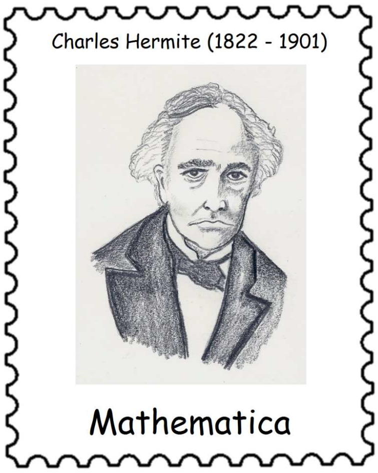
Dezember 2012

Vor 190 Jahren geboren **CHARLES HERMITE** (24.12.1822 – 14.01.1901)

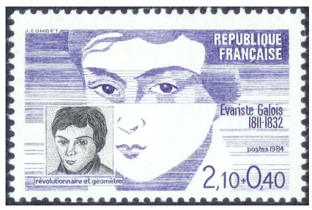


Zeichnung © Andreas Strick 2012

Bereits mit 33 Jahren wurde er als Mitglied in die *Académie des Sciences* aufgenommen, und 1873 gelang ihm der Beweis eines Satzes, der ihm weltweite Anerkennung brachte; dennoch teilt der Franzose CHARLES HERMITE das Schicksal zahlreicher berühmter Mathematiker, deren Lebenswerk von der Öffentlichkeit nicht zur Kenntnis genommen wurde.

In der Mitte des 19. Jahrhunderts beschäftigten sich eine Reihe von Mathematikern mit den Eigenschaften von Zahlen. Vergleichbar mit der Entdeckung der Irrationalität von $\sqrt{2}$ bzw. $\sqrt{5}$ im 5. Jahrhundert v. Chr. durch HIPPASOS VON METAPONT, einem Mathematiker aus der Schule der Pythagoreer, hatte JOSEPH LIOUVILLE im Jahr 1844 den Nachweis erbracht, dass es unterschiedliche Typen von irrationalen Zahlen gibt: *algebraische* und *transzendente* Zahlen. Diejenigen Zahlen, die als Nullstellen von Polynomen (mit ganzzahligen Koeffizienten) auftreten können, werden als *algebraisch* bezeichnet.

Lösungen von linearen Gleichungen $ax + b = 0$ mit $a, b \in \mathbb{Z}$ sind stets *rational*, die von quadratischen Gleichungen $ax^2 + bx + c = 0$ mit $a, b, c \in \mathbb{Z}$ können *irrational* sein.



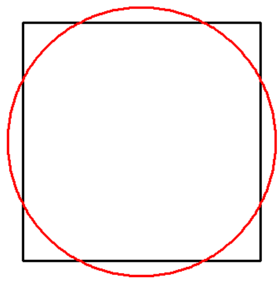
CARDANO zeigte 1545, dass sich die Lösungen von Gleichungen 3. und 4. Grades durch *Radikale* darstellen lassen (d. h. mithilfe von Wurzeltermen). ABEL und GALOIS bewiesen 1824 bzw. 1830, dass es für die Nullstellen von Polynomen höheren als 4. Grades keine allgemein anwendbare Lösungsformel gibt (die Lösungen sind dann also nicht immer durch Radikale darstellbar).

LIOUVILLE gab Beispiele für transzendente Zahlen an, darunter die Zahl $\tau = 0{,}1\,1\,0001\,000000000000000001\,000\ldots$, bei der an jeder k!-ten Dezimalstelle eine Eins steht (also an der 1., 2., 6., 24., … Stelle) und die ansonsten lauter Nullen enthält.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
					1	2
3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23
24	25	26	27	28	29	30
31						

EULER hatte 1737 bewiesen, dass die Zahl $e = \frac{1}{0!} + \frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} + \ldots$ eine irrationale Zahl ist und 1748 die Vermutung geäußert, dass alle Zahlen des Typs $a^{\sqrt{b}}$ mit $a \in \mathbb{Q}$, $b \in \mathbb{N}$, wie beispielsweise $2^{\sqrt{2}}$, *nicht mehr irrational sind* (wie er es ausdrückte), aber der Beweis hierfür gelang erst in den 1930er Jahren durch KUZMIN, GELFOND und SCHNEIDER, die auf das 1900 gestellte *Siebte HILBERT'sche Jahrhundert-Problem* eine positive Antwort geben konnten: Wenn α algebraisch ist ($\alpha \neq 0$, $\alpha \neq 1$) und β irrational, dann ist die Potenz α^{β} immer transzendent.

LIOUVILLE gelingt es sogar noch zu beweisen, dass die EULER'sche Zahl e nicht Lösung einer *quadratischen* Gleichung sein kann; aber dies ist nur ein vergleichsweise kleiner Schritt im Hinblick auf den Nachweis, dass e eine *transzendente* Zahl ist, also dass *es keine* Polynomialgleichung irgendeines Grades gibt, für das e eine Lösung ist.



1873 ist dann CHARLES HERMITE so weit: Er führt einen (nicht elementar darstellbaren) Beweis in einer 30 Seiten umfassenden Abhandlung aus. Gerade einmal neun Jahre später wendet FERDINAND VON LINDEMANN die HERMITE'sche Beweisstrategie an, um den Nachweis zu führen, dass auch die Kreiszahl π eine transzendente Zahl ist. Damit stellt sich das Jahrtausende alte Problem der *Quadratur des Kreises* (Konstruierbarkeit eines zu einem Kreis flächengleichen Quadrats mit Zirkel und Lineal) endgültig als nicht durchführbar heraus, denn Konstruktionen mit Zirkel und Lineal führen nur zu speziellen algebraischen Zahlen. Als LINDEMANN der Nachweis der Transzendenz der Zahl π gelingt, verblasst der Stern HERMITEs, was diesen jedoch nicht stört.

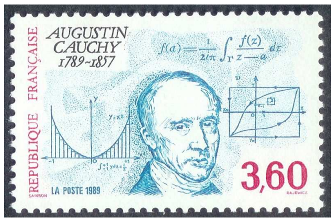
CHARLES HERMITEs Vater arbeitet als Ingenieur in den Salzminen Lothringens; nach seiner Heirat steigt er in den Textilhandel der Schwiegereltern ein. Der mehr an Kunst als am Handelsgewerbe interessierte Vater eröffnet dann ein Geschäft in Nancy, um so am kulturellen Leben einer (Provinz-) Hauptstadt teilnehmen zu können. CHARLES ist das sechste seiner sieben Kinder; er ist von Geburt an durch eine Missbildung des rechten Fußes gehbehindert. Er besucht zunächst ein Collège in Nancy, wechselt dann nach Paris, wo er in den Jahren 1840/41 am *Lycée Louis-le-Grand* Mathematikunterricht bei jenem LOUIS RICHARD erhält, der bereits EVARISTE GALOIS unterrichtete. Wie sein Vorgänger GALOIS interessiert sich auch HERMITE weniger für den Unterrichtsstoff als für die Schriften von EULER, GAUSS und LAGRANGE, die er in seiner Freizeit liest. Noch während der Zeit als Schüler reicht er zwei Beiträge bei der neu gegründeten Zeitschrift *Nouvelles Annales des Mathématiques* ein, darunter eine Stellungnahme zu einer Abhandlung von LAGRANGE zur Lösbarkeit von Gleichungen 5. Grades – allerdings in Unkenntnis der GALOIS'schen Beiträge zu diesem Thema (offensichtlich haben auch die Herausgeber der Zeitschrift die Schriften von GALOIS noch nicht zur Kenntnis genommen).

Wie GALOIS will er an der *École Polytechnique* studieren, aber anders als dieser besteht er die Prüfung, wenn auch mit eher schlechten Ergebnissen. Nach einem Jahr an der *École Polytechnique*, deren Hauptaufgabe es ist, den militärischen Nachwuchs auszubilden, wird ihm der weitere Besuch verwehrt - mit der Begründung, dass er ja wegen seiner Körperbehinderung für den Militärdienst nicht geeignet sei.

Zwar wird der Entlassungsbescheid nach Protesten einiger Fürsprecher wieder aufgehoben, aber Hermite verlässt gekränkt diese Einrichtung, um das restliche Studium an einer anderen Hochschule zu absolvieren.

Mit Jacobi korrespondiert er über einen speziellen Typ von Differenzialgleichungen, für die er ein Lösungsverfahren gefunden hat; dabei verwendet er Methoden von Fourier, die noch keine allgemeine Anerkennung gefunden haben. Dieser äußert sich begeistert über die Ideen, die Hermite zur Behandlung von elliptischen Funktionen einbringt; ausdrücklich erwähnt er dessen Verdienste in seinen gesammelten Werken. Auch mit Joseph Bertrand, zu dieser Zeit noch als Lehrer an der *École Polytechnique* tätig, freundet er sich an; später heiratet er dessen Schwester.

1847 schließt er sein Studium mit einem Examen ab, und bereits ein Jahr später wird er als Repetitor an der *École Polytechnique* angestellt, der Einrichtung, die ihn wenige Jahre zuvor entlassen hatte. Welche Genugtuung wird er empfunden haben, als er sogar als Mitglied in die Kommision berufen wird, die über die Studienzulassung der Kandidaten befindet!



1856, im gleichen Jahr, in dem er als Mitglied in die *Académie des Sciences* gewählt wird, erkrankt er lebensgefährlich an Pocken. In dieser Krisensituation steht ihm Cauchy mit religiösem Zuspruch bei; unter dessen Einfluss wendet er sich dem Katholizismus zu und wird – im Gegensatz zum radikalen Republikaner Galois – zum überzeugten Royalisten. Von der Krankheit wieder genesen, gelingt ihm 1859 eine überraschende Entdeckung: Nullstellen von Polynomen 5. Grades lassen sich zwar nicht durch eine allgemeine Lösungsformel bestimmen, aber es ist möglich, sie mithilfe von elliptischen Integralen darzustellen.

Von 1863 an wird er als Prüfer an der *École Polytechnique* tätig, 1868 erfolgt seine Ernennung zum Professor für Analysis an der *École Polytechnique* und auch an der *Sorbonne*; diese Lehrtätigkeit übt er bis 1897 aus. Unter seinen zahlreichen Studenten ist Henri Poincaré sicherlich der bedeutendste. Dieser bewundert und verehrt ihn sehr. Für Poincaré, der sich intensiv mit der Frage beschäftigt, wie „Entdeckungen" in der Mathematik erfolgen, ist es immer ein Rätsel geblieben, durch welche „logischen" Überlegungen Hermite zu seinen genialen Ideen gekommen ist. Hermites Schüler Hadamard berichtet von eindrucksvollen und mit Begeisterung vorgetragenen Vorlesungen, aus denen seine Liebe zur Mathematik und deren Schönheit fast im Sinne einer religiösen Überzeugung deutlich wird.

Im Laufe seines Lebens beschäftigt sich Charles Hermite mit einer Vielzahl von Themen aus unterschiedlichen Teilgebieten der Mathematik, der Zahlentheorie, der Algebra sowie der komplexen Analysis; durch seine Beiträge werden in diesen Gebieten entscheidende Fortschritte erzielt. In Lexika findet man im Zusammenhang mit Hermite zahlreiche mathematische Begriffe, z. B. Hermite'sche Funktionen, die Hermite'sche Interpolationsformel, Hermite'sche Operatoren und Hermite'sche Matrizen, was ebenfalls seine Vielseitigkeit verdeutlicht. Nach seinem Tod veröffentlicht sein Schwiegersohn Émile Picard, auch ein bedeutender Mathematiker, eine beeindruckende Sammlung seiner Veröffentlichungen und nachgelassenen Schriften.