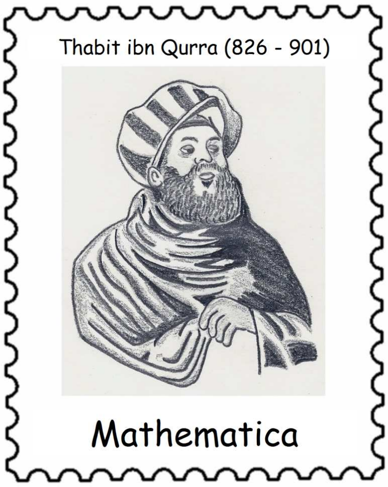
Juni 2012

Vor über 1100 Jahren lebte **THABIT IBN QURRA** (836 – 901)



Zeichnung © Andreas Strick 2012

Um 825 gründete der Abbasiden-Herrscher AL-MA'MUN (ein Sohn HARUN AL-RASCHIDS) in Bagdad das *Haus der Weisheit*, um alle verfügbaren wissenschaftlichen Schriften zu sammeln – wie einst in der Bibliothek in Alexandria. Werke, die in fremden Sprachen verfasst waren, sollten in die arabische Sprache übersetzt werden. Dass dort ein solches Zentrum entstand, war kein Zufall: Über Samarkand war die chinesische Erfindung der Papierherstellung in den islamischen Ländern bekannt geworden; 795 wurde die erste Papiermühle in Bagdad gebaut. Der Kalif ließ im gesamten Reich nach den Schriften der Antike forschen; auch schickte er Gesandtschaften zu den Herrschern benachbarter Reiche, z. B. nach Byzanz, um so zumindest an die Abschriften bedeutender Bücher zu gelangen. Die wohlhabenden Brüder ABU JAFAR MUHAMMED, AHMED und AL-HASAN IBN MUSA IBN SHAKIR beteiligten sich sowohl an der Suche nach unbekannten Schriften als auch an den Übersetzungen.

Auf einer seiner Reisen trifft MUHAMMED in Harran (Mesopotamien) auf den sprachgewandten Geldwechsler AL-SABI THABIT IBN QURRA AL-HARRANI, der neben seiner Muttersprache, dem Syrischen (eine aus dem Aramäischen entstandene Sprache), fließend arabisch und griechisch spricht. Wie der Namensteil AL-SABI besagt, gehört THABIT der vom Islam tolerierten Religionsgemeinschaft der Sabier an, welche den Mond, die Planeten und die Sterne als Gottheiten verehrten.

Da etliche der aufgefundenen Schriften nicht mehr im griechischen Original erhalten sind, aber noch in syrischer Sprache existieren (übersetzt durch gelehrte Nestorianer, Mitglieder der Assyrischen Kirche des Ostens), erscheint THABIT als Mitarbeiter besonders gut geeignet zu sein; und so überredet MUHAMMED IBN MUSA ihn, mit nach Bagdad zu kommen.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	

Die Arbeit an den wissenschaftlichen Texten ist keine einfache Tätigkeit; man kann sich nicht sicher sein, wie zuverlässig die Person war, die irgendwann einmal die Abschrift erstellt hat, aber genauso wenig, wie authentisch die Schrift ist, von der diese Abschrift erfolgte. Wenn einem Übersetzer mehrere Abschriften derselben Abhandlung vorliegen, dann muss er die Darstellungen vergleichen und bei Abweichungen herausfinden, welche Fassung wohl die ursprüngliche ist. Es scheint so, dass Thabit ibn Qurra die in ihn gesetzten Hoffnungen mehr als erfüllt hat; die Banu Musa-Brüder verstehen es aber auch darüber hinaus, sein Interesse für Mathematik zu wecken, und er erweist sich als gelehriger, hochbegabter Schüler. Heute gilt Thabit ibn Qurra als der bedeutendste Mathematiker des 9. Jahrhunderts.

Zunächst übersetzt Thabit die *Elemente* des Euklid sowie einige Schriften des Archimedes: *Über Kugel und Zylinder*, *Kreismessung*, *Über die Teilung des Kreises in sieben gleiche Teile*, *Die Lemmata*. Die ersten vier der damals noch existierenden sieben Bücher der *Konika* des Apollonius werden von Ahmed ibn Musa übersetzt, die drei weiteren dann von Thabit. Aber er begnügt sich nicht mit der Übersetzung der antiken Werke; seine kritische Analyse führt zu neuen mathematischen Erkenntnissen. Insgesamt verfasst er mehr als 70 eigene Werke über verschiedene Themen der Mathematik, aber auch über Astronomie und Astrologie, Physik und Musik, Philosophie und Medizin. Er ist auch als Arzt und Astronom (Astrologe) erfolgreich tätig. Sein Sohn Sinan ibn Thabit und sein Enkel Ibrahim ibn Sinan ibn Thabit führen das Erbe des Vaters und Großvaters als angesehene Gelehrte fort.

Viele seiner Übersetzungen und Werke werden im 12. Jahrhundert in Toledo, dem Zentrum der islamischen Wissenschaft in Europa, u. a. durch Gerhard von Cremona, ins Lateinische übersetzt, darunter Thabit's erweiterte Abhandlung der Mechanik des Archimedes – und so schließt sich der Kreis: Die Schriften der Antike kehren zurück ins Bewusstsein der neu erwachenden europäischen Wissenschaft.

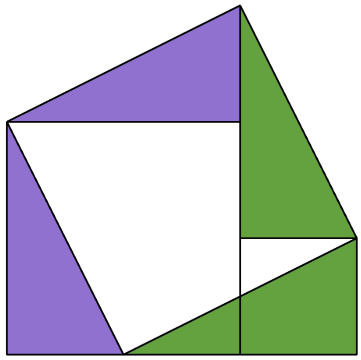
In den *Elementen* unterscheidet Euklid *abundante*, *defiziente* und *vollkommene* natürliche Zahlen; das sind Zahlen, bei denen die Summe σ der echten Teiler größer bzw. kleiner ist als die betrachtete natürliche Zahl selbst bzw. gleich dieser natürlichen Zahl. Beispielsweise ist die Zahl 12 abundant (denn $\sigma(12) = 1+2+3+4+6 > 12$), die Zahl 10 defizient (denn $\sigma(10) = 1+2+5 < 10$) und die Zahl 28 vollkommen (denn $\sigma(28) = 1+2+4+7+14 = 28$). Bereits Pythagoras kennt (mindestens) ein Paar (a, b) mit $\sigma(a) = b$ und $\sigma(b) = a$, nämlich (220; 284) - solche Zahlen heißen *befreundete* Zahlen.

Thabit beweist den Satz: Sind die natürlichen Zahlen $p_1 = 3 \cdot 2^{n-1} - 1$, $p_2 = 3 \cdot 2^n - 1$ und $p_3 = 9 \cdot 2^{2n-1} - 1$ Primzahlen, dann sind $a = p_1 \cdot p_2 \cdot 2^n$ und $b = p_3 \cdot 2^n$ befreundete Zahlen. Allerdings liefert die Thabit-Regel nicht für alle $n \in \mathbb{N}$ ein solches Paar.

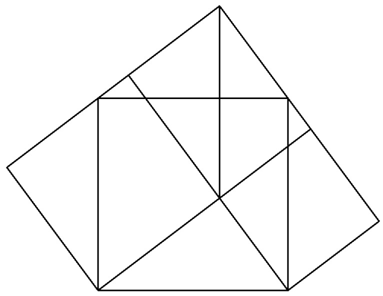
Für $n = 2$ ergibt sich $p_1 = 5$, $p_2 = 11$ und $p_3 = 71$ und damit $a = 220$ und $b = 284$. Für $n = 3$, 5 und 6 ist eine der Zahlen p_1, p_2, p_3 keine Primzahl; die Voraussetzungen des Satzes sind also nicht erfüllt. Für $n = 4$ erhält man $p_1 = 23$, $p_2 = 47$ und $p_3 = 1151$ und damit $a = 17296$ und $b = 18416$, und für $n = 7$ ist $p_1 = 191$, $p_2 = 383$ und $p_3 = 73727$, also $a = 9363584$ und $b = 9437056$. Ob Thabit die in Frage kommenden Paare untersucht hat, ist nicht bekannt. Ibn al Banna erwähnt im 14. Jahrhundert das Paar (17296; 18416), das 1636 vom 19-jährigen Pierre de Fermat wieder entdeckt wird.

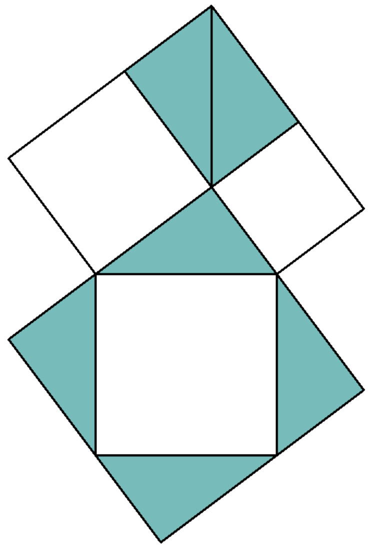
Von Thabit stammen auch drei (neue) Beweise des Satzes von Pythagoras. Die Genialität des 2. Beweises erschließt sich insbesondere, wenn man einen Teil der Figur spiegelt.

1. Beweis:

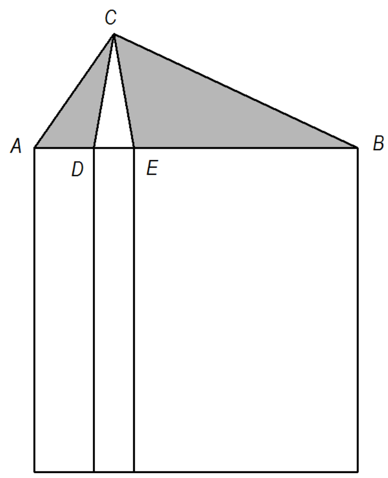


2. Beweis:





Der 3. Beweis (vgl. Abbildung rechts) beschäftigt sich mit der Verallgemeinerung des Pythagoreischen Lehrsatzes: In einem Dreieck ABC sind die Punkte D und E auf AB so eingetragen, dass die Dreiecke ABC, ACD und CBE zueinander ähnlich sind. Daher gilt: $|AC|:|AB| = |AD|:|AC|$, also $|AC|^2 = |AB|\cdot|AD|$, und $|BC|:|AB| = |EB|:|BC|$, also $|BC|^2 = |AB|\cdot|EB|$. Somit folgt: $|AC|^2+|BC|^2 = |AB| \cdot (|AD| + |EB|)$.

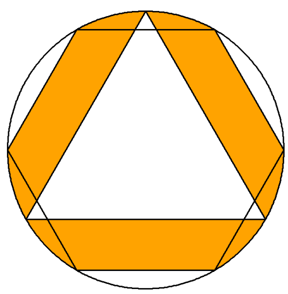


Ist der Winkel bei C ein rechter, dann fallen die Punkte D und E zusammen, und es folgt $|AC|^2+|BC|^2 = |AB|^2$. Ist der Winkel bei C stumpf, dann muss das Quadrat über der Seite AB um das Rechteck der Breite DE verkleinert werden, damit es flächengleich zur Summe der Quadrate über den kürzeren Seiten ist: $|AC|^2+|BC|^2 = |AB|^2 - |AB|\cdot|DE|$. Im Falle eines spitzwinkligen Dreiecks ergibt sich entsprechend, dass das Quadrat über der Seite AB vergrößert werden muss.

Kritisch setzt er sich mit Euklid's Parallelenpostulat auseinander und versucht, es zu beweisen (mit ähnlichen Ideen wie Giovanni Girolamo Saccheri um das Jahr 1700).

Im Vorwort zu *Über Kugel und Zylinder* erwähnt Archimedes, dass er eine Methode entwickelt habe, den Flächeninhalt eines Parabelsegments zu bestimmen. Eine Schrift mit diesem Inhalt ist aber den islamischen Gelehrten bis dahin nicht bekannt. Thabit erschließt die verloren gegangenen „Integrations"-Methoden des Archimedes neu und erweitert sie im Prinzip für beliebige Potenzfunktionen x^n, $n \in \mathbb{N}$. Für gebrochene Exponenten wählt er eine *Exhaustion* mit nicht äquidistanter Zerlegung.

Er bestimmt die Volumina von Rotationskörpern, insbesondere die von Kuppelbauten. Für die Volumenberechnung von Zylinder, Kegel und Kegelstumpf entdeckt er eine gemeinsame Vorschrift: $V = \frac{1}{3}\cdot h\cdot\left(A_1 + A_2 + \sqrt{A_1\cdot A_2}\right)$, wobei A_1 für den Flächeninhalt der Grundfläche und A_2 für den der Deckfläche des Körpers steht (beim Kegel ist $A_2 = 0$).



In Büchern zur Unterhaltungsmathematik findet man gelegentlich das von Thabit stammende Problem (links) mit überraschendem Ergebnis: Welcher Anteil der Kreisfläche ist gefärbt?