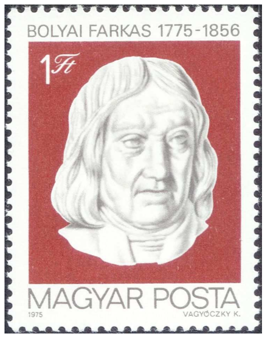
Februar 2010

Vor 150 Jahren gestorben **JÁNOS BÒLYAI** (15.12.1802 – 27.01.1860)

Das Porträt des jungen Mannes, das auf der ungarischen Briefmarke aus dem Jahr 1960 abgebildet ist, stellt einen der berühmtesten Mathematiker Ungarns, JÁNOS (JOHANN) BÒLYAI, dar – allerdings entstand dieses Porträt erst nach dessem Tod, und ob er tatsächlich so aussah, weiß man nicht mit Sicherheit. JÁNOS wächst als Sohn des angesehenen Mathematikers FARKAS (WOLFGANG) BÒLYAI in Transsilvanien auf (damals zum habsburgischen Reich gehörig, heute zu Rumänien).

Der Vater, geboren 1775, konnte zunächst bis zum Alter von 12 Jahren eine Schule besuchen, musste dann aber bei der reichen Adelsfamilie KEMÉNY die Betreuung des 8-jährigen Sohns SIMON übernehmen. Drei Jahre später wechselte er zusammen mit seinem „Schützling" an eine höhere Schule. 1796 begleitete er SIMON zunächst nach Jena, dann nach Göttingen, wo beide ein Studium aufnahmen.



FARKAS war vielseitig interessiert; aber jetzt hatte er endlich Gelegenheit, sich systematisch mit Mathematik zu beschäftigen. In den Vorlesungen von ABRAHAM GOTTHELF KÄSTNER lernte er den gleichaltrigen CARL FRIEDRICH GAUSS kennen, und die beiden freundeten sich an. Im Herbst 1798 reiste SIMON KEMÉNY wieder nach Hause, seinen „Betreuer" mittellos in Göttingen zurücklassend; erst ein Jahr später konnte FARKAS zu Fuß in seine Heimat zurückkehren. Dort heiratete er und nahm eine (schlecht bezahlte) Stelle als Dozent für Mathematik, Physik und Chemie an einem calvinistischen Kolleg in Marosvásárhely (deutsch: Neumarkt am Mieresch, heute: Târgu Mureş) an. Um seinen Lebensunterhalt zu bestreiten, schrieb er außerdem Dramen und baute Öfen für den Verkauf. Seine (erste) Ehe war nicht glücklich, da seine Frau psychisch erkrankte und im Umgang immer schwieriger wurde – umso intensiver widmete er sich eigenen mathematischen Forschungen und der mathematischen Bildung seines offensichtlich hochbegabten Sohnes JÁNOS.

MO	DI	MI	DO	FR	SA	SO
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28

János Bòlyai bringt sich, als er fünf Jahre alt ist, das Lesen praktisch selbst bei, erhält Violinunterricht und kann schon bald schwierige Konzertstücke spielen; eine Schule besucht er erst mit neun Jahren (vorher erhält er Privatunterricht von Studenten). Mit 13 Jahren – er beherrscht bereits die Differential- und Integralrechnung – wechselt er an das Kolleg, an dem der Vater unterrichtet. 1816 fragt der Vater bei Gauss an, ob dieser bereit ist, den Sohn in seinen Haushalt aufzunehmen und sich persönlich um die weitere mathematische Ausbildung von János zu kümmern. Der Brief, in dem er Gauss auch nach dessen Eheglück befragt, irritiert den Freund; er reagiert nicht darauf. Da sich Farkas Bólyai ein Studium seines Sohnes an einer renommierten ausländischen Universität nicht leisten kann, wechselt János 1818 an die Militär-Hochschule für Ingenieurwesen in Wien. Während der Zeit des Studiums gibt er Violinkonzerte und lernt weitere Fremdsprachen (insgesamt spricht er neun Sprachen, darunter Chinesisch und Tibetanisch); das für sieben Jahre angesetzte Studium absolviert er in vier Jahren - mit besten Ergebnissen.

1823 tritt er als Ingenieur in den Dienst der Armee ein und wird nach Temesvár (heute: Timişoara / Rumänien) versetzt; in seiner Freizeit widmet er sich der Musik, dem Fechten (er gilt als bester Fechter in der gesamten Armee) und der Mathematik.

Sicherlich angeregt durch die Forschungen seines Vaters beschäftigt er sich bereits während seines Studiums mit der Frage, ob sich das fünfte Postulat des Euklid nicht aus den ersten vier Postulaten herleiten lässt.

In der Tat fällt auf, dass sich die Formulierung des sogenannten Parallelen-Postulats deutlich von den Formulierungen der anderen Postulate unterscheidet.

Euklid (360 bis 280 v. Chr.) fordert in seinen „Elementen“,

I. dass man von jedem Punkt nach jedem Punkt die Strecke ziehen kann,
II. dass man eine begrenzte gerade Linie zusammenhängend gerade verlängern kann,
III. dass man mit jedem Mittelpunkt und Abstand den Kreis zeichnen kann,
IV. dass alle rechten Winkel einander gleich sind,
V. dass, wenn eine gerade Linie beim Schnitt mit zwei geraden Linien bewirkt, dass innen auf derselben Seite entstehende Winkel zusammen kleiner als zwei Rechte werden, dann die zwei geraden Linien bei Verlängerung ins Unendliche sich treffen auf der Seite, auf der die Winkel liegen, die zusammen kleiner als zwei Rechte sind.

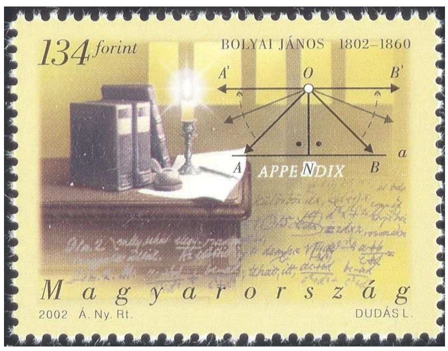
An der Frage der Unabhängigkeit des V. Postulats hatten sich bereits viele Mathematiker seit dem Altertum versucht. Bei den erfolglosen Bemühungen spielte die - aus heutiger Sicht - nicht immer exakte Begrifflichkeit und die nicht ausreichende mathematische Strenge eine wesentliche Rolle. Schon die Definition paralleler Geraden stellte ein Problem dar: Euklid verstand darunter Geraden, die einander nicht schneiden; äquivalent dazu ist die Eigenschaft, dass dies Geraden sind, die auf derselben Gerade senkrecht stehen. Die Formulierung *Parallelen sind Geraden, die überall voneinander denselben Abstand haben.* verwendet schon das Parallelen-Postulat. Statt eines Beweises hatten verschiedene Mathematiker äquivalente Formulierungen zum Postulat gefunden, die sich allerdings genauso wenig aus den andern Postulaten herleiten ließen.

Beispielsweise zeigte GIROLAMO SACCHERI im Jahr 1733, dass die Formulierung *Die Winkelsumme im Dreieck beträgt zwei Rechte.* äquivalent ist, und JOHN PLAYFAIR schlug im Jahr 1795 eine Formulierung vor (die auch schon in der Antike bekannt war): *Zu jeder Geraden g und jedem Punkt S außerhalb von g gibt es genau eine Gerade, die zu g parallel ist und durch den Punkt S geht.* Dabei folgt aus den vier ersten Postulaten bereits, dass es *mindestens eine* solche Gerade geben muss; eine äquivalente Formulierung wäre also: *Zu jeder Geraden g und jedem Punkt S außerhalb von g gibt es höchstens eine Gerade, die zu g parallel ist und durch den Punkt S geht.*

SACCHERI und später (1766) JOHANN HEINRICH LAMBERT (der auch den Nachweis erbrachte, dass π eine irrationale Zahl ist) hatten indirekte Ansätze versucht: Sie nahmen an, dass die Postulate I.-IV. gelten und dass das Postulat V. falsch ist, und versuchten einen Widerspruch zu erzeugen. Sie fanden den Widerspruch nicht, entdeckten „merkwürdige" Eigenschaften in einer solchen Geometrie, ohne dass ihnen bewusst war, dass sie eine „neue Geometrie" entdeckt hatten.

Als FARKAS BÓLYAI von der Absicht des Sohnes erfährt, sich mit dem Postulat V. zu beschäftigen, schreibt er ihm: „Du darfst die Parallelen auf jenem Wege nicht versuchen, ich kenne diesen Weg bis an sein Ende – auch ich habe diese bodenlose Nacht durchmessen, jedes Licht, jede Freude meines Lebens sind in ihr ausgelöscht worden – ich beschwöre Dich bei Gott! Lass die Lehre von den Parallelen in Frieden – Du sollst davor denselben Abscheu haben, wie vor einem liederlichen Umgang, sie kann Dich um all' Deine Muße, um die Gesundheit, um Deine Ruhe und um Dein ganzes Lebensglück bringen."

JÁNOS gibt jedoch nicht auf; Ende 1823 teilt er dem Vater mit, dass es ihm gelungen sei, „... eine neue, andere Welt aus dem Nichts zu erschaffen ...". Er ist enttäuscht, als er feststellt, dass er dem Vater seine Ideen über eine Geometrie, die nur die vier ersten Postulate des EUKLID voraussetzt („absolute Geometrie") nicht vermitteln kann. 1826 legt er seinem ehemaligen Wiener Mathematikprofessor ein Manuskript (in deutscher Sprache) vor, auf das dieser nicht einmal reagiert; das Papier geht verloren. Nach mehreren Zwischenstationen wird JÁNOS 1831 nach Lemberg / Lwów versetzt (heute: Lwiw / Ukraine); vorher besucht er seinen Vater und erläutert die in der Zwischenzeit gereiften Gedankengänge. Endlich erkennt der Vater die Bedeutung dessen, was der Sohn entwickelt hat, und ermutigt ihn, einen Text hierüber als Anhang (lat. *Appendix*) für sein bald erscheinendes Werk *Tentamen* (lat. *Versuch*) zu verfassen.



1832 erscheint der erste Band des in lateinischer Sprache geschriebenen Buches. Es fasst das mathematische Wissen der Zeit zusammen; u. a. enthält es von FARKAS BÒLYAI weiter entwickelte Konvergenzkriterien für Folgen sowie die folgende, ebenfalls als äquivalent nachgewiesene Formulierung des Parallelen-Postulats: *Durch drei nicht auf einer Geraden liegende Punkte gibt es einen Kreis.*

FARKAS BÒLYAI schickt ein Exemplar des *Tentamen* an seinen Freund GAUSS. Nachdem dieser den *Appendix* gelesen hat, bezeichnet er - einem Briefpartner gegenüber - JÁNOS BÒLYAI als „Genie erster Größe", richtet an FARKAS jedoch kein Wort der Anerkennung hinsichtlich der Qualität des Werkes, und den *Appendix* kommentiert er mit den befremdlichen Worten: „... sie loben hiesse mich selbst loben: denn der ganze Inhalt der Schrift, der Weg, den Dein Sohn eingeschlagen hat, und die Resultate, zu denen er geführt ist, kommen fast durchgehends mit meinen eigenen zum Theile schon seit 30-35 Jahren angestellten Meditationen überein. ... Mein Vorsatz war, von meiner eigenen Arbeit, von der übrigens bis jetzt wenig zu Papier gebracht war, bei meinen Lebzeiten gar nichts bekannt werden zu lassen. … Sehr bin ich also überrascht, dass diese Bemühung mir nun erspart werden kann, und höchst erfreulich ist es mir, dass gerade der Sohn meines alten Freundes es ist, der mir auf eine so merkwürdige Art zuvorgekommen ist …" - Tatsächlich ist GAUSS bereits 1816 zu der Einsicht gelangt, dass das Parallelen-Postulat nicht bewiesen werden *kann*, dass vielmehr die Annahme, die Winkelsumme im Dreieck sei kleiner als 180°, zu einer merkwürdigen, aber völlig konsistenten Geometrie führt.
Für JÁNOS BÒLYAI, der inzwischen nach Olmütz versetzt worden ist (heute: Olomouc /Tschechien), ist dieser Kommentar ein harter Schlag; es verunsichert ihn ungemein. Er wird psychisch und körperlich krank und hat zunehmend Schwierigkeiten, seine Dienstpflichten zu erfüllen. Nach einem Unfall nimmt er seinen Abschied aus dem Militärdienst und zieht auf ein kleines Landgut, das die Familie geerbt hat.

Mit ROZÁLIA KIBÉDI ORBÁN hat er zwei Kinder, kann sie aber nicht heiraten, weil er eine für eine Heirat notwendige Kaution nicht bezahlen kann, die er als Mitglied der Armee aufbringen müsste.

1837 beteiligt er sich an einem Wettbewerb der Wissenschaftlichen Gesellschaft Leipzig über die Grundlagen der Theorie der imaginären Zahlen. Die Juroren brüskiert er mit dem Vorwurf, die falsche Frage gestellt zu haben; sein hochqualifizierter Beitrag wird nicht angemessen gewürdigt. Er kümmert sich nicht um das Landgut, auf dem er wohnt; als der Vater sieht, in welchem Zustand es sich inzwischen befindet, veranlasst er seinen Sohn wegzuziehen.

1848 erfährt er, dass NIKOLAI IWANOWITSCH LOBATSCHEWSKI bereits 1829 ein Werk über „imaginäre Geometrie" veröffentlicht hat. Die Ausführungen in dieser Veröffentlichung irritieren ihn sehr; vorübergehend glaubt er sogar, dass es LOBATSCHEWSKI gar nicht gibt, sondern dass alles nur eine Verschwörung von GAUSS ist, von dem er doch die Anerkennung erwartet, aber nicht erhalten hatte. Er gibt die Beschäftigung mit Mathematik auf und vertieft sich in Probleme der Linguistik, der Soziologie und der Erkenntnistheorie.

JÁNOS verlässt ROZÁLIA, die er zwei Jahre zuvor (während des gescheiterten ungarischen Unabhängigkeitskriegs) geheiratet hat. Als er im Alter von 57 Jahren an Lungenentzündung und Hirnhautentzündung stirbt, hinterlässt er mehr als 20.000 Manuskript-Seiten; aber eigentlich können nur die 24 Seiten des *Appendix* als abgeschlossen angesehen werden.