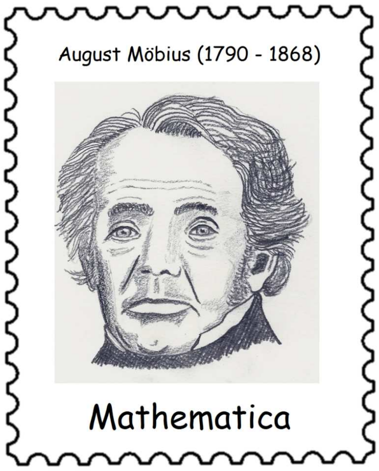
Februar 2013

Vor 155 Jahren wirkte **August Möbius** (17.11.1790 – 26.09.1868)



Zeichnung © Andreas Strick 2012

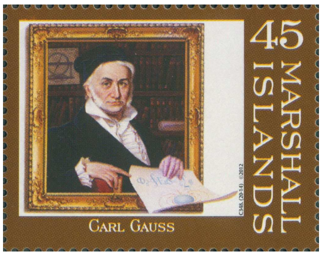
Sein Name ist untrennbar verbunden mit einem Gebilde, das man als *einseitige Fläche* bezeichnen könnte und *für dessen Anstrich man doppelt so viel Farbe benötigt, als man zunächst vermutet* – so charakterisierte August Ferdinand Möbius selbst das später nach ihm benannte *Möbius-Band*. Unabhängig voneinander hatten Möbius und der Göttinger Mathematik-Professor Johann Benedict Listing (1808 – 1882) im Jahr 1858 das Gebilde entdeckt, also vor 155 Jahren. Noch wenige Jahre zuvor war in einem verbreiteten Geometriebuch von Christian von Staudt eine scheinbar geeignete Charakterisierung für Flächen im Raum angegeben worden: *Jede Fläche hat zwei Seiten.* Das Möbius-Band jedoch ist ein Gebilde, bei dem dies nicht zutrifft; bei ihm kann man nicht zwischen *unten* und *oben* unterscheiden.

Heute ist nicht mehr nachvollziehbar, warum das Band nur den Namen von Möbius und nicht auch den von Listing trägt, wo doch Listing bereits im Jahr 1862 in seiner Abhandlung *Der Census räumlicher Complexe oder die Verallgemeinerung des Euler'schen Satzes von Polyedern* die wissenschaftliche Öffentlichkeit auf dieses Gebilde aufmerksam machte, das nur eine Kante und eine Fläche hat. Möbius hatte sich 1861 mit einer Abhandlung *Über die Bestimmung des Inhalts eines Polyeders* erfolglos an einer Ausschreibung der französischen Akademie der Wissenschaften beteiligt, aber seine Arbeit über einseitige Flächen und Polyeder, für die das „Kantengesetz“ nicht gilt, erst 1865 bekannt gemacht.

Das Möbius-Band findet man als Motiv auf zwei brasilianischen Briefmarken aus Anlass von Mathematikerkongressen 1967 und 1973; aber es wird gerne auch verwendet, um ein „unendliches“ Band / Bündnis zu veranschaulichen, wie beispielsweise zwischen den Benelux-Staaten, vgl. nächste Seite.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28			

August Ferdinand Möbius wächst als einziges Kind eines Tanzlehrers der fürstlichen Landesschule in Schulpforta (nahe Naumburg) auf. Nach dem frühen Tod des Vaters kümmert sich die Mutter, eine Nachfahrin Martin Luthers, selbst um die schulische Ausbildung. Mit 13 Jahren besucht August die Landesschule, wo sich sein besonderes Interesse für Mathematik zeigt. 1809 nimmt er auf Wunsch der Familie ein Jura-Studium an der Universität zu Leipzig auf, wechselt aber bald zu Mathematik, Astronomie und Physik. Besonders geprägt wird er durch seinen Astronomie-Professor Karl Mollweide, der auch Entdecker einer flächentreuen Kartenprojektion und einiger trigonometrischer Formeln ist. Zwischenzeitlich hört er Vorlesungen in Göttingen bei Carl Friedrich Gauss und in Halle bei Johann Friedrich Pfaff, einem der Lehrer von Gauss. 1815 verfasst er dort seine Doktorarbeit über Berechnungsmethoden für Fixsternbedeckungen durch Planeten (*De computandis occultationibus fixarum per planetas*) und anschließend die Habilitationsschrift über *Trigonometrische Gleichungen*. Da Mollweide in der Zwischenzeit von der Astronomie zur Mathematik gewechselt ist, hofft er darauf, dessen Astronomie-Lehrstuhl übernehmen zu können. Tatsächlich wird er bereits 1816 zum Außerordentlichen Professor für Astronomie und Mechanik in Leipzig ernannt; gleichzeitig ist er als „Observator" verantwortlich für den Neubau der Sternwarte. Bei seinen Vorlesungen tut er sich anfangs allerdings schwer, so dass er Schwierigkeiten hat, genügend zahlende Studenten zu finden.



Möbius wird bald darauf eine Professur für Mathematik in Greifswald angeboten und eine für Astronomie an der Deutschen Universität in Dorpat (heute: Tartu / Estland) – er lehnt beide ab, in der Hoffnung, dass seine Treue zum Königreich Sachsen belohnt würde. Als Mollweide 1825 stirbt, wird dessen Mathematik-Lehrstuhl jedoch durch eine andere Person besetzt. Erst als 1844 die Universität Jena versucht, ihn abzuwerben, erhält er endlich die angestrebte Ordentliche Professur der höheren Mechanik und Astronomie in Leipzig.

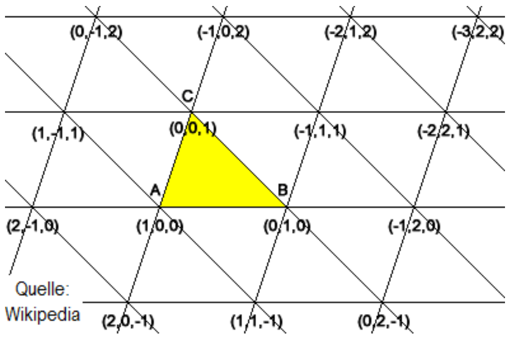
In der Zwischenzeit sind mehrere Bücher zu astronomischen Themen herausgekommen, die große Anerkennung finden, außerdem ein *Lehrbuch der Statik*.

Für seine Veröffentlichungen lässt er sich viel Zeit, legt die fertig gestellten Manuskripte zunächst einmal beiseite, um alles erst noch einmal zu überdenken, bevor er die Texte einreicht.

Von 1840 an beschäftigt er sich mit topologischen Fragen; in die Literatur eingegangen ist das von ihm gestellte *Fünf-Prinzen-Problem*: *Es war einmal ein König, der fünf Söhne hatte. Da er sich nicht für einen seiner Söhne als Nachfolger entscheiden konnte, legte er fest, dass nach seinem Tode das Königreich so in fünf Teile aufgeteilt werden solle, dass jeder Teil eine gemeinsame Grenze mit jedem anderen Teil hat.* Kann diese Bedingung erfüllt werden?

Probleme dieser Art werden von anderen Mathematikern erst einige Jahre später aufgegriffen; beispielsweise wird das *Vier-Farben-Problem* von Francis Guthrie im Jahr 1852 formuliert und danach von Augustus de Morgan und William Rowan Hamilton untersucht.

1827 erscheint MÖBIUS' bedeutendste mathematische Abhandlung *Der barycentrische Calcul – ein neues Hilfsmittel zur analytischen Behandlung der Geometrie*. In ihr entwickelt er die „Theorie geometrischer Verwandtschaften von Figuren" (Gleichheit, Ähnlichkeit, Affinität, Kollineation), die später von FELIX KLEIN zur Klassifikation der verschiedenen geometrischen Ansätze (*Erlanger Programm*) verwendet wird. In seiner Antrittsrede sagt KLEIN im Jahr 1872: „Mit Recht würdigen wir heute AUGUST FERDINAND MÖBIUS als einen wegweisenden Geometer des 19. Jahrhunderts, dessen Wirken die Entwicklung der Mathematik noch bis in unsere Zeit hin beeinflusst hat."



MÖBIUS führt *homogene Koordinaten* ein und verwendet dabei ein aus der Astronomie übernommenes Prinzip, nämlich Massen, die sich in verschiedenen Punkten im Raum befinden, durch *einen* Körper im Gravitationszentrum zu ersetzen. Daher lässt sich jeder Punkt im Innern eines Dreiecks ABC als Schwerpunkt darstellen, wenn man die Eckpunkte entsprechend gewichtet (griechisch βαρύς = schwer). Die baryzentrischen Koordinaten in einer Ebene beziehen sich auf ein Dreieck ABC, dessen Eckpunkte die Koordinaten (1,0,0), (0,1,0) bzw. (0,0,1) erhalten. Für jeden Punkt P der Ebene gilt: $P = \alpha \cdot A + \beta \cdot B + \gamma \cdot C$, wobei $\alpha + \beta + \gamma = 1$. Beispielsweise haben die Seitenmitten des Dreiecks die baryzentrischen Koordinaten (½,½,0), (½,0,½) und (0,½,½), der Schnittpunkt der Seitenhalbierenden ($^1/_3$,$^1/_3$,$^1/_3$).

Nach MÖBIUS benannt sind Abbildungen der erweiterten komplexen Ebene $\mathbb{C} \cup \{\infty\}$ auf sich selbst (*MÖBIUS-Transformationen*). Diese werden durch die Zuordnung $z \mapsto \frac{az+b}{cz+d}$ definiert, mit $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ und $ad - bc \neq 0$, und lassen sich als Hintereinanderausführung von Verschiebungen, Drehstreckungen und Inversionen beschreiben.

1831 verfasst MÖBIUS den Beitrag *Über eine besondere Art von Umkehrung der Reihen*. Ausgehend von einer Funktion f mit $f(x) = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \ldots$ sucht er Koeffizienten $b_1, b_2, b_3, \ldots$, sodass gilt $x = b_1 \cdot f(x) + b_2 \cdot f(x^2) + b_3 \cdot f(x^3) + \ldots$ Im Rahmen der Untersuchung der Eigenschaften der Koeffizienten führt er eine Funktion μ ein (heute als *MÖBIUS-Funktion* bezeichnet; sie spielt auch in Zahlentheorie und Kombinatorik eine wichtige Rolle): Für natürliche Zahlen n ist sie definiert durch $\mu(1) = 1$ sowie $\mu(n) = (-1)^k$, wobei k die Anzahl der Primfaktoren von n ist, sofern sie alle nur einfach auftreten, und $\mu(n) = 0$ sonst. Für Primzahlen gilt offensichtlich: $\mu(n) = -1$; die Funktion ist für zueinander teilerfremde Zahlen a, b multiplikativ: $\mu(a \cdot b) = \mu(a) \cdot \mu(b)$. Addiert man die Funktionswerte $\mu(d)$ aller Teiler d von n (> 1), dann ergibt sich stets 0.

MÖBIUS wird vor allem in seinen letzten Lebensjahren von mehreren Akademien als korrespondierendes Mitglied aufgenommen, die damit seine herausragenden wissenschaftlichen Verdienste anerkennen. Seine Tätigkeiten als Hochschullehrer und Leiter der Sternwarte nimmt er bis zu seinem Tod wahr.

Aus seiner Ehe mit Dorothea Rothe gehen drei Kinder hervor. Einer seiner Enkel, PAUL JULIUS MÖBIUS, Nervenarzt und Privatdozent in Leipzig, macht im Jahr 1900 durch wissenschaftlich nicht haltbare Veröffentlichungen *Über die Anlage zur Mathematik* und *Über den physiologischen Schwachsinn des Weibes* auf sich aufmerksam.