessant sind auch kurzzeitige Ereignisse, die einen steilen Helligkeitsanstieg zur Folge haben. Diese Form nennt man Ausbrüche (engl. *bursts*) und wird bei Nuklear-Explosionen oder ganzen Sternexplosionen beobachtet. Entsprechend fallen in diese Kategorie von Ereignissen die Novae, Supernovae, Hypernovae und Gamma Ray Bursts. Unter dem Eintrag Zeitdilatation wird als Beispiel für eine Lichtkurve, die einer Supernova Typ Ia gezeigt (explodierende Weiße Zwerge).

13.16.4 Lichtkurven von speziellen Vorgängen

Anstiege in der Lichtkurve werden auch beobachtet, wenn ein Stern sich zu nahe an ein supermassereiches Schwarzes Loch im Herzen einer inaktiven Galaxie traut. Dann wird der Stern von immensen Gezeitenkräften zerrissen, was unter Umständen als Helligkeitsanstieg beobachtet werden kann. Der Grund: durch die unerwartete Mahlzeit für das Loch steigt auch die Leuchtkraft infolge der Akkretion rasant, aber nur für gewisse Zeit an.

Die Quasi-periodischen Oszillationen (QPOs) bezeichnen gerade ein charakteristisches Auf und Ab in Lichtkurven. Sie werden häufig bei Röntgendoppelsternen beobachtet und hängen mit Prozessen in der Akkretionsfluss zusammen - z. B. mit einer Rotationsbewegung, mit Epizykelfrequenzen oder mit dem Lense-Thirring-Effekt.

13.16.5 Mathematische Werkzeuge in der Analyse

Die Astronomen betrachten Lichtkurven nicht einfach nur als Intensität-Zeit-Diagramme; sie verwenden auch anspruchsvollere Analysetechniken wie die **Fourier-Transformation** (eine spezielle Integraltransformation, die auch in der Nachrichtentechnik breite Anwendung findet). Im so genannten Fourier-Raum heißen die Lichtkurven dann **Leistungsspektren** oder *Power density spectra* (kurz oft *power spectra*). Der Vorteil ist, dass charakteristische Perioden in der Lichtkurve dann als Peak im Leistungsspektren erscheinen. So sind z. B. QPO-Frequenzen direkt abzulesen und man kann versuchen sie z. B. mit Keplerfrequenzen (mit der Umlaufperiode) oder anderen charakteristischen Frequenzen zu interpretieren.

13.17 Lie-Ableitung

Die Lie-Ableitung ist eine spezielle, mathematische Operation, die bei der Allgemeinen Relativitätstheorie eine Rolle spielt. Die Lie-Ableitung bezüglich eines Tensorfeldes $\mathbf{X}$ erster Stufe lautet

$$L_X g_{\kappa\lambda} = X^\sigma \partial_\sigma g_{\kappa\lambda} + g_{\kappa\nu} \partial_\lambda X^\nu + g_{\lambda\nu} \partial_\kappa X^\nu.$$

Die Relativitätstheoretiker sind an den Symmetrieeigenschaften von Raumzeiten interessiert. Sie betrachten daher Isometrien. Es stellt sich heraus, dass ein mathematischer Ausdruck, die so genannte **Lie-Ableitung** der Metrik verschwinden muss, um die Metrik über eine Koordinatentransformation auf sich selbst abzubilden. Diese Gleichung heißt dann **Killing-Gleichung** und deren Lösungen Killing-Felder.

13.17.1 Was passiert bei der Lie-Ableitung?

Anschaulich entspricht die Lie-Ableitung einem **Paralleltransport** eines Tensors von einem Punkt an einen anderen in der Raumzeit entlang einer **Kongruenzkurve**. Danach werden die Tensoren an den verschiedenen Punkten verglichen. Beim Grenzübergang der Ableitung wird der Abstand infinitesimal, d. h. beliebig klein.

13.17.2 Eigenschaften der Lie-Ableitung bezüglich eines Vektorfelds

- ◇ Linearität
- ◇ Erfüllung der Leibniz-Regel (Produktregel bei Differentiation)
- ◇ Erhaltung des Tensortyps
- ◇ Kommutativität (Vertauschung) mit der Verjüngung
- ◇ Anwendbarkeit auf alle Tensoren

13.18 Linearbeschleuniger

Die Linearbeschleuniger sind Teilchenbeschleuniger mit gerader Beschleunigungsstrecke. Diese **Beschleunigerarchitektur** war in der Historie der Hochenergiephysik die erste Bauart. Linearbeschleuniger nennt man auch *LINACs* (Akronym aus dem Englischen aus *linear accelerator*).

13.18.1 Geradeaus geht's nicht weit

Die gerade Strecke begrenzt jedoch die erreichbaren Geschwindigkeiten von zu beschleunigenden Teilchen und ist auch architektonisch ungünstig, weil LINACs schnell die räumlichen Dimensionen einer Beschleunigeranlage sprengen. Daher ging man zu einer neuen Beschleunigerarchitektur über: den Kreisbeschleunigern. Diese haben dann den Vorteil, dass Teilchenstrahlen mehrfach die Beschleunigungsstrecke durchlaufen können und damit mehr Energie gewinnen; aber dies erkaufte man sich mit dem Nachteil, dass nun Zentrifugalkräfte den Strahl (*beam*) aus seiner Sollbahn bringen, was durch Lorentz-Kräfte von magnetischen Führungsfeldern ausgeglichen werden muss.

13.18.2 Besser mit Wechselfeld

Die ersten LINACs waren recht einfache Anlagen mit einem beschleunigenden, elektrischen Gleichspannungsfeld. Diese Bauweise wurde später durch die **Hochfrequenzbeschleuniger** abgelöst. Hier sind die Felder nicht mehr statisch, sondern wechseln ihre Richtung. Die Umpolung des Feldes würde normalerweise in der 'Gegenphase' die Teilchen wieder abbremsen. Dies unterbindet man durch Abschirmung mit zylindrischen Kapseln, den *Driftröhren*, die als Faraday-Käfige im Innern feldfrei bleiben. Im LINAC muss die Länge der Driftröhren und den dazwischen liegenden Beschleunigungsstrecken sukzessiv zunehmen, weil die Teilchenbündel immer schneller werden.

13.18.3 Andere Beschleunigertypen

Siehe dazu auch die Einträge: Synchrotron, Synchrozyklotron und Zyklotron.

13.19 LINER

Hinter LINER verbirgt sich ein Akronym für einen bestimmten Typen Aktiver Galaktischer Kerne (AGN). Es steht für *low-ionization nuclear emission line region*, also einem Emissionsgebiet im Kern einer aktiven Galaxie, der gering ionisiert ist.

13.19.1 Eigenschaften

LINERs sind den Seyfertgalaxien vom Typ 2 sehr ähnlich und haben eine geringe Kernleuchtkraft. Im Spektrum findet man keine breiten Emissionslinien, aber schmale sind beobachtbar. Besonders stark sind die Linien von OI, OII, SII und NII sowie schwachen Linien von OIII.

13.19.2 eine Quelle

Ein prominenter Vertreter dieses Typs ist das Objekt LINER NGC 4258.

13.20 Linienelement

Das Linienelement ds^2 legt gerade die Eigenschaften einer Mannigfaltigkeit in der Differentialgeometrie eindeutig fest. In allgemeiner Form lautet es

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu.$$

13.20.1 Mathematisches Rüstzeug von Einsteins Theorie

Die vierdimensionalen Mannigfaltigkeiten der Relativitätstheorie können gerade durch das Linienelement beschrieben werden. Im Prinzip kann man die Ausdrücke Linienelement, Metrik, Raumzeit und **metrischer Tensor** $g_{\mu\nu}$ in der Relativitätstheorie synonym verwenden. Im Allgemeinen, gibt es in der Mathematik eine strengere Unterscheidung: Eine Mannigfaltigkeit mit einer Metrik heißt *Riemannsche Mannigfaltigkeit*. Die Raumzeit ist vierdimensional und ist damit eine bestimmte Mannigfaltigkeit spezieller Dimension. Das Linienelement ist eigentlich ein Quadrat eines infinitesimalen, raumzeitlichen Abstands, der lorentzinvariant ist. Das bedeutet, alle Beobachter zweier Ereignisse (Weltpunkte) werden sich darauf verständigen können, dass sie denselben raumzeitlichen Abstand haben.

13.20.2 ds^2 zur Bahnenklassifizierung

Greift man bestimmte Trajektorien (Weltlinien) in der Raumzeit, die Geodäten, heraus, so kann man sie anhand des Vorzeichen des Linienelements klassifizieren. Sie heißen

- ◇ *zeitartige* Geodäten bei $ds^2 > 0$,
- ◇ *lichtartige* Geodäten oder Nullgeodäten bei $ds^2 = 0$,
- ◇ und *raumartige* Geodäten bei $ds^2 < 0$.

Wesentliche Linienelemente der Relativitätstheorie, die die Krümmungseigenschaften und die Geometrie der Mannigfaltigkeit bestimmen, sind

- ◇ die Minkowski-Metrik der SRT,
- ◇ die Schwarzschild-Lösung,
- ◇ die Reissner-Nordstrøm-Lösung,
- ◇ die Kerr-Lösung,
- ◇ die Kerr-Newman-Lösung, alles Metriken Schwarzer Löcher,
- ◇ die Metrik von Gravasternen,
- ◇ die Metrik von Neutronensternen,
- ◇ und die Robertson-Walker-Metrik der Kosmologie.

13.21 LIRG

Siehe dazu die Beschreibung von ULIRG.

13.22 LMXB

Dieses Akronym steht für *Low-Mass X-ray Binary*, übersetzt entsprechend Röntgendoppelsterne, die einen 'normalen' Stern geringer Masse enthalten. Röntgendoppelsterne werden im Fachjargon generell mit dem englischen Akronym **XRBs**, *X-Ray Binaries* bezeichnet.

13.22.1 Wirt & Parasit

LMXBs sind Systeme aus einem Wirtstern und einer kompakten Komponente, z. B. einem Neutronenstern oder einem stellaren Schwarzen Loch. Der Namenszusatz *low-mass* bezieht sich darauf, dass der Begleitstern leichter ist als zwei Sonnenmassen. Er stellt die Materie, die auf die kompakte Komponente überfließt und dabei charakteristische Röntgenspektren erzeugt. Das Überfließen der Sternmaterie, getrieben durch die Gravitationskräfte der kompakten Komponente, kann entweder geschehen, wenn der Begleitstern sein Roche-Volumen überschreitet oder wenn der kompakte Begleiter den Sternenwind des anderen Sterns zu sich heranzieht. Beides passiert typischerweise nur bei Riesensternen. Ihre Sternoberfläche berührt oder überschreitet dabei den inneren Lagrange-Punkt des Doppelsternsystems (L1 im zweiten Diagramm unter dem Eintrag Roche-Volumen). In diesem Punkt heben sich gerade die Gravitationskräfte von stellarer und kompakter Komponente auf: Die Sternmaterie ist ungebunden und kann den Riesenstern verlassen. Dann kann sie aber von der kompakten Komponente eingefangen werden.

13.22.2 rotierende Materiescheibe

Beide Sterne rotieren. Die Sternmaterie besitzt also Drehimpuls. Aus diesem Grund fällt sie nicht direkt auf kürzestem Wege auf die kompakte Komponente ein, sondern beschreibt eine kurvenförmige Bahn. Auf diese Weise bildet sich eine Akkretionsscheibe aus, im Allgemeinen eine Standardscheibe. Der Motor für die hohe Leuchtkraft dieser Objekte ist demnach die Akkretion.

13.22.3 weitere Einträge

Unter dem Eintrag Röntgendoppelstern findet sich eine zusammenhängende Beschreibung mit einer Abgrenzung von Typen anderer Röntgendoppelsterne (HMXBs, Mikroquasare, AXPs, CVs etc.).

13.23 LNRF

LNRF ist ein Akronym für *local non-rotating frame*, einem Bezugssystem, das lokal nicht rotiert. Es wurde 1970 von *James Bardeen* gefunden und wird in der Allgemeinen Relativitätstheorie zur Untersuchung rotierender Raumzeiten relativistischer Sterne wie

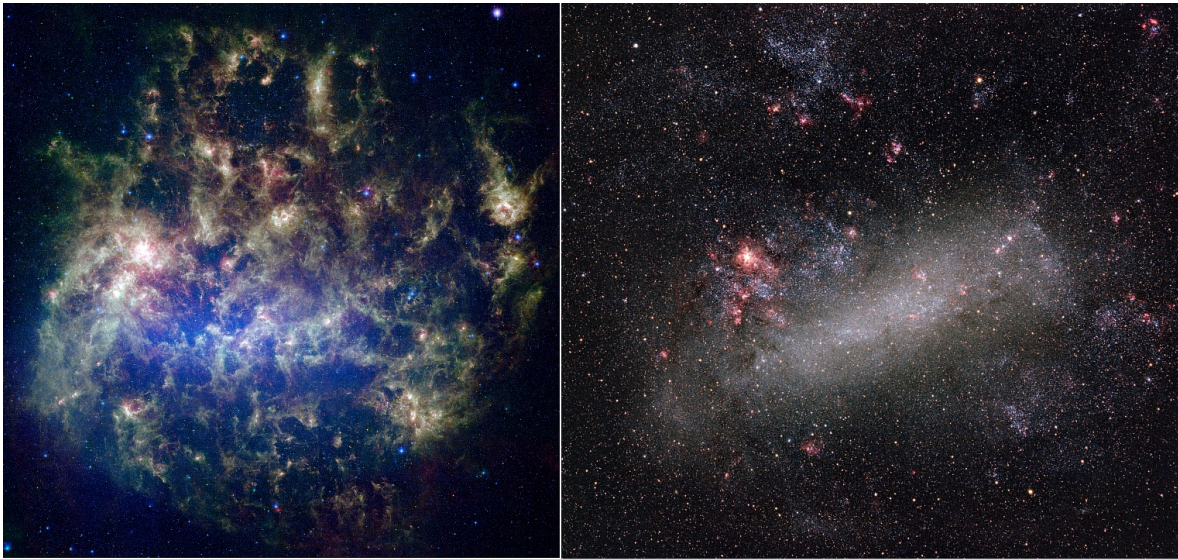


Abbildung 13.3: Die Große Magellanische Wolke im Infrarot (links) und optisch (rechts) 2006.

bei Neutronensternen, Magnetaren oder rotierenden Schwarzen Löchern (Kerr-Lösung) verwendet.

13.23.1 viele Namen, die dasselbe meinen

Der Beobachter im LNRf heißt *ZAMO* oder *Bardeen-Beobachter*. Unter dem Lexikoneintrag *ZAMO* ist eine genauere Beschreibung zu finden, wie man das LNRf definiert und findet.

13.24 Lokale Gruppe

Lokale Gruppe ist die Fachbezeichnung in der Astronomie für den **Galaxienhaufen**, in dem sich die Milchstraße, die Andromedagalaxie (M31; eine Spiralgalaxie), die beiden Magellanischen Wolken (irreguläre Galaxien), die Dreiecksgalaxie (*Triangulumgalaxie* M33; eine Spiralgalaxie) und viele kleine Zwerggalaxien befinden. Verglichen mit anderen Galaxienhaufen, wie z. B. dem *Virgo-Haufen*, ist die Lokale Gruppe recht klein. Beobachtungen bezeugen nur weniger als etwa 50 Mitglieder, die sich alle innerhalb von etwa 1500 kpc befinden. Computersimulationen hingegen sagen einige hundert Galaxien in der Lokalen Gruppe voraus. Vermutlich wird diese Diskrepanz dadurch erklärt, dass viele der Zwerggalaxien nur noch von Dunkler Materie dominiert werden, kaum noch Gas und Sterne enthalten und dadurch extrem leuchtschwach und schwer beobachtbar sind (*Mayer et al.* 2007).

Weitere interessante Details gibt es unter den Einträgen Milchstraße, Galaxie und Hubble-Klassifikation.

13.24.1 Blicke auf die Große Magellanische Wolke

Wir betrachten nun ein Mitglied der Lokalen Gruppe etwas genauer: die *Große Magellanische Wolke* (engl. *Large Magellanic Cloud*, **LMC**). Es handelt sich um eine irreguläre Zwerggalaxie, die nur von der Südhalbkugel der Erde aus beobachtet werden kann. Am Himmel ist sie im Sternbild *Dorado* (dt. *Schwertfisch*) zu finden und erscheint als blasses, kugeliges Wölkchen. Diese Satellitengalaxie der Milchstraße ist 160000 Lichtjahre entfernt und hat einen Durchmesser von etwa 70000 Lichtjahren.

Die beiden Fotos 13.3 zeigen ein und dasselbe Objekt: die LMC - jedoch beobachtet in unterschiedlichen Wellenlängenbereichen der elektromagnetischen Strahlung. Rechts ist ein optisches Foto zu sehen, das die LMC als irreguläre Galaxie entlarvt (Credit: *Wei-Hao Wang*, Institut für Astronomie, Hawaii, 2007). Links ist die LMC (bei gleicher Orientierung) im Infraroten zu sehen - das Foto wurde mit dem Weltraumteleskop Spitzer fotografiert, das nur Infrarotstrahlung detektieren kann (Credit: *M. Meixner*, NASA/JPL & the SAGE Legacy Team, 2007). 300000 Einzelbeobachtungen mit Spitzer wurden hier zu einem Falschfarbenkomposit zusammengefügt. Die Infrarotemission kommt vom überall in der LMC fein verteilten interstellaren Medium. Diese Material, im Wesentlichen Gas und Staub, wird durch Strahlung von Sternen in der Umgebung aufgeheizt und sendet Plancksche Strahlung (Wärmestrahlung) aus. Der Staub erscheint schwarz in der optischen Aufnahme und rötlich im Infraroten; Sterne sind optisch als weiße und im Infraroten als grüne Punkte zu sehen. Eine Sternentstehungsregion wird von Spitzer als rötliche Wolke fotografiert. In beiden Fotos ist eine dominant leuchtende Region links von der Bildmitte zu sehen. Das ist der *Tarantelnebel* (*30 Doradus*), eine Sternentstehungsregion, also ein 'Kollege' des Orionnebels in der Milchstraße. Optisch gut zu sehen ist die zentrale Balkenstruktur in der LMC. In der Wärmestrahlung erscheint dieser Bereich als blau glühender Balken unterhalb von der Bildmitte. Das ist das Licht von älteren Sternpopulationen in der LMC.

Die LMC hat 1987 für große Aufregung gesorgt, denn damals ereignete sich die berühmte **Supernova 1987A**. Das war die erste Gelegenheit für Astronomen eine Supernova vom Typ II live mitzuverfolgen. Eine detaillierte Beschreibung dieses Ereignisses gibt es im Eintrag Supernova.

13.25 Loop-Quantengravitation

Die Loop-Quantengravitation (LQG), im Deutschen auch bisweilen Schleifen-Quantengravitation (auch Schleifenquantengravitation) genannt, ist eine Theorie der Quantengravitation. Damit wird bestrebt die Konzepte der Quantentheorie mit denjenigen der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART) zu vereinigen. Anders gesagt, wird der Versuch unternommen, das Gravitationsfeld zu quantisieren. Das damit verbundene Gravitationsfeldquant nennt man in den Quantenfeldtheorien (QFT) Graviton. In der LQG distanziert man sich eher vom Begriff des Gravitons und bezeichnet die Quanten der Theorie als *Loops* (dt. Schleifen).

13.25.1 gekörnte Raumzeit

In der ART ist die Raumzeit ein deformierbares, vierdimensionales, kontinuierliches Gebilde, ein **Raum-Zeit-Kontinuum**, das durch Energieformen wie der Masse gekrümmt wird. Die klassischen Theorien sehen keine Prinzipien wie Unschärfe oder diskrete physikalische



Abbildung 13.4: granulare Struktur der Raumzeit.

Größen (Quanten) vor. Die Raumzeit erscheint hinreichend glatt, kontinuierlich und weist allenfalls 'Löcher' in Form von Krümmungssingularitäten auf (die Schwarzen Löcher sind ein Beispiel dafür). Nun impliziert aber die Quantentheorie und im Speziellen die daraus mit der ART abzuleitende Planck-Skala, dass bei sehr starken Gravitationsfeldern auf sehr kleinen Längenskalen eine **Körnung der Raumzeit** auftauchen muss. Die Längenskala, wo die Körnung auftritt, ist im Bereich der Planck-Länge, also auf nur 10^{-33} cm. Das ist die kleinste Längeneinheit, die Physiker kennen. Die Granulation, erfordert eine Theorie, die über die ART hinaus geht und dem quantenhaften Charakter der Raumzeit Rechnung trägt: eine **Quantengravitation**.

13.25.2 Erfolge quantisierter Feldtheorien

Lange Zeit gab es für diese Theorie nur einen ernst zu nehmenden Kandidaten, die Stringtheorien. Dies war im Wesentlichen dadurch motiviert, dass diese Theorien ein Teilchen mit Spin 2 (Tensorboson) enthalten. Gerade das war eine gewünschte Eigenschaft für das Graviton. Deshalb waren die Stringtheorien schlagartig attraktiv für eine quantisierte Gravitationstheorie. Der mathematische Apparat der Quantenfeldtheorien erwies sich als sehr erfolgreich zur Beschreibung von Elementarteilchen, wie die Quantenelektrodynamik, Quantenchromodynamik, elektroschwache Theorie, Große Vereinheitlichte Theorien, generell gesagt, die Eichtheorien belegen. Diese Konzeption offenbarte eine einheitliche Sicht in Form des Standardmodells der Teilchenphysik. Diesen Apparat der Quantenfeldtheorien versuchten die Theoretiker auch auf die Strings anzuwenden.

13.25.3 Strings & Branen

Es stellte sich heraus, dass fadenförmigen Strings morphologisch verallgemeinert werden können zu flächenhaften Gebilden, den **Branen**. Die Stringtheorien erfordern jedoch die Existenz von (räumlichen) Extradimensionen (sechs oder sieben *weitere* Raumdimensionen neben den bekannten dreien). Sie erfordern auch eine Gültigkeit der Supersymmetrie (SUSY), um mit dem physikalischen Prinzip der Kausalität vereinbar zu sein. Eine Gültigkeit der SUSY hat zur Konsequenz, dass die bis heute bekannten Teilchen des Standardmodells so

genannte Superpartner haben. Der Teilchenzoo wird also signifikant vergrößert, viele neue SUSY-Teilchen müssen dann existieren. **Aber:** Bisher wurde keines dieser SUSY-Teilchen experimentell beobachtet, ebenso wenig weitere, räumliche Dimensionen neben den bekannten dreien.

13.25.4 Die Anfänge der Loop-Gravitationstheorie

Dies motivierte zur Suche nach alternativen Konzepten, die ganz andere Ansätze verfolgen, als die Stringtheorien; Konzepte, die nicht notwendig Extradimensionen und SUSY erfordern. Genau das ist die Loop-Quantengravitation, eine Theorie, deren Anfänge bis 1986 zurück reichen. In besagtem Jahr arbeiteten *Amitaba Sen* und *Abhay Ashtekar* an einer neuen Formulierung der ART mithilfe neuer mathematischer Variablen, die man **Zusammenhänge** (engl. *connections*) nennt. Das Christoffel-Symbol der ART (assoziiert mit den Einsteinschen Feldgleichungen und der kovarianten Ableitung), das anschaulich die Newtonsche Gravitationskraft in einer geometrischen Beschreibung der Gravitation ablöst, ist gerade mathematisch gesprochen ein Zusammenhang (Konnexion). In der *Ashtekar-Formulierung* der ART ist die Feldvariable nicht mehr die Metrik, sondern ein so genannter **selbst-dualer Zusammenhang** (der sich vom Christoffel-Symbol unterscheidet). Seither nennt man diese auch *Ashtekar-Variablen*.

Im gleichen Jahr, 1986, reformulierten *Ted Jacobson* und *Lee Smolin* die Wheeler-DeWitt-Gleichung in diesen neuen Variablen. Sie fanden auch eine Klasse von exakten Lösungen dieser Gleichungen: die **Wilson-Loops** (dt. Wilson-Schleifen). Um zu verstehen, was dies für mathematische Objekte sind, muss man weiter ausholen - leider wird es nun begrifflich recht kompliziert, weil eine Erklärung ohne Mathematik nicht angemessen ist. Der mathematisch weniger interessierte Leser mag den folgenden Abschnitt überspringen.

13.25.5 LQG in der Sprache der Mathematik: Holonomien und Wilson-Loops

Mit **Holonomie** bezeichnet man auch den *Parallel-Propagator* (Holonomie-Operator), also denjenigen Operator, der einen Parallel-Transport (eine Transformation, vergleiche auch Lie-Ableitung) eines Zusammenhangs, eines Vektors oder eines Tensors entlang einer geschlossenen Kurve auf einer Raumzeit (mathematisch eine *Riemannsche Mannigfaltigkeit*) bewerkstelligt. Holonomie genügt bestimmten mathematischen Eigenschaften, vor allem bildet sie eine mathematische Gruppe, die *Holonomie-Gruppe*.

Eine besondere Bedeutung hat nun die **Spur** des Holonomie-Operators (Summe der Diagonalelemente, wenn der Operator als Matrix dargestellt wird). Die Spur, bezogen auf einen bestimmten Pfad durch die Raumzeit, dient zur Bestimmung von parallel-transportierten physikalischen Größen, wenn ein Teilchen entlang des Pfads durch die Raumzeit propagiert.

Als Beispiel möge ein Elektron dienen, das sich durch die Raumzeit bewegt. Durch Anwendung des Parallel-Propagators, kann man untersuchen, wie sich die Observable Spin ändert. Die Krümmung der Raumzeit rotiert den Spinvektor bei der Bewegung entlang der geschlossenen Kurve. Berechnet man nun die Spur des zugehörigen Parallel-Propagators, so hat man ein Maß gefunden, wie sich die Observable Spin geändert hat. Als Anforderungen an die Kurven sei gestellt, dass sie 'glatt' seien und keine Überschneidungen aufweisen mögen.

*Die Spur des Holonomie-Operators ist **eichinvariant** und ist gerade der **Wilson-Loop**.*

Schon in der Betrachtung der QFTs als Eichtheorien erwiesen sich der Wilson-Loop bzw. Holonomien als die natürliche Basisvariablen und ermöglichten die Formulierung der Quantenchromodynamik (*Yang-Mills-Theorie*, einer Gitter-Eichtheorie). **Die Eichtheorien erfuhren so eine tief liegende geometrische Interpretation** (*Gambini & Trias*, 1981 und 1986). Auch in der Loop-Quantengravitation ist dieser Formalismus erfolgreich und gab dieser Theorie ihren Namen: *Loop* stammt verkürzend von *Wilson-Loop*. Die Wilson-Loops der Ashtekar-Zusammenhänge lösen also die reformulierte Wheeler-DeWitt-Gleichung.

Carlo Rovelli und *Lee Smolin* nutzten nun 1987 die Wilson-Loops als neue Basiszustände des separablen Hilbert-Raums der Quantengravitation. Physikalische Größen (*Observablen*) werden dann durch diese Loop-Basis dargestellt. Der Hilbert-Raum der Loops lässt sich im Vergleich zum Quantensystem des **Harmonischen Oszillators** der Quantenmechanik besser verstehen.

13.25.6 Einschub: harmonischer Oszillator

Beim harmonischen Oszillator geht man zunächst vom Hamilton-Operator (*Hamiltonian*) aus. Er enthält die Observablen Impuls und Ort als Operatoren. Man formuliert nun das Eigenwertproblem dieses Quantensystems, dessen Lösung *Energieeigenwerte* des Hamiltonians und *Eigenzustände* (Eigenfunktionen, Wellenfunktionen) liefert. Man hat also das *diskrete Spektrum des Operators* gefunden. Die Energieniveaus benachbarter Eigenzustände im harmonischen Oszillator unterscheiden sich gerade um ein *Oszillatorquant* (*Vibron*), das eine diskrete Energie hat, das dem Produkt von Planckschem Wirkungsquantum und Oszillatorfrequenz entspricht. Mit einer natürlichen Zahl n kann man das diskrete Spektrum parametrisieren. Der Grundzustand, der **Vakuumzustand** des harmonischen Oszillators, hat gerade $n = 0$ und liefert einen endlichen Energieeigenwert, die *Vakuumenergie* des harmonischen Oszillators. Der n -te Eigenzustand enthält gerade n Oszillatorquanten. In der Feldtheorie der Elektrodynamik, der QED, die formal ähnlich zu konstruieren ist, heißen diese Teilchen Photonen. Die Quantisierung des elektromagnetischen Feldes ist jedoch ungleich komplizierter in ihren Details als die Quantenmechanik des harmonischen Oszillators (unter anderem wegen der Renormierungsprozedur).

13.25.7 quantisierter Raum: Volumenquanten

Die **Hamilton-Jacobi-Theorie**, die bereits in der klassischen Mechanik Anwendung findet, kann benutzt werden, um die Gestalt des *Hamiltonians* der LQG zu finden. Die Methode der LQG folgt prinzipiell dem gerade beschriebenen Konzept der Quantenmechanik (wenn man sich einen geeigneten Hamiltonian beschafft hat), beachtet dabei aber auch die Gesetzmäßigkeiten der Allgemeinen Relativität. Man kann dabei soweit gehen zu sagen, dass die lokale Messung von Längen, Flächen und Volumina einer Vermessung der lokalen Eigenschaften des Gravitationsfeldes gleich kommt. So stellt sich das Volumen in der LQG als **Volumenoperator** heraus, der eine nicht-lineare Funktion des Gravitationsfeldes bzw. der Metrik ist. Das Spektrum dieses Operators ist, analog wie oben beim Harmonischen Oszillator dargestellt, *diskret*, d. h. das Raumvolumen ist quantisiert in **Volumenquanten**. Dies sind die irreduziblen Elemente des Raums, die ein Volumen von 10^{-99} Kubikzentimetern einnehmen (Planck-Länge hoch 3). Entsprechend finden sich im Universum, das einen Hubble-Radius (siehe dazu Horizont) von etwa 13.6 Mrd. Lichtjahren hat, 10^{184} Volumenquanten! Damit befinden sich in einem Kubikzentimeter mehr

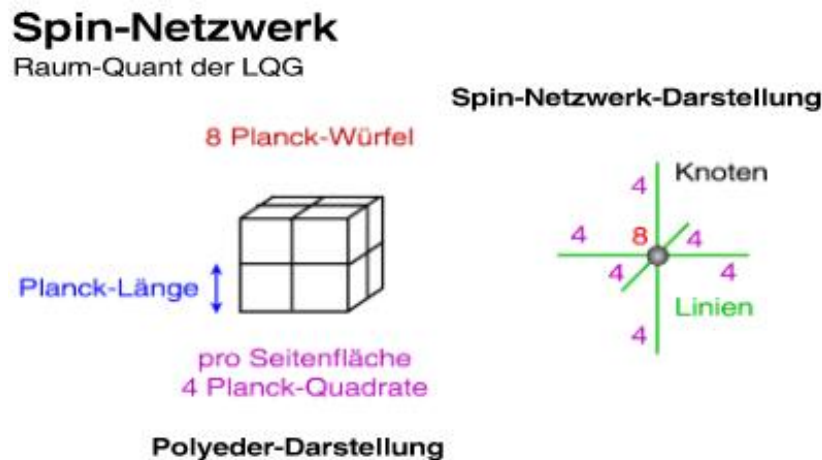


Abbildung 13.5: Spin-Netzwerk Darstellung eines Würfels.

Volumenquanten (10^{99}), als Kubikzentimeterwürfel im Universum (10^{84})!

Die resultierende, körnige oder **granulare Struktur der Raumzeit** (engl. *grains of space-time*) auf der Planck-Skala ist ein wichtiges Ergebnis der Loop-Quantengravitation und wurde 1992 gefunden. Die LQG beschreibt demgemäß die *kleinskalige Struktur der Raumzeit* (engl. *small scale structure of space-time*) und erweitert die relativistische Kosmologie auf der mikroskopischen Skala. Die Körnung umschreibt man manchmal mit dem Begriff 'Raumzeitschaum'. Dieses Resultat der LQG steht in krassem Gegensatz zum Begriff Raum-Zeit-Kontinuum der Relativitätstheorie: die Raumzeit entpuppt sich auf den kleinen Quantenskalen als diskontinuierlich oder *diskret*.

13.25.8 quantisierter Raum: Flächenquanten

Nun befindet sich zwischen benachbarten Raumvolumina eine gemeinsame Fläche mit bestimmtem Flächeninhalt (engl. *area*). Der Flächeninhalt ist ebenso abhängig vom Gravitationsfeld und quantisiert wie das Volumen, nämlich in **Flächenquanten**. Ihre Ausdehnung ist gerade das Quadrat der Planck-Länge, also 10^{-66} Quadratcentimeter. Ihr Daumennagel besteht also aus 10^{66} dieser Flächenquanten, die Erdoberfläche aus 10^{85} . Man kann sich nun im Allgemeinen einen Quantenzustand, der aus n Volumenquanten bestehen möge, als einen so genannten *Graphen* vorstellen, der **Knoten** aufweist. Das Teilgebiet der Mathematik, das sich damit auseinander setzt, heißt *Knotentheorie*. Die Knoten entsprechen gerade den Volumenquanten; benachbarte Volumenquanten sind durch Flächenquanten 'verbunden'.

13.25.9 Spin-Netzwerke

Die gerade beschriebene Struktur nennen die Theoretiker **Spin-Netzwerk**. Man kann diesen Gebilden Quantenzahlen zuordnen, die gerade mit den Volumen- und den Flächenquanten assoziiert sind. Dies ist schematisch in der Abbildung 13.5 dargestellt: Wir zerlegen den dort gezeigten Polyeder, ein dreidimensionaler 'Vielflächner', in Volumenquanten. Im Beispiel ist dies für einen Würfel geschehen, der aus acht Volumenquanten bestehen möge. Die Darstellung

dieses Gebildes als Spin-Netzwerk geschieht nach dem folgenden Algorithmus: Wir skizzieren einen Knoten und versehen ihn mit einer Zahl, die der Anzahl seiner Volumenquanten entspreche, in diesem Fall acht. Für jede Berandungsfläche des Polyeders zeichnen wir dann eine (beliebig lange) Linie, im Beispiel also sechs Linien. Die Zahlen an diesen Linien geben die Anzahl der Flächenquanten der jeweiligen Seite an, in diesem Beispiel immer vier. Dies bildet das einfache Spin-Netzwerk in der Abbildung rechts dargestellt.

Beliebige Volumina lassen sich so als komplizierte Spin-Netzwerke darstellen. In der LQG ist es nun auch möglich Spin-Netzwerke *ohne* Pendant in der Polyederdarstellung zu generieren. In Spin-Netzwerken sind nur die Quantenzahlen und die relativen Verknüpfungen relevant. Sie enthalten die Information über den quantisierten Raum.

Die Entdeckung der Spin-Netzwerke (engl. *spin network*) in der LQG war ein wichtiger Schritt für die Theorie (Rovelli & Smolin 1995). Der Begriff Spin-Netzwerk wurde jedoch bereits 1971 von dem englischen Relativisten und Mathematiker *Roger Penrose* eingeführt, mit der Absicht Mannigfaltigkeiten (in der ART sind das Raumzeiten) eher von einem kombinatorischen Standpunkt zu sehen. Bevor die Spin-Netzwerke Einzug in die LQG fanden, wurden die Loops und Multiloops (ein Zustand aus vielen Loops, die auch überlappen können) als Basiszustände für den Hilbertraum der Theorie herangezogen. Es ist wie in der Quantentheorie: einen beliebigen Quantenzustand kann man in Basiszuständen ausdrücken. Wem das noch nichts sagt: Es verhält sich so ähnlich wie mit beliebigen Zahlen, die man in Potenzen der Zahl 10 zerlegen kann: $123 = 1 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$.

Spin-Netzwerke stellen eine neue, orthonormale Basis dar.

Sie weisen gegenüber den Loop-Zuständen rechentechnische Vorteile auf. So diagonalisieren Spin-Netzwerk-Zustände den Flächen- und Volumenoperator, was sie 'mathematisch handlicher' macht.

13.25.10 quantisierte Zeit

Es wäre nun zu vereinfachend anzunehmen, dass der Raum aus kleinen Polyedern besteht. Dieser Ansatz trägt der Krümmung des Raumes nicht Rechnung. Außerdem wurde in der bisherigen Betrachtung die Zeitkoordinate vernachlässigt, die doch in der ART ein vernetztes Kontinuum mit den drei Raumrichtungen bildet. Man muss also den Spin-Netzwerken eine zeitliche Entwicklung zugestehen. Wie soll das gehen? Man muss sich das so vorstellen, dass durch diese Entwicklung Knoten im Spin-Netzwerk verschwinden, neue auftauchen, neue Verbindungen geknüpft und alte aufgelöst werden. Ein solches Gebilde heißt **Spinschaum** (engl. *spin foam*) und ist in der nächsten Abbildung unten illustriert. Durch die zeitliche Entwicklung werden die Knoten der Spin-Netzwerke zu Linien im Spinschaum, ebenso werden die Linien im Spin-Netzwerk zu Flächen im Spinschaum. In der Abbildung wird eine Zeitrichtung angegeben. Die Zeit sei jedoch auch quantisiert in den fundamentalen Einheiten der Planckzeit, also in 'Zeitpaketen' von 10^{-43} Sekunden. Damit sei die Zeit in der LQG nicht der sprichwörtliche, kontinuierliche Fluss, sondern eher vergleichbar mit dem Ticken einer Uhr:

Wie der Zeiger auf dem Ziffernblatt der Uhr mache die Zeit Sprünge!

Bei diesen 'Zeitsprüngen' ändert sich die Gestalt des Spin-Netzwerkes schlagartig, instantan. Diese Entwicklung wird sichtbar, wenn man den Spinschaum (in Abbildung 13.6 links

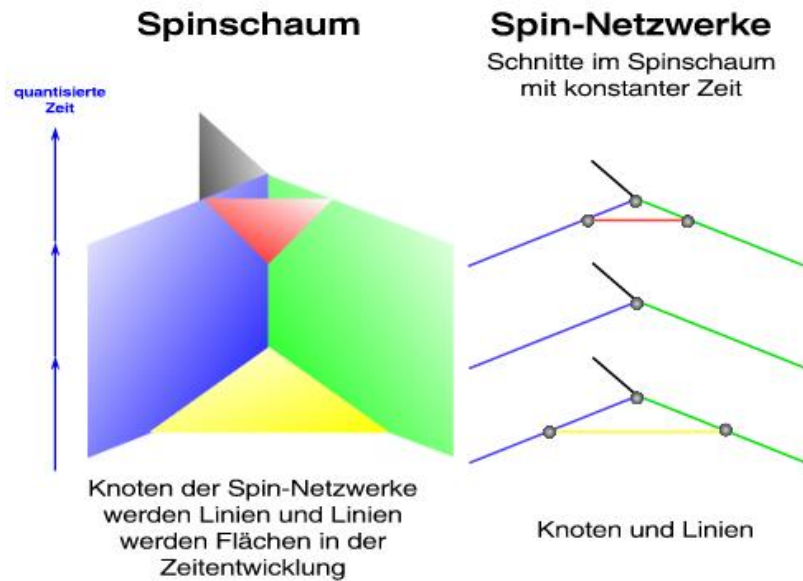


Abbildung 13.6: Spinschaum und Foliation in Spin-Netzwerken.

dargestellt) entlang der Zeitachse in Spin-Netzwerke zerlegt (in Abbildung rechts dargestellt). Mit jedem **Zeitquant** reformiert sich das Spin-Netzwerk. Oder anders gesagt: Überall dort, wo sich ein Spin-Netzwerk neu formiert, tickt einmal eine lokale Uhr!

13.25.11 Überall & nirgendwo

Das erinnert an den ADM-Formalismus (3+1 Split) der ART, wo man die vierdimensionale Raumzeit in dreidimensionale (räumliche) Hyperflächen mit jeweils konstanter Zeit auffächert. Zeitentwicklung kommt dadurch zustande, dass man sich entlang des Shift-Vektors der Raumzeit von einer zur nächsten Hyperfläche bewegt. Dieses so genannte *Slicing* (Foliation, Blätterung) ist wesensgleich mit der Zerlegung des Spinschaums in der LQG.

Die Darstellung von Spinschaum wird häufig mit den Feynman-Diagrammen der Quantenfeldtheorien verglichen. Hier ist jedoch Vorsicht geboten! Feynman-Diagramme enthalten eine Zeit und eine Raumachse, die man üblicherweise weglässt. Im Prinzip gibt es das beim Spinschaum nicht. Ein Spin-Netzwerk ist ein fixierter Quantenzustand mit bestimmtem Volumen und bestimmter Fläche. Zeit ist ein lokales Phänomen und mit einer Umordnung der Knoten- und/oder Linienstruktur des Spin-Netzwerks verbunden. Anders gesagt: In der Loop-Quantengravitation ist die Raumzeit (Newton: das Gravitationsfeld) eine Superposition (Überlagerung) von Spin-Netzwerken, so wie das elektromagnetische Feld in der Quantenelektrodynamik eine Superposition von Photonen ist. Das Erstaunliche ist nun, dass ein Spin-Netzwerk-Zustand **nicht lokalisierbar** ist, er hat also keinen definierten Ort! In diesem Sinne ist er abstrakt und **nicht** auf einer raumzeitlichen Mannigfaltigkeit definiert. Wie kommt es zu dieser seltsamen Eigenschaft?

13.25.12 Hintergrundunabhängigkeit

Letztendlich hat man diese seltsame Eigenschaft als Forderung in die Theorie hinein gesteckt. Die Eigenschaft trägt den Namen *Hintergrundunabhängigkeit* und ist die wichtigste Eigenschaft der LQG. Historisch gesehen wurde sie von der ART antizipiert und jeder kovarianten Quantengravitation impliziert. Die Geometrie der Raumzeit ist in der ART dynamisch, d. h. der Hintergrund ist nicht statisch, sondern verändert sich durch den Einfluss von sich bewegenden Massen und Energien. Ein anderer Aspekt der Hintergrundunabhängigkeit ist, dass die Wahl des Koordinatensystems frei ist. Das folgt aus dem Kovarianzprinzip, denn die Tensoren der ART sind koordinatenunabhängig. Mathematisch fasst man diese Eigenschaft mit einer Unabhängigkeit der Theorie von 'Verschiebungen' auf der Mannigfaltigkeit. Allgemein nennt man Abbildungsvorschriften in der Mathematik Morphismen. Sie sind Gegenstand der Kategorietheorie, einer Teildisziplin der Mathematik. Die Unabhängigkeit vom Hintergrund nennt man mathematisch *Diffeomorphismusinvarianz*. Der Diffeomorphismus ist eine Abbildung, die gerade die Verschiebung auf der Mannigfaltigkeit bewerkstelligt. Trotz dieser Verschiebung, darf sich aber die Physik nicht ändern; das diktiert die ART.

Abstrahiert man zwei Spin-Netzwerke als Graphen, so können sie über den Diffeomorphismus ineinander überführt werden. Die Diffeomorphismusinvarianz besagt nun, dass diese beiden Spin-Netzwerke **eich-äquivalent** sind, also die *gleiche Physik* beschreiben. Diese Äquivalenz ist wesensgleich zur Äquivalenz zweier Lösungen der Einstein-Gleichungen der ART (z. B. der Kerr-Lösung), die sich nur in der Wahl der Koordinaten unterscheiden (z. B. Boyer-Lindquist-Koordinaten gegenüber Kerr-Schild-Koordinaten): beide Lösungen beschreiben dasselbe Objekt (in diesem Beispiel ein rotierendes, ungeladenes Schwarzes Loch), also dieselbe Physik. Dies führt sogar auf die folgende Aussage:

*Das Spin-Netzwerk ist nicht **in** der Raumzeit, es **ist** die Raumzeit!.*

Allerdings 'leben' dynamische Objekte wie Teilchen des Standardmodells *auf* Spin-Netzwerken. Teilchen und Felder in Spin-Netzwerken geben den Knoten und Linien weitere Quantenzahlen. Die Veränderung der Quantenzahlen im Spin-Netzwerk entlang eines Graphen symbolisiert gerade die Bewegung des Teilchens durch die Raumzeit. 1994 wurde die Kopplung von Materie (insbesondere Fermionen) an die bis dato materiefreie LQG untersucht. Beide orthonormale Basen, Loop-Basis wie Spin-Netzwerk-Basis, dienen also als mathematische Darstellung von **hintergrundunabhängigen, physikalischen Größen** (*Diffeomorphismusinvarianten*).

Die neue Formulierung in Spin-Netzwerken brachte der LQG den alternativen Namen **Quantenspindynamik** (QSD) ein. Manchmal spricht man auch von der **Quantengeometrie**, wegen des tiefen geometrischen Aspekts, den diese Quantengravitation von der ART geerbt hat.

13.25.13 Strings vs. Loops

Die LQG wird gewöhnlich in vier Dimensionen und ohne Supersymmetrie formuliert. Sie ist zwar kompatibel mit diesen Konzepten, benötigt sie aber *a priori* nicht. Dies ist der gewichtigste Unterschied zu den Stringtheorien. Bisher gibt es keinerlei experimentelle Evidenz für zusätzliche Raumdimensionen und supersymmetrische Teilchen. Diese empirische

Beobachtung spricht deshalb besonders für die LQG bzw. Theorien ohne Extradimensionen und ohne Supersymmetrie.

Auch zielt die LQG noch **nicht** so sehr auf eine Unifikation aller vier Wechselwirkungen, die es in der Natur gibt, sondern lediglich auf eine Quantisierung der Gravitation unter strenger Berücksichtigung der erfolgreichen Konzepte der ART. In diesem Sinne ist sie vom Standpunkt des Relativisten ein 'natürlicher' Zugang zur Quantengravitation, als wenn man sich der Herausforderung von der Seite der Quantenfeldtheorien nähert. Anders gesagt: Die LQG 'will weniger', da sie nicht im Unifikationsgeist einer Theorie von Allem (engl. *Theory of Everything*, TOE) steht. Es ist aber nicht auszuschließen, dass sich Konzepte der LQG auf eine TOE anwenden lassen.

13.25.14 experimentelle Tests der LQG

Eine wichtige Eigenschaft einer Theorie ist ihre *Falsifizierbarkeit*. Die Wissenschaftstheorie besagt, dass man eine Theorie *niemals beweisen*, sondern nur widerlegen kann (Buch von *Karl R. Popper*: Logik der Forschung). Vor dem Ruhm einer Theorie steht die *Bewährung*: Die Physiker testen die Prognosen einer Theorie immer wieder in physikalischen Experimenten. Erst wenn die Theorie immer wieder übereinstimmende Resultate mit dem Experiment (in der Astronomie sind das astronomische Beobachtungen) liefert, so hat sie sich bewährt. Stringtheorien und LQG müssen sich noch bewähren. Welche Vorhersagen macht die LQG und wie kann man sie testen?

- ◊ Von prinzipiellem Interesse ist die Physik auf der Planck-Skala. Die Granulation der Raumzeit sollte hier - stimmen LQG im Speziellen und Anforderungen an eine Quantengravitation im Allgemeinen - nachweislich zu Abweichungen führen. Vielleicht gelingt ein experimenteller Aufbau zum (direkten oder indirekten) Nachweis der Volumenquanten der LQG, auch wenn die assoziierte Skala außerordentlich klein ist. Derzeit ist die klassische Planck-Skala unerreichbar mit direkten Experimenten wie z. B. mit Teilchenbeschleunigern.
- ◊ Eine theoretische Ableitung der Bekenstein-Hawking-Entropie, die sich relevant für die Thermodynamik Schwarzer Löcher zeichnet, ist auch in der LQG möglich. Die Stringtheorien erlauben eine Berechnung, die zum selben Ergebnis führt. Vom theoretischen Standpunkt ist dieses Resultat beruhigend, aber sicher keine starke Stütze der Theorie. Erschwerend kommt hinzu, dass die Bekenstein-Hawking-Entropie selbst noch nicht experimentell untermauert wurde, sondern nur in ganz verschiedenen Theorien übereinstimmend vorkommt. Das Attraktive an der LQG-Rechnung ist, dass sie eine neue, mikroskopische Interpretation der Bekenstein-Hawking-Entropie auf den Tisch bringt: diese Entropie resultiert, indem man die Anzahl der Eigenzustände des Flächenoperators (s. o. Flächenquanten) auf dem Horizont zählt.
- ◊ In der Optik sind neue Effekte zu erwarten. Während das gewöhnliche optische Vakuum *nicht-dispersiv* ist, sollte infolge der Granulation der Raumzeit, wie sie die LQG beschreibt ein dispersives Vakuum resultieren. Dispersion heißt in der Optik, dass die Vakuumlichtgeschwindigkeit (Symbol c) von der Farbe abhängt. In der klassischen Elektrodynamik kann man gerade die **Wellengleichung** der Strahlung (unquantisiert) ableiten, wie sie in die Optik eingeht. *Gambini & Pullin* haben 1998 die klassische Elektrodynamik mit den Konzepten der LQG

reformuliert und eine modifizierte Wellengeschwindigkeit abgeleitet. In einem **c-Test** könnte man nun experimentell überprüfen, ob die Lichtgeschwindigkeit auf der Skala von Minuten - wie sie vorhersagen - tatsächlich für unterschiedliche Farben abweicht. Es wurde vorgeschlagen diesen Sachverhalt mit Gamma Ray Bursts in kosmologischen Distanzen zu überprüfen. Der elektromagnetische Schauer dieser kosmischen Strahlungsausbrüche, der im GRB-Nachleuchten (engl. *afterglow*) auf allen Spektralbereichen auftritt, eignet sich hervorragend zum c-Test, weil die geringen Unterschiede in der Ausbreitungsgeschwindigkeit kumuliert werden und bei den hohen Entfernungen kosmologischer GRBs deutlich zu Tage treten sollten. Bislang gibt es keine Resultate dieses Experiments. Erste Ergebnisse erhofft man sich von der GRB-Mission **GLAST**.

13.25.15 $c \neq \text{const}$

Die nichtuniverselle Lichtgeschwindigkeit der LQG stellt Einsteins Spezielle Relativitätstheorie (SRT) in Frage! Es existieren bereits Modifizierungen der SRT, dass die Lichtgeschwindigkeit eben nur im Limit hoher Wellenlängen (kleiner Photonenenergien) gilt. Ob 'die heilige Kuh der Physiker' geschlachtet werden muss und die Lichtgeschwindigkeit doch nicht konstant ist, müssen präzise Experimente ergeben.

13.25.16 Loop-Quantengravitation und Kosmologie

Mit den Methoden der Loop-Quantengravitation lässt sich auch Kosmologie betreiben. Diese Disziplin heißt in der Literatur **Loop-Quantenkosmologie** (*Loop Quantum Cosmology*, LQC). Einige LQG-Rechnungen zeigen bereits entscheidende Konsequenzen für die Kosmologie:

- ◇ Das Universum habe laut LQG im Urknall eine **Mindestgröße**. Es gäbe nach dieser Vorstellung also **keine Urknall-Singularität**! Das Big-Bounce-Modell der Kosmologie (*Priester & Blome*, 1991) erlebt so die Wiederbelebung mit neuer Physik (*Bojowald*, AEI Golm, 2003, s. u.).
- ◇ Der kosmologische Skalenparameter der Friedmann-Weltmodelle (symbolisiert durch $a(t)$ oder $R(t)$) parametrisiert die Entwicklung des Universums in der Art eines Zeitparameters. Weil das Volumen des Universums gemäß LQG quantisiert ist, sei es auch der Skalenparameter und die (kosmologische) Zeit! Die kosmologische Entwicklung sei daher **diskret**.
- ◇ Eine besonders interessante Implikation hat die LQG auf die Inflation, einer exponentiellen Expansionsepoche im frühen Universum. In der LQG benötigt man kein hypothetisches Skalarfeld, genannt Inflaton, um die anfänglich überlichtschnelle Expansion der Inflationsära zu treiben. Die exponentielle Ausdehnung sei **allein eine Folge** der Quanteneigenschaften der Raumzeit!

13.25.17 LQG-Kollapsrechnungen

Sehr interessante Arbeiten sind in den Jahren 2005 und 2006 zum Gravitationskollaps im Rahmen der LQG erschienen (*Bojowald et al.* 2005, *Goswami et al.* 2006). Im Kern zeigen

diese vorläufigen Rechnungen, dass die **Ausbildung einer Singularität verhindert** werden kann. Wie funktioniert das?

Zunächst erinnert das Vorgehen an die ersten rein relativistischen Kollapsrechnungen in den 1930er Jahren: zur Vereinfachung nehmen die Physiker den homogenen und isotropen Fall an. Sie betrachten nun ein Skalarfeld, das in sich zusammenfallen möge. Das Skalarfeld steht dabei für eine einfache Form von Materie (wir erinnern uns, dass z. B. das Higgs-Boson, die Kaonen und die Pionen skalare Bosonen mit Spin 0 sind). Interessanterweise war es den Theoretikern möglich, die FLRW-Metrik der Kosmologie zur Beschreibung des Kollapses im Innern zu benutzen. Aber hier kommen die Loop-Effekte ins Spiel: diese Metrik wird granular. Eine Quantisierung der Raumzeit wird dann wichtig, wenn der Skalenfaktor $a(t)$ vergleichbar wird mit einem kritischen Wert a_* , der durch die LQG festgelegt wird. Für $a \gg a_*$ liegt der klassische, relativistische Fall vor, wo die granulare Raumzeit irrelevant ist. *Goswami et al.* betrachten nun den interessanten Fall $a \ll a_*$ und setzen den Hamiltonian der LQG an. Zur Erinnerung: Der Hamiltonian ist der Energieoperator der Quantentheorie, dessen Spektrum (die Eigenwerte) etwas über die diskreten, energetischen Zustände des Systems verrät.

Interessant ist nun die zeitliche Entwicklung des Skalarfelds im Kollaps. Dieser Vorgang wird durch eine Bewegungsgleichung des Skalarfelds Φ beschrieben, die in der Quantenfeldtheorie allgemein **Klein-Gordon-Gleichung** heißt. Die Diskussion der Dynamik dieses Feldes zeigt, dass der Kollaps aufgehalten werden kann und ein Radius null ('die Singularität') nicht erreicht wird. Weiterhin zeigt sich, dass die Energiedichte des Feldes nicht unendlich wird. Konsequenz: Die Quantisierung der Raumzeit verhindert die Ausbildung von Singularitäten!

Wer drückt dagegen? Wir wissen ja von anderen kompakten Objekten, dass sich irgendein Druck dem mächtigen Gravitationsdruck im Kollaps entgegenstellen muss, damit der Kollaps auf ein Schwarzes Loch aufgehalten werden kann. *Goswami et al.* untersuchten den effektiven Druck des Feldes und konnten zeigen, dass dieser im Regime $a \ll a_*$ **negativ** wird. Ein negativer Druck wirkt ja wie die Dunkle Energie in der Kosmologie antigravitativ. Der negative Druck ist sogar so stark, dass er einen **Massenverlust nach außen** antreibt.

Sehr aufregend ist der Umstand, dass diese LQG-Kollapsrechnungen im Prinzip astronomisch beobachtbar sind! Denn der Massenverlust im Kollaps sollte Variationen in der Lichtkurve des Kollapsars bewirken. Sicherlich wird dieser Nachweis nicht leicht sein, zumal beim Sternenkollaps immer auch Massenverluste auftreten und darüber hinaus die Natur komplizierter ist, als in diesem Modell angenommen wurde. So zeigen Computersimulationen von Supernovae Typ II, dass diese vorzugsweise anisotrop und inhomogen sind. Dennoch sind die Loop-Rechnungen sehr ermutigend, zeigen sie doch, dass die Natur eventuell ohne Singularitäten auskommt.

13.25.18 Der Stand der Dinge

Der aktuelle Stand ist, dass sowohl LQG als auch Stringtheorien erstaunliche und neue Konzepte für das Verständnis von Raum und Zeit bieten. Leider gibt es bisher keinerlei experimentelle Hinweise, die die eine oder andere Theorie favorisieren würden. Deshalb stellt sich die aktuelle Situation so dar, dass beide Theorien richtig (im Sinne von nicht falsifizierbar), nur eine von beiden richtig oder gar beide falsch sein könnten! Die bisherige Nichtnachweisbarkeit von Extradimensionen und Supersymmetrie lassen die LQG attraktiver erscheinen, weil sie ohne diese Konzepte auskommt.

Eine aktuelle Entwicklung zeigt sogar auf eine Verknüpfung von LQG und Stringtheorien ohne Extradimensionen und ohne Supersymmetrie (*Thiemann* 2004). Der Einfachheit halber

ist dieser Zugang zunächst beschränkt auf einen geschlossenen, bosonischen String auf flacher Minkowski-Geometrie. Die Bedeutung des **LQG-Strings** für die Physik bleibt abzuwarten.

Eine Entscheidung könnte auch die Lorentzinvarianz herbeiführen: In der ART ist diese Symmetrie erfüllt. Die moderne Forschung deutet an, dass die Lorentzinvarianz unter Umständen verletzt sein könnte. Auf der Grundlage astronomischer Beobachtungen werden die Bedingungen für Lorentzinvarianz derzeit erforscht. Vielleicht hilft dieser Sachverhalt eines Tages, um eine geeignete Quantengravitation - Stringtheorien, LQG oder etwas ganz anderes - auszuwählen bzw. aufzufinden.

Wer sich über das Für und Wider der LQG eine eigene Meinung bilden mag, dem seien die unten verlinkten, relativ verständlichen Papiere *Loop Quantum Gravity: An Outside View* von Nicolai *et al.* (2005) und *Loop Quantum Gravity: An Inside View* von Thiemann (2006) empfohlen.

Das letzte Wort hat jedoch - wie immer in der Physik - das Experiment.

13.25.19 Webtipps

- ◇ Artikel auf Einstein online: Die gebändigte Dichte von *Martin Bojowald* (AEI Golm) - sehr verständlich; über die kosmologische Rolle der LQG
- ◇ Website: Carlo Rovelli, einer der LQG-Pioniere, bietet auf seiner Homepage einige Materialien an.

13.25.20 Publikationen

- ◇ *Baez*: Spin Network States in Gauge Theory; gr-qc/9411007, 1994
- ◇ *Rovelli & Smolin*: Spin Networks and Quantum Gravity; gr-qc/9505006, 1995
- ◇ *Rovelli*: Loop Quantum Gravity; living reviews of relativity, 1997
- ◇ *Gambini & Pullin*: Non-standard Optics from quantum spacetime; gr-qc/9809038, 1998
- ◇ *Smolin*: How far are we from the quantum theory of gravity?; hep-th/0303185, 2003 (review)
- ◇ *Rovelli*: A dialog on quantum gravity; hep-th/0310077, 2003 (sehr unterhaltsam!)
- ◇ *Smolin*: Atoms of Space and Time; Scientific American, Januar 2004 (leicht verständlich)
- ◇ *Thiemann*: The LQG-String: Loop Quantum Gravity Quantization of String Theory; hep-th/0401172, 2004
- ◇ *Bojowald et al.*: A black hole mass threshold from non-singular quantum gravitational collapse; gr-qc/0503041, 2005
- ◇ *Goswami et al.*: Quantum Evaporation of a Naked Singularity; gr-qc/0506129, 2005
- ◇ *Nicolai et al.*: Loop Quantum Gravity: An Outside View; hep-th/0501114, 2005
- ◇ *Thiemann*: Loop Quantum Gravity: An Inside View; hep-th/0608210, 2006

13.26 Lorentz-Faktor

Der Lorentz- oder Γ -Faktor (Gammafaktor) ist eine der wichtigsten dimensionslosen Größen in der Relativitätstheorie. Dieser Faktor hängt ausschließlich von der Relativgeschwindigkeit v ab. Dimensionslos wird der Lorentz-Faktor dadurch, dass die Geschwindigkeit v in der natürlichen Einheit der Relativitätstheorie, der Vakuumlichtgeschwindigkeit c gemessen wird. Im Vakuum bewegt sich das Licht mit 2.99792458×10^8 m/s. Das Verhältnis von Relativ- zu Lichtgeschwindigkeit wird üblicherweise mit dem griechischen Buchstaben β bezeichnet.

Es gilt

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}},$$

mit der üblichen Vereinbarung

$$\beta = v/c.$$

13.26.1 Γ als relativistisches Maß

Der Γ -Faktor steigt sehr stark mit Erhöhung der Geschwindigkeit an. Im Grenzwert $v = c$, divergiert der Lorentz-Faktor und geht gegen unendlich! Die folgenden Diagramme 13.7, 13.8 und 13.9 zeigen die Abhängigkeit des Lorentz-Faktors von der Relativgeschwindigkeit in verschiedenen Geschwindigkeitsregimes:

- ◇ v/c zwischen 0 und 1,
- ◇ v/c größer 0.9,
- ◇ v/c größer 0.99.

Die Relativgeschwindigkeit ist ein Vektor $\mathbf{v}$ und gibt die relative, unbeschleunigte Bewegung von zwei Bezugssystemen zueinander an. So kann man beispielsweise die Geschwindigkeit eines schnellen Teilchens betrachten. Die beiden Bezugssysteme sind einmal das uns vertraute **Laborsystem**. So nennen Physiker das Bezugssystem, in dem man das sich bewegende Teilchen untersucht. Zum andern gibt es das **Ruhesystem** des Teilchens, in dem das Teilchen sich nicht bewegt; der Beobachter 'sitzt' sozusagen auf dem Teilchen. Die Relativgeschwindigkeit gibt nun an, wie sich das Ruhesystem gegenüber dem Laborsystem bewegt.

Bei einer Betrachtung in einer Raumdimension, bewegen sich beide Systeme in dieselbe Richtung, aber unterschiedlich schnell. Dann reicht es, diesen Unterschied mit der Relativgeschwindigkeit v anzugeben, die in diesem Spezialfall nur einen Betrag hat und ein *Skalar* ist. Im Allgemeinen bewegen sich Ruhesystem und Laborsystem allerdings in unterschiedliche Richtungen und der *Vektorcharakter* der Relativgeschwindigkeit muss berücksichtigt werden. In den Lorentz-Faktor geht der Betrag v dieses Vektors $\mathbf{v}$ ein, den man gemäß der Vektorrechnung nach der Formel $v^2 = |\mathbf{v}|^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$ erhält. (Hier wurde ein Kartesisches Koordinatensystem x,y,z gewählt, um die Komponenten der Geschwindigkeit anzugeben. Die Geschwindigkeit kann jedoch in einem beliebigen anderen Koordinatensystem dargestellt werden.)

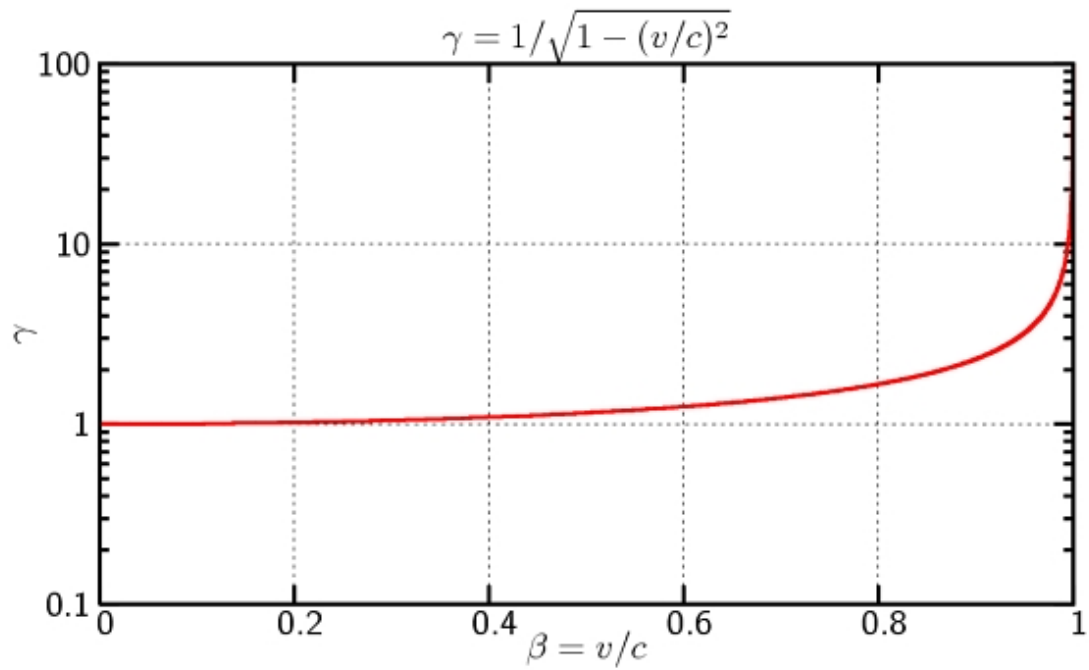


Abbildung 13.7: kleine Lorentz-Faktoren.

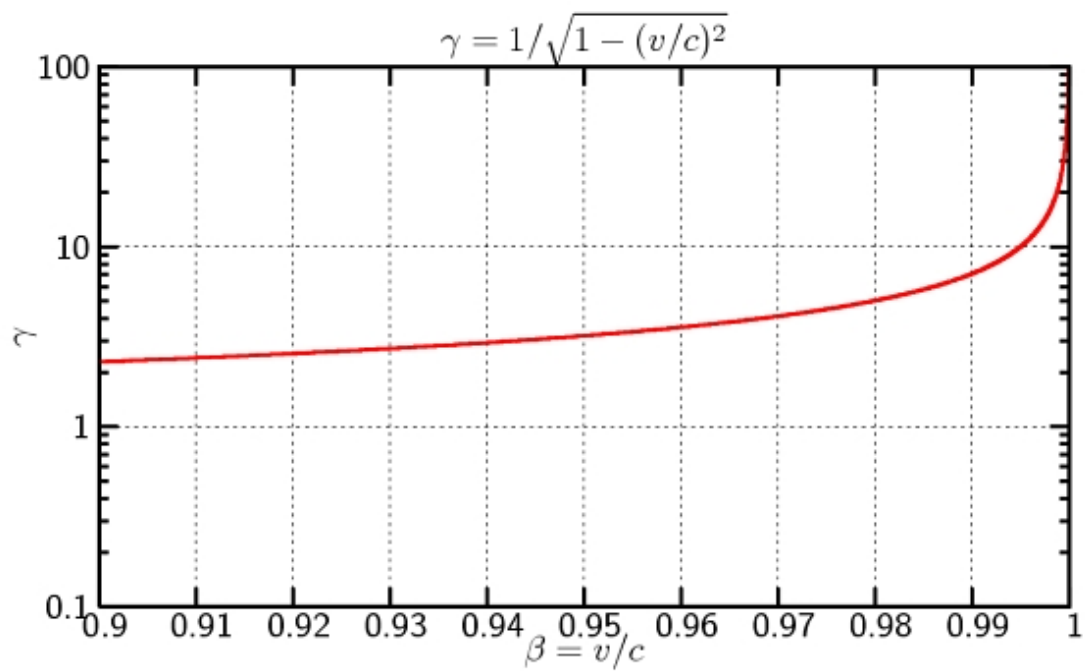


Abbildung 13.8: mittlere Lorentz-Faktoren.

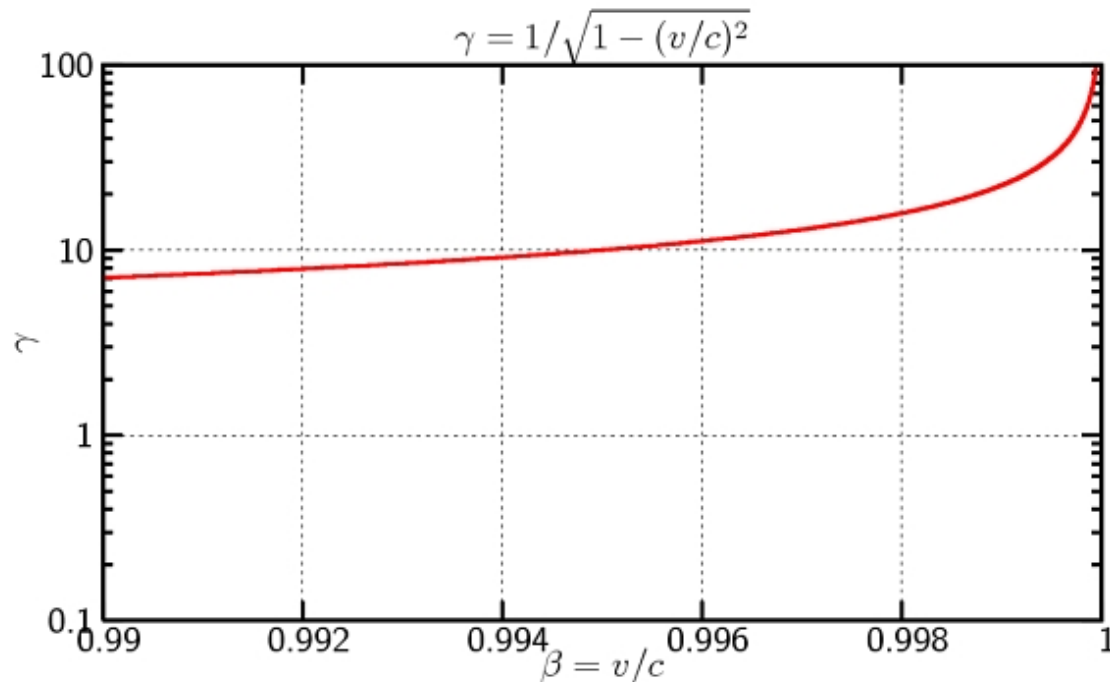


Abbildung 13.9: ultrarelativistisch.

13.26.2 Wozu benötigt man den Lorentz-Faktor?

Einerseits dient er dazu, um einzuschätzen, wie *relativistisch* eine Bewegung ist. Es geht also um die Frage, ob die Bewegung des betrachteten Objekt bereits so schnell ist - nämlich vergleichbar schnell mit der Bewegung des Lichts - dass Effekte der Speziellen Relativitätstheorie eine Rolle spielen und berücksichtigt werden müssen. Diese Effekte sind die Zeitdilatation und die Lorentz-Kontraktion (oder Längenkontraktion): Länge und Zeitablauf hängen davon ab, wie schnell sich das betrachtete Objekt bewegt!

Es hat sich folgende Bezeichnungsweise eingebürgert, die klassifiziert, *wie* relativistisch eine Bewegung ist:

- ◇ Lorentz-Faktor gleich oder vergleichbar 1: nicht-relativistisch (engl. *non-relativistic*),
- ◇ Lorentz-Faktor größer als 2: relativistisch (engl. *relativistic*),
- ◇ Lorentz-Faktor größer als 10: 'mittelrelativistisch' (engl. *mid-relativistic*),
- ◇ Lorentz-Faktor größer als 100: ultrarelativistisch (engl. *ultra-relativistic*).

13.26.3 Lorentz-Transformationen

Andererseits geht der Lorentz-Faktor wesentlich in die Lorentz-Transformationen, den so genannten **Boosts** ein. Die Lorentz-Transformation vermittelt zwischen Ruhesystem und Laborsystem. Möchte man die relativistische Bewegung eines Teilchens im einen System vergleichen mit der im anderen System, so führt man die Lorentz-Transformation aus.

Außerdem gewichtet der Γ -Faktor die relativistischen Effekte Zeitdilatation und Längenkontraktion: Je größer Γ ist, umso ausgeprägter sind relativistische Phänomene. Dabei geht die **relativistische Mechanik** stetig in die nicht-relativistische, die klassische oder **Newtonsche Mechanik** über. Die in der Physik schon viel länger bekannten Gesetze der klassischen Mechanik sind als Grenzfall in der relativistischen Mechanik enthalten. Das quantifiziert gerade der Lorentz-Faktor, weil er im Newtonschen Grenzfall sehr klein wird und gegen eins konvergiert. Das illustriert das erste Diagramm oben bei kleinen Geschwindigkeiten v .

13.26.4 Teilchenphysik: große Γ s

In der Teilchenphysik sind relativistische Effekte an der Tagesordnung: In Teilchenbeschleunigern erreichen die beschleunigten Teilchen (Elektronen, Positronen, Protonen, Atomkerne) relativistische Geschwindigkeiten. Die relativistischen Effekte müssen bei den Beschleunigungsvorgängen berücksichtigt werden, so z. B. die Lorentz-Kontraktion der Atomkerne bei einer Kollision.

13.26.5 große Γ s in der Astronomie

In der Astronomie gibt es eine Reihe sehr energetischer Prozesse, die hohe Lorentz-Faktoren involvieren. So bewegt sich in der Nähe eines Schwarzen Loches der Akkretionsfluss relativistisch schnell, ebenso die Jets, die aus der Zentralregion von Aktiven Galaktischen Kernen oder kompakten Objekten beschleunigt werden. Am Entstehungsort der Jets (dem so genannten Fußpunkt) sind typische Lorentz-Faktoren unterhalb von 10. Extreme Geschwindigkeiten wurden bei Gamma Ray Bursts beobachtet, die auf Γ -Faktoren bis 1000 schließen lassen.

Rekordhalter im Universum sind wohl die Pulsare: Die magnetisch getriebenen Pulsarwinde erreichen durch Nachbeschleunigung Lorentz-Faktoren bis 10000000! Ein prominentes Beispiel dafür, der *Crabnebel* im Sternbild *Stier*, wird im Lexikoneintrag SNR beschrieben.

13.27 Lorentzgruppe

Die **eigentlichen, orthochronen Lorentz-Transformationen** bilden eine mathematische Gruppe.

13.27.1 Gruppeneigenschaften

Generell gibt es in der Gruppenstruktur *Elemente* einer bestimmten *Menge*, die miteinander durch eine *mathematische Operation* verknüpft werden. Bei den Gruppen resultiert aus dieser Operation wieder ein Element, das zur Ausgangsmenge gehört.

Gruppen als mathematisches Gebilde genügen bestimmten mathematischen Kriterien, wie

- ◇ der Existenz eines *neutralen Elements*;
- ◇ der Existenz eines *inversen Elements* und
- ◇ der *Assoziativität*.

Ist außerdem die *Kommutativität* gegeben, also Vertauschen der Reihenfolge von Operationen führt zum gleichen Ergebnis, so nennt man die Gruppe *abelsch*.

Diesen Kriterienkatalog kann man nun auf die Lorentz-Transformationen anwenden und nachweisen, dass sie die so genannte **Lorentzgruppe** bilden:

- ◇ die *Identität* bildet die Transformationsmatrix mit verschwindender Relativgeschwindigkeit, $v = 0$. Die Lorentz-Transformationsmatrix wird dann gerade die **Einheitsmatrix** und überführt Vierervektoren in sich selbst.
- ◇ Das *inverse Element* ist gerade die inverse Transformationsmatrix, die man erhält, wenn man β durch $-\beta$ ersetzt: Die Geschwindigkeit wird invertiert.
- ◇ Ebenso lässt sich die Assoziativität der Lorentz-Transformationen auf das Assoziativgesetz bei der Matrizenmultiplikation zurückführen.

13.27.2 vier Typen von Lorentz-Transformationen

Man unterscheidet *vier Typen von Lorentz-Transformationen*:

- ◇ die eigentlichen oder orientierungserhaltenden (engl. *orientation-preserving*) Lorentz-Transformationen,
- ◇ die uneigentlichen Lorentz-Transformationen,
- ◇ die orthochronen oder zeitorientierungserhaltenden (engl. *orthochronous* or *time-preserving*) Lorentz-Transformationen
- ◇ und die nicht-orthochronen Lorentz-Transformationen.

Mathematisch wird das so symbolisiert:

$$\text{eigentliche Lorentz – Transformation : } \det \Lambda^\mu{}_\nu = +1$$

$$\text{orthochrone Lorentz – Transformation : } \Lambda^0{}_0 \geq 1$$

$$\text{eigentliche, orthochrone Lorentzgruppe : } L^\uparrow_+$$

13.27.3 weitere Lorentzgruppen

Nur die **eigentlichen, orthochronen Lorentz-Transformationen** (engl. *proper orthochronous Lorentz transformations*) bilden eine **Untergruppe** der Lorentzgruppe. Es handelt sich dabei um eine *sechsparametrige, kontinuierliche Transformationsgruppe*.

Darüber hinaus entspricht eine Hintereinanderausführung zweier Lorentztransformationen mit verschiedenen Relativgeschwindigkeiten gerade der Multiplikation von Matrizen bzw. hintereinander ausgeführten Drehungen mit verschiedenen Winkeln im Minkowski-Raum (*Distributivgesetz*).

13.27.4 Bezug zu Drehungen

Die Lorentzgruppe unterscheidet man in Spezielle und Allgemeine Lorentzgruppe und ordnet sie entsprechend der Speziellen Relativitätstheorie und der Allgemeinen Relativitätstheorie zu. In der **Gruppentheorie** stellt sich heraus, dass die Lorentzgruppe eine enge Verwandtschaft zur *Rotationsgruppe*, $SO(3)$, aufweist. Die **volle Lorentz-Transformation** setzt dann zwei beliebige Inertialsysteme zueinander in Beziehung und kann in eine Verkettung von gewöhnlicher Raumdrehung, Boosttransformation und weiterer Raumdrehung zerlegt werden.

Der physikalische und erkenntnistheoretische Gehalt der physikalischen Gruppentheorien ist sehr tiefsinnig und trägt weiter als dieser mathematische Apparat anmutet: Während das Newtonsche Gesetz invariant unter **Galilei-Transformationen** ist und mit der Struktur der **Galilei-Gruppe** in Zusammenhang steht, wurde mit der Relativitätstheorie eine neue Gruppenstruktur gefunden: die Lorentzgruppe. Die Gesetze der Relativitätstheorie sind invariant unter Lorentz-Transformationen, man sagt auch verkürzend lorentzinvariant. Dies ist eine Folge des **Relativitätsprinzips**: *Alle inertialen Beobachter sind äquivalent.* (siehe auch Äquivalenzprinzip). Daneben steht das **Kovarianzprinzip**: *Physikalische Gesetze sind **forminvariant** unter Lorentz-Transformationen.* Daraus resultiert die notwendige mathematische Beschreibung mit Tensoren, also Gebilden, die in allen Koordinatensystemen die gleiche Gestalt haben.

13.27.5 Poincarégruppe

Es gibt jedoch noch eine der Lorentzgruppe übergeordnete Gruppenstruktur, die Poincarégruppe.

13.28 Lorentzinvarianz

Das Prinzip der Lorentzinvarianz ist eine wesentliche Eigenschaft der Relativitätstheorie. Vom Begriff her meint Lorentzinvarianz, dass die Beobachter oder physikalische Größen ineinander durch Lorentz-Transformationen überführt werden können, ohne dass dabei die physikalischen Verhältnisse geändert werden. Dieses Nicht-Ändern bezeichnet man in der mathematischen Physik mit dem Begriff *Invarianz*. Letztendlich ist dies eine Symmetrieeigenschaft. Die entsprechende Symmetriegruppe dieser Transformation heißt Lorentzgruppe. Eine lorentzinvariante Größe ist in allen Bezugssystemen identisch.

13.28.1 Lorentzinvarianz in Einsteins Theorien

Lorentzinvarianz gilt in beiden Theorien, der Speziellen Relativitätstheorie (SRT), wo relativ zueinander gleichförmig geradlinig bewegte Systeme oder relativ in Ruhe befindliche Systeme betrachtet werden; aber auch in der Allgemeinen Relativitätstheorie (ART), wo die Relativbewegungen zu gleichmäßig beschleunigten bzw. frei fallenden Systemen verallgemeinert wurden. Es gibt jedoch einen gewichtigen Unterschied: Die SRT ist **global lorentzinvariant**, die ART ist nur **lokal lorentzinvariant**. Das bedeutet, dass die Lorentzinvarianz in der Minkowski-Metrik, der Raumzeit der SRT, überall gilt. Man kann von beliebigen Weltpunkten auf der Mannigfaltigkeit zu anderen mittels Lorentz-Transformation wechseln; die Größe bleibt gleich. In der ART gilt das nur noch lokal, also in einem Weltpunkt mit unmittelbarer Umgebung, weil die Raumzeit global im Allgemeinen *gekrümmt* ist. Anders

gesagt: In einer beliebig kleinen Umgebung um einen Weltpunkt in global gekrümmter Raumzeit gilt **lokale Flachheit** und Lorentzinvarianz.

13.28.2 Lorentzinvarianz mündet in Einsteins Prinzipien

Wie gesagt, messen lorentzinvariante Beobachter in einem physikalischen Experiment dieselben Größen und werden zum gleichen Versuchsergebnis kommen. Diese **Gleichberechtigung der Beobachter** mündet in das Relativitätsprinzip und weiter verallgemeinert in das Äquivalenzprinzip.

13.28.3 Gilt Lorentzinvarianz immer?

Einige Varianten der Quantengravitationstheorien sagen eine **Verletzung der Lorentzinvarianz** voraus, so z. B. die Stringtheorien. Dies konnte bisher nicht mit astronomischen Messungen, beispielsweise der elektronischen Synchrotronstrahlung im Krebsnebel, bestätigt werden. Weitere **Tests der Lorentzinvarianz** sind dennoch dringend erforderlich, um den Gültigkeitsrahmen der Relativitätstheorie auszuloten.

13.29 Lorentz-Kontraktion

Die Lorentz-Kontraktion oder eigentlich *Fitzgerald-Lorentz Kontraktion* geht zurück auf die Physiker *George Francis Fitzgerald* (1851 - 1901) und *Hendrik Antoon Lorentz* (1853 - 1928). Zusammen mit dem Mathematiker *Jules Henri Poincaré* (1854 - 1912) deuteten sie 1895 mit dieser Kontraktion von Längen sowie der Zeitdilatation das Nullresultat des Michelson-Morley-Experiments (1881/87). In diesem Experiment sollte der Weltäther nachgewiesen werden, der als Trägersubstanz der Lichtwellen postuliert wurde. Das Nullresultat bestand darin, dass sich das Licht auf allen Laufstrecken mit gleicher konstanter Geschwindigkeit ausbreitete. Fitzgerald, Lorentz und Poincaré hielten dennoch am Weltäther fest und postulierten ad hoc die Längenkontraktion und die Zeitdilatation, die die Messgeräte entsprechend beeinflussen mögen, so dass das Nullresultat zustande kommt. Die Lorentz-Transformation stellte gerade die Mathematik, um diese Mechanismen zu beschreiben.

13.29.1 Weg mit dem Äther!

Albert Einstein schlug vor, gänzlich auf den Weltäther zu verzichten. Seine Spezielle Relativitätstheorie (SRT) postuliert nur die Konstanz der Lichtgeschwindigkeit und das Relativitätsprinzip. Auf diese Weise lässt sich das Nullresultat sehr elegant erklären. Die Lorentz-Transformation stellte sich als richtig heraus, nicht hingegen die damit verbundene ursprüngliche Interpretation von Fitzgerald, Lorentz und Poincaré. Erst Einstein gelang es, eine neue, revolutionäre Sichtweise von Raum und Zeit zu etablieren.

13.29.2 Ein relativistischer Effekt

In der Relativitätstheorie beschreibt die Lorentz- oder Längenkontraktion einen relativistischen Effekt, wo ein relativistisch bewegter Körper eine Längenverkürzung in Bewegungsrichtung erfährt und zwar gerade um den Lorentz-Faktor oder Γ -Faktor $1/\sqrt{1 - (v/c)^2}$. Mathematisch geht dies auf die Eigenschaften der Speziellen Lorentz-Transformation zurück, die gerade zwischen zwei verschiedenen Inertialsystemen

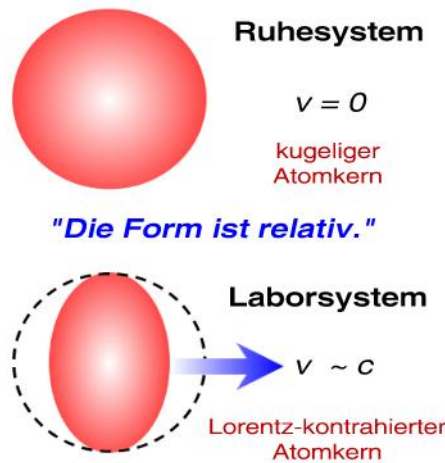


Abbildung 13.10: Lorentz-Kontraktion von Atomkernen.

vermittelt. Geschwindigkeiten in der Relativitätstheorie misst man meist in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit c . Daher bietet sich die dimensionslose Größe v/c an, die man üblicherweise mit β abkürzt.

13.29.3 Keine Science-Fiction!

Die Lorentz-Kontraktion wurde auch experimentell nachgewiesen. So werden in Teilchenbeschleunigern im Ruhesystem kugelförmig erscheinende schwere Ionen, die aus vielen Nukleonen bestehen, in Bewegungsrichtung gestaucht (siehe Abbildung 13.10: Gegenüberstellung von mitbewegten und statischen Beobachtersystemen). Die lorentz-kontrahierten, schweren Ionen haben deshalb im Laborsystem eine abgeflachte Gestalt und ähneln eher einem Pfannkuchen als einer Kugel. Es ist sehr beeindruckend, dass Einstein diesen Sachverhalt bereits in seinem Wunderjahr 1905 im legendären Papier *Zur Elektrodynamik bewegter Körper* berechnete! Freilich war dort nicht die Rede von lorentz-kontrahierten Atomkernen, doch führte er die Rechnung explizit vor (Kap. 4), wie eine Kugel zu einem Rotationsellipsoid via Lorentz-Boost deformiert wird.

13.29.4 2. relativistischer Effekt: Zeitdilatation

Der mit der Lorentz-Kontraktion verwandte relativistische Effekt heißt Zeitdilatation und wirkt sich allerdings auf Zeitintervalle aus.

13.30 Lorentz-Transformation

Die Lorentz-Transformation ist eine mathematische Operation, die zwischen gegeneinander gleichförmig geradlinig bewegten Bezugssystemen (Spezielle Relativitätstheorie, SRT) oder gegeneinander frei fallenden (beschleunigten) Bezugssystemen (Allgemeine Relativitätstheorie) vermittelt. Sie hat die klassische *Galilei-Transformation* abgelöst, in der die Zeittransformation eine Identität war, $t = t'$, und somit den Begriff einer

absoluten Zeit erlaubte. In der Relativitätstheorie hat die Zeit einen **relativen Charakter**, was sehr gut aus den Gleichungen der Lorentz-Transformation zu ersehen ist.

13.30.1 Mathematisch formuliert

Mathematisch gesehen ist die Lorentz-Transformation eine *lineare, homogene Transformation*, die bezogen auf zu transformierenden Vierervektoren der Relativitätstheorie durch eine 4×4 -Matrix (meist mit Λ bezeichnet) dargestellt werden kann:

$$x^\mu \rightarrow x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu x^\nu. \quad (13.1)$$

Die Lorentz-Transformation ist ein Spezialfall der Poincaré-Transformation. Letztere bezieht ebenfalls *Translationen* mit ein und ist damit eine lineare, **inhomogene** Transformation. Beide Transformationstypen bilden mathematische Gruppen: die Lorentzgruppe bzw. die Poincarégruppe.

13.30.2 Der Pionier

Die Bezeichnung *Lorentz-Transformation* ist mit dem niederländischen Physiker *Hendrik Antoon Lorentz* (1853 - 1928) verbunden, der grundlegende Arbeiten auf dem Gebiet der Relativitätstheorie leistete und - wie *Albert Einstein* - den negativen Ausgang des *Michelson-Morley-Versuchs* zur Messung eines *Weltäthers* aufgriff. Mit ihm sind bis heute die Begriffe Lorentz-Kontraktion, Lorentz-Faktor und Lorentzgruppe verknüpft.

13.30.3 absolute Lichtgeschwindigkeit

Die natürliche und einzige Einheit der Speziellen Relativitätstheorie ist die **Vakuumlichtgeschwindigkeit** c . Sie ist *unveränderlich in jedem Bezugssystem* und in diesem Sinne *absolut* wie in der SRT postuliert wird (Nicht *alles* ist relativ in der Relativitätstheorie!). Es bietet sich daher an, Geschwindigkeiten in Einheiten der Lichtgeschwindigkeit zu messen. Dies legt die dimensionslose Größe v/c (meist als β bezeichnet) fest.

In der Ableitung des Lorentz-Transformationsgesetzes taucht der so genannte Lorentz-Faktor (γ auf

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}.$$

Dieser Faktor, der von der Relativgeschwindigkeit v zweier gegeneinander bewegter Bezugssysteme abhängt, ist immer zu beachten, wenn man von einem Bezugssystem ins andere wechselt. Er ist von immenser Wichtigkeit für die gesamte Relativitätstheorie und ist derjenige Faktor, der die Längen- oder Lorentz-Kontraktion und die Zeitdilatation ausmacht. Mathematisch kann man die Lorentz-Transformation durch ein Matrix-Vektor-Produkt schreiben (Gleichung 13.1 oben). Die Vektoren $\mathbf{x}$ sind **Vierervektoren** mit einer zeitlichen Komponente und drei räumlichen Komponenten. Entsprechend ist die **Transformationsmatrix**, die gerade die Lorentz-Transformation vermittelt, eine 4×4 -Matrix, hat also 16 Einträge. Die Transformationsmatrix für eine Lorentz-Transformation in

x -Richtung, einem so genannten x *Boost*, lautet:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Damit werden die Transformationen von alter, ungestrichener Koordinate in neue, gestrichene – die Lorentz-transformierte – Koordinate explizit:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \\ y' &= y \\ z' &= z. \end{aligned}$$

Anschaulich ist die *Spezielle Lorentz-Transformation* eine Drehung im Minkowski-Raum. Die Lorentzgruppe ist verwandt mit der Drehgruppe und enthält die Rotationen im Raum. Ein *Boost* ist im Prinzip auch eine Drehung, in der allerdings Raum und Zeit ineinander überführt werden (das wird klar beim Betrachten der expliziten Transformationsgesetze unten). Deshalb nennt man die *Boosts* auch *Pseudo-Rotationen*. Die *Allgemeine Lorentz-Transformation* entspricht hingegen einer Speziellen Lorentz-Transformation verkettet mit einer Raumdrehung.

Anschaulich bedeutet dies, dass die **Relativgeschwindigkeit** v zwischen ungestrichenem (*Ruhesystem*) und gestrichenem System (*relativ bewegtes System*) parallel zur x -Richtung ist. Wie die nächste Abbildung rechts zeigt, bleiben die y - und z -Komponente des Orts-Vierervektors unverändert (*invariant*), während sich die Raumkomponente in Boost-Richtung (nämlich x) und die zeitliche Komponente t verändern, wenn man in ein anderes Bezugssystem wechselt! Diese Eigenschaft belegt die enge Verknüpfung von Raum und Zeit zur Raumzeit bzw. dem **Raum-Zeit-Kontinuum**. Nachrechnen kann man die vier komponentenweise notierten Transformationsgesetze schnell durch Berechnung des Matrix-Vektor-Produkts aus der Transformationsmatrix oben und einem Orts-Vierervektor $\mathbf{x} = (x_0, x_1, x_2, x_3)^T = (ct, x, y, z)^T$ (Bemerkung: T steht für den transponierten Vektor, denn: Matrix $\times$ Spaltenvektor = Spaltenvektor.).

13.30.4 Weitere Anmerkung

Es gibt auch Schreibweisen der Lorentz-Transformation, bei denen die *imaginäre Einheit* $\mathbf{i} = (-1)^{1/2}$ verwendet wird. Diese Zugänge sind zwar mathematisch äquivalent, jedoch veraltet. Ein Gebrauch von $\mathbf{i}$ ist aus pädagogischen Gründen nicht zu empfehlen, weil es vor allem Einsteiger in der Relativitätstheorie verwirrt.

13.30.5 Eigenschaften der Lorentz-Transformation

- ◇ Es ist eine **lineare Transformation**. Durch diese Eigenschaft bleibt physikalisch gesprochen der Typus der Bewegung (gleichförmig bzw. frei fallend) erhalten.

- ◇ Die **Determinante** der Transformationsmatrix ist 1 (siehe kurze Rechnung unten).
- ◇ Für den **Limes kleiner Geschwindigkeiten** gegenüber der Vakuumlichtgeschwindigkeit c geht die Lorentz-Transformation in die klassische Galilei-Transformation über.
- ◇ Die **inverse Lorentz-Transformation** erhält man durch Ersetzen von v/c (beta) in der Transformationsmatrix durch $-v/c$. Physikalisch interpretiert wird dabei einfach die Bewegungsrichtung umgekehrt.

$$\det \Lambda = \gamma^2 - \beta^2 \gamma^2 = \frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} = 1$$

13.30.6 Lorentz-Invarianten

Lorentz-Invarianten ändern sich nicht bei einer Lorentz-Transformation, d. h. sie sind in allen Bezugssystemen gleich! So ist die *Länge eines Weltvektors* eine Lorentz-Invariante, weil Weltvektoren unter Lorentz-Transformationen nur im Minkowski-Raum gedreht werden. Dies enthüllt den engen Zusammenhang von **Rotationsgruppen** und der **Speziellen Lorentzgruppe**.

13.30.7 Additionstheorem für Geschwindigkeiten

Das *Additionstheorem für (Relativ-)Geschwindigkeiten* lässt sich leicht durch eine Verkettung von Lorentz-Transformationen nachweisen. An diesem Gesetz

$$\beta = \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 + \beta_1 \beta_2}$$

sieht man leicht, dass das Licht einer bewegten Lichtquelle sich **nicht** etwa mit Lichtgeschwindigkeit plus Geschwindigkeit der Lichtquelle bewegt, sondern - wie im Postulat Einsteins gefordert - die **Lichtgeschwindigkeit konstant** bleibt. Dieses Additionstheorem geht für kleine Geschwindigkeiten (v viel kleiner als c) in das wohl vertraute Gesetz für Geschwindigkeiten über, wonach ein Geschoss, das von einer bewegten Quelle stammt, auch die Geschwindigkeit der Quelle hinzuaddiert bekommt.

13.30.8 Spinoren

Eine verallgemeinerte Mathematik der Lorentz-Transformation in der Allgemeinen Relativitätstheorie bietet die **Spinor-Algebra**.

13.31 Lundquist-Zahl

Eine der **charakteristischen Zahlen** der Magnetohydrodynamik, die man nutzt, um das System oder eine entsprechende Simulation zu beschreiben.

Man unterscheidet die **viskose** S_v und die **resistive Lundquist-Zahl** S_r : Erstere ist das Produkt aus einer charakteristischen Dichte, einer charakteristischen Länge des Systems sowie der Alfvén-Geschwindigkeit, geteilt durch die **Viskosität**.

Die resistive Lundquist-Zahl ist dagegen das Produkt aus einer charakteristischen Länge des Systems sowie der Alfvén-Geschwindigkeit, geteilt durch die **magnetische Resistivität**.

13.32 Luxon

Dies ist der Oberbegriff für Teilchen, deren Geschwindigkeit im Vakuum gerade der Lichtgeschwindigkeit c entspricht. Dazu gehören natürlich die **Photonen** selbst, aber auch die Gluonen, die hypothetischen, Gravitonen und Gravitationswellen. Bei den Neutrinos konnte man in den Superkamiokande-Messungen in Japan nachweisen, dass sie eine endliche Masse haben. Deshalb können sie zwar der Lichtgeschwindigkeit sehr nahe kommen, sie aber nie exakt erreichen. Ähnlich ist es bei den Elektronen (Ruhemasse 510.9989 keV).

Ebenfalls relativ zur Lichtgeschwindigkeit sind die Tardyonen (v kleiner c) und Tachyonen (v größer c) definiert.

Kontakt

Dr. Andreas Müller

Technische Universität München (TUM)
Exzellenzcluster Universe
Boltzmannstraße 2
D-85748 Garching
Germany

<http://www.universe-cluster.de>

andreas.mueller@universe-cluster.de

+49 (0)89 - 35831 - 71 - 04