

PHYSIK AN DER GRENZE ZUR QUANTENWELT

Auf Quantenebene gehorchen Objekte dem Zufall und bizarren Gesetzen. Unsere gewohnte Realität hingegen ist eindeutig und berechenbar. Wann und wie gehen beide Reiche ineinander über? Hoch präzise Experimente sollen endlich die Antwort geben.



Tim Folger ist Wissenschaftsjournalist und schreibt unter anderem für »National Geographic« und »Scientific American«.

» [spektrum.de/artikel/1573424](https://www.spektrum.de/artikel/1573424)

AUF EINEN BLICK WIE MÖGLICHES GEWISSHEIT WIRD

- 1** Quantenobjekte existieren nicht zwangsläufig in eindeutigen Zuständen – oft nehmen sie verschiedene gleichzeitig ein. Doch sobald man eine Messung durchführt, »entscheidet sich« das System für eine der Optionen.
- 2** Wie kommt es dazu, und was bedeuten die Vorgänge für unsere Vorstellung von Realität? Physiker haben dazu im Lauf der letzten Jahrzehnte diverse Theorien und Interpretationen entwickelt.
- 3** In Laborexperimenten gelangen zunehmend empfindliche Messungen an immer größeren Gegenständen. Indem Forscher Quantenphänomene auf sichtbaren Skalen hervorrufen, bauen sie eine Brücke zwischen Makro- und Mikrokosmos.

Irgendwie bringt ein Netzwerk subatomarer Objekte unsere kontinuierliche Wirklichkeit hervor. Der Mechanismus dafür ist unter Theoretikern umstritten.

▶ Simon Gröblacher ist ein Manipulator des Unsichtbaren. So entspricht die Länge eines der mechanischen Instrumente in seinem Labor an der Delft University of Technology kaum derjenigen eines Bakteriums. Doch sein Ziel ist es nicht, die Apparate weiter zu verkleinern – im Gegenteil. »Wir versuchen nun, richtig große Objekte zu bauen«, meint er, während er Pläne der Geräte auf seinem Computer aufruft. Für den Experimentalphysiker bedeutet »richtig groß« allerdings etwas, das mit bloßem Auge gerade noch zu erkennen ist. Auf diesen Skalen erhofft sich Gröblacher Antworten auf eine scheinbar widersinnige Frage: Kann sich ein einzelnes makroskopisches Ding von der Dimension eines Stecknadelkopfs an zwei Orten zugleich befinden?

Auf subatomarer Ebene ist so ein Zustand die Norm. Den seltsamen Regeln der Quantenmechanik zufolge haben Teilchen wie Elektronen oder Photonen keine eindeutigen Positionen, Energien oder andere klar bestimmte Eigenschaften – zumindest solange niemand hinschaut. Sie existieren in mehreren Zuständen gleichzeitig.

Unsere alltägliche Welt hingegen offenbart keinerlei Quantencharakter. Vom Virus an aufwärts manifestiert sich jeder Gegenstand stets an genau einer Stelle. Die Krux dabei: Wenn doch alles aus kleinsten Teilchen besteht, die Quanteneffekten gehorchen, warum merken wir im Alltag dann nichts mehr davon? Wo endet die Welt der Quanten, und wo beginnt die der klassischen Bewegungs-

gesetze? In den letzten Jahren stoßen Physiker wie Gröblacher mit immer empfindlicheren Laborversuchen in den Übergang von makroskopischer zu mikroskopischer Realität vor. Bislang kann niemand sagen, welchen Einfluss die Untersuchungen dieses Zwischenreichs haben werden. Sie könnten die Mysterien der Quantentheorie lösen oder vertiefen; auf jeden Fall eröffnen sie die Chance auf Einblicke in ein unbeschriftetes Feld der Physik.

Ungeachtet all ihrer Paradoxien ist die Quantenmechanik eine mächtige Theorie, deren Vorhersagen überwältigend gut zu den experimentellen Ergebnissen passen – in manchen Fällen auf ein Billionstel genau. Sie hat sich von der Biologie bis zur Astrophysik auf alle Facetten der Naturwissenschaft ausgewirkt. Gleichzeitig lässt sie uns notorisch im Stich, wenn es um das Wesen der Realität geht. Ihre Gleichungen weisen einem Objekt mittels so genannter Wellenfunktionen lediglich Wahrscheinlichkeiten zu, in einem bestimmten Zustand aufgefunden zu werden. Anders als bei der newtonschen Physik, wo Äpfel, Planeten und alle anderen Dinge jederzeit klar definierte Eigenschaften besitzen, regiert in der Quantenmechanik der Zufall.

Auf gewisse Weise existieren Teilchen, die durch Wellenfunktionen beschrieben werden, nicht wirklich. Das ändert sich völlig in dem Moment, in dem sie jemand vermisst – dann erhalten sie eindeutige Eigenschaften. Nicht nur lässt die Theorie unerklärt, wie der Akt der Beobachtung das zu Stande bringt; sie beantwortet außerdem nicht die Frage, warum sich dabei gerade diese eine Möglichkeit manifestiert statt irgendeiner anderen. Die Quantenmechanik verrät alles darüber, was passieren könnte, und sie sagt nichts darüber, was passieren wird.

Einer der Gründerväter der Theorie, Werner Heisenberg, bemühte in den 1920er Jahren gar eine geradezu metaphysische Begründung: Erst die Beobachtung lasse die Wellenfunktion »kollabieren« und reduziere so die Vielzahl der Optionen auf das gemessene Resultat. Der Haken daran ist, dass nichts in den Gleichungen der Quantentheorie einen solchen Kollapses vorsieht oder eine physikalische Erklärung für die Geschehnisse währenddessen liefert. Heisenbergs Lösung des einen Problems erzeugte ein anderes, das »Messproblem«.

Die meisten Physiker haben sich im Lauf der letzten 90 Jahre an die Idee des Kollapses gewöhnt, aber eigentlich mag sie niemand leiden. Die Implikation, erst eine menschliche Intervention vervollständige eine der fundamentalen Theorien des Universums, verträgt sich nicht mit der Vorstellung einer objektiven Realität. Entsprechend kommentiert der Nobelpreisträger Steven Weinberg von der University of Texas in Austin: »Aus einer idealen physikalischen Theorie sollte alles andere hervorgehen. Insbesondere sollte sie nicht den Menschen als Ausgangs- oder Bezugspunkt der Naturgesetze haben. Dennoch braucht die Quantenmechanik offenbar ein Postulat, das sich mit den Folgen einer bewussten Messung beschäftigt.«

Für jeden Geschmack gibt es einen Ansatz, doch keiner überzeugt vollends

Einen Kunstgriff, mit dem man um das Messproblem herumkommt, hat der im April 2018 verstorbene deutsche Physiker Dieter Zeh in den 1970er Jahren vorgeschlagen. Zeh nahm an, dass der Kollaps gar nicht stattfindet. Vielmehr entstünde nur der Eindruck, während sich die Wellenfunktion eines Objekts immer mehr mit all den Wellenfunktionen ihrer Umgebung verstricke (der Prozess wird in der Sprache der Quantenmechanik Verschränkung genannt). Es wäre jedoch schlicht unmöglich, alles davon im Auge zu behalten. Ein Beobachter bekäme bei einer Messung immer nur einen winzigen Teil der eigentlichen Quantenwelt zu sehen. Zeh nannte den Vorgang Dekohärenz. Viele Physiker beschreiben damit inzwischen, warum wir auf makroskopischer Ebene nicht Zeugen von Quantenphänomenen werden. Andere wenden ein, die Dekohärenz ließe das Messproblem ungelöst: Sie erkläre schließlich nicht, warum wir gerade diesen einen Zweig der zahllosen quantenmechanischen Optionen erkennen und nicht die anderen. Was zeichnet unsere Welt und ihre zeitliche Entwicklung vor allen anderen möglichen, aber nicht erlebbaren Pfaden aus?

Eine weitaus radikalere Lösung entstand bereits 1957 in der Doktorarbeit des Physikers Hugh Everett an der Princeton University. Er argumentierte, die Wellenfunktion müsse gar nicht kollabieren. Jede ihrer Komponenten sei vielmehr real und Teil einer sich unvorstellbar schnell verzweigenden Menge von Universen. Diese inzwischen Viele-Welten-Interpretation genannte Ansicht wird von einigen Kosmologen tatsächlich vertreten. Sie haben inzwischen zusätzliche Gründe gefunden, warum wir ihrer Ansicht nach in einem »Multiversum« leben sollten (siehe »Reise ins Quanten-Multiversum«, **Spektrum** September 2017, S. 12). Experimentell hat allerdings noch niemand

zwischen diesen und anderen Interpretationen der Quantenmechanik unterschieden. Das gilt auch für die vom französischen Physiker Louis de Broglie erdachten und vom US-Amerikaner David Bohm in den 1950er Jahren weiterentwickelten »Materiewellen«. Hier braucht es keinen Kollaps, weil die Wellenfunktion die Teilchen entlang kontinuierlicher Bahnen führt. Dieses Gedankengebäude ist unter Physikern heute eher randständig, aber mathematisch ebenso konsistent wie das übrige grobe Dutzend konkurrierender Interpretationen der Quantenmechanik. Letzten Endes wählen Wissenschaftler ihre Lieblingsbeschreibung der Realität allein anhand ästhetischer Gesichtspunkte.

Gröblachers Experimente könnten etwas mehr Ordnung in das Theoriegewirr bringen. Eines seiner »richtig großen« Objekte ist gerade eben noch mit bloßem Auge zu erkennen: eine Membran auf einem Siliziumchip. Sie erinnert an die Miniaturausgabe eines Trampolins (siehe »Der Quantentrampolin-Versuch«, S. 16) und besteht aus dem widerstandsfähigen Keramikmaterial Siliziumnitrid. In der Mitte ist ein Spiegel angebracht. Ein Bauteil auf dem Chip kann die Membran mit einem einzigen Stoß minutenlang in Schwingung versetzen. Sie ist ein hervorragender Oszillator, wie Gröblacher betont: »Das ist in etwa so, als würde man jemanden auf einer Schaukel anschubsen, und derjenige würde daraufhin zehn Jahre lang hin- und herschwingen.« Dabei ist die Membran extrem robust, erklärt Gröblachers Kollege Richard Norte: »Wir üben einen Druck von sechs Gigapascal aus, das ist etwa 10 000-mal so viel wie in einem Fahrradreifen. Und das bei einem Objekt, das lediglich achtmal dicker ist als ein Strang DNA.«

Die Membran vibriert bei Zimmertemperatur zuverlässig und eignet sich optimal, um mit ihr Quantenphänomene zu untersuchen. Gröblacher und Norte wollen sie mit einem Laser in eine »Superposition« versetzen, eine quantenmechanische Überlagerung, bei der die Membran auf zwei Weisen gleichzeitig oszilliert. Die über Minuten ungestörte Schwingung sollte prinzipiell lange genug andauern, damit man beobachten kann, wie der quantenmechanische Zustand der Membran in einen klassischen kollabiert.

»Wir haben die passenden Zutaten, um Quantenverhalten hervorzurufen«, kommentiert Gröblacher. »Wir wollen Wechselwirkungen mit der Umgebung möglichst vermeiden, brauchen also ein sehr gut isoliertes System. Wir versetzen es in einen Quantenzustand, und dann schalten wir unsere eigene Quelle für Dekohärenz ein, etwas, das wir kontrollieren können – einen Laser.« Noch könne Gröblacher die Schwingungen nicht in eine Superposition bringen, räumt der Physiker ein. »Doch in ein paar Jahren wollen wir so weit sein.« Sobald das erreicht ist, will er mit seinen Kollegen noch weitergehen und einen lebendigen Organismus als Passagier mit in den Überlagerungszustand verfrachten. Gröblacher möchte hierfür die widerstandsfähigen, mikroskopisch kleinen Bärtierchen verwenden. Doch das ist Zukunftsmusik. Der erste Schritt ist anspruchsvoll genug.

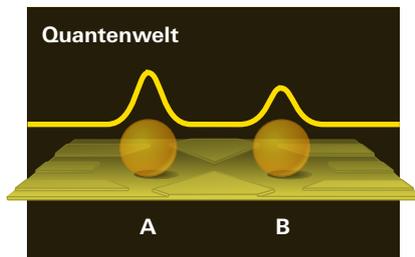
Falls es gelingt, könnte ein solches Experiment helfen, eine wichtige Frage zu klären: Gibt es in der Natur so

Zwei Wirklichkeiten

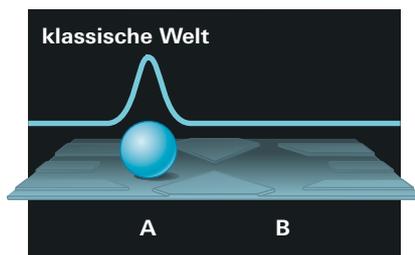
Die mikroskopische Welt gehorcht den seltsamen Regeln der Quantenmechanik, die makroskopische hingegen den gewohnten Bewegungsgesetzen. Forscher haben verschiedene Erklärungsansätze für den Übergang zwischen beiden Reichen entwickelt (siehe rechts).

Quantenwelt und klassische Realität

Einzelne Teilchen existieren nicht in eindeutigen Zuständen, sondern nehmen alle möglichen gleichzeitig ein. Die Theorie beschreibt Objekte darum mit so genannten Wellenfunktionen und ihren Überlagerungen («Superpositionen»). Die Amplituden einer Wellenfunktion liefern die Wahrscheinlichkeit, ein Teilchen in einem bestimmten Zustand aufzufinden – beispielsweise an Ort A oder B.

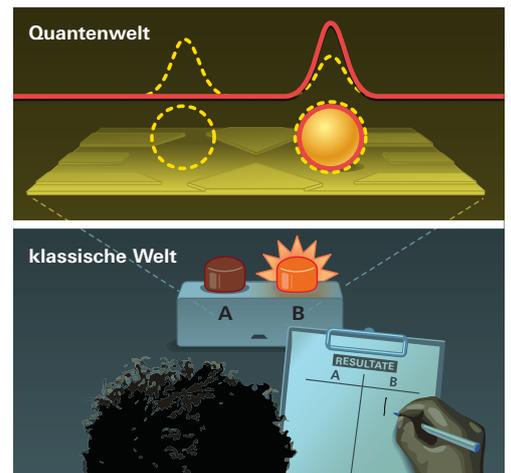


Sobald man misst, wo sich das Teilchen befindet, scheint es sich zufällig für eine der Optionen zu entscheiden. Man findet es dann etwa eindeutig an Position A. Es verlässt die Superposition und betritt die klassische Welt.



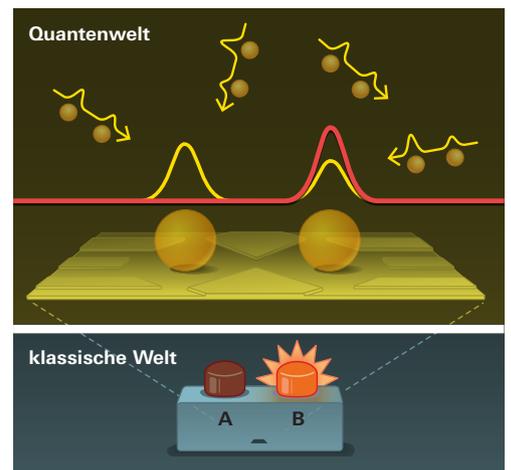
1 Kollaps bei der Messung

Laut einer der Interpretationen geht das System in ein klassisches über, sobald man es beobachtet. So lange man nicht genau hinschaut, liegt das Teilchen in einer Superposition vor (gelbe, gestrichelte Linien), doch im Moment der Messung legt es sich auf einen Zustand fest (rote Linie). Rätselhaft bleibt, was genau dabei passiert und warum die Rolle des Beobachters währenddessen so besonders ist.



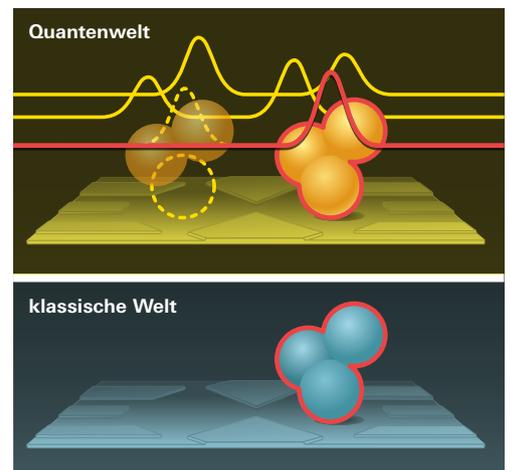
2 Dekohärenz

Bei einem alternativen Ansatz beeinflusst die Umgebung des Teilchens dessen Verhalten. Solange es ungestört bleibt, verharrt es in Superposition. Doch je länger und stärker die Wellenfunktionen nahe gelegener Objekte mit der Wellenfunktion des Teilchens interferieren, desto eher nimmt es einen eindeutigen, klassischen Zustand an.



3 CSL: Kontinuierliche spontane Lokalisierung

Die Wellenfunktion könnte auch unabhängig von einem Beobachter oder von Einflüssen der Umgebung plötzlich kollabieren. Die Wahrscheinlichkeit dafür ist extrem gering, solange es sich um einzelne Teilchen handelt. Doch sobald viele zusammenkommen, wird zumindest eines davon irgendwann in die klassische Welt übergehen und könnte dann alle anderen mitnehmen.



JEN CHRISTIANSEN / SCIENTIFIC AMERICAN JULI 2018

etwas wie eine Zensur für Quanteneffekte jenseits einer gewissen Größenskala? Einige Physiker halten den Kollaps für ein reales Phänomen mit entsprechend messbaren Auswirkungen. Eines der zugehörigen theoretischen Konzepte wird als kontinuierliche spontane Lokalisierung bezeichnet (kurz CSL, nach dem englischen Begriff: continuous spontaneous localization). Sie behandelt den Kollaps der Wellenfunktionen als zufälliges Ereignis. Dessen Eintrittswahrscheinlichkeit ist für ein einzelnes Teilchen extrem niedrig, für eine große Ansammlung von Objekten aber so gut wie sicher.

Der theoretische Physiker Angelo Bassi von der Universität Triest illustriert das Konzept mit Zahlen: »Ein einzelnes Photon muss etwa 10^{16} Sekunden bis zum Kollaps warten, so etwas passiert in der Geschichte des Kosmos also nur selten. Bei einem makroskopischen Objekt hingegen, wie beispielsweise einem Tisch, der mehr als 10^{24} Teilchen enthält, kommt es praktisch sofort zum Kollaps.« Wenn CSL eine reale Bedeutung hat, wird der bewusste Akt der Beobachtung unwichtig. In jedem Versuchsaufbau werden die Teilchen und die überwachenden Gerätschaften zu einem Quantensystem, das rasch von selbst kollabiert. Nur scheinbar geschieht der Übergang von einer Superposition zu einem eindeutigen Ort während der Messung – tatsächlich legt bereits die erste Wechselwirkung den beobachteten Aufenthaltsort fest.

Subatomarer Poltergeist

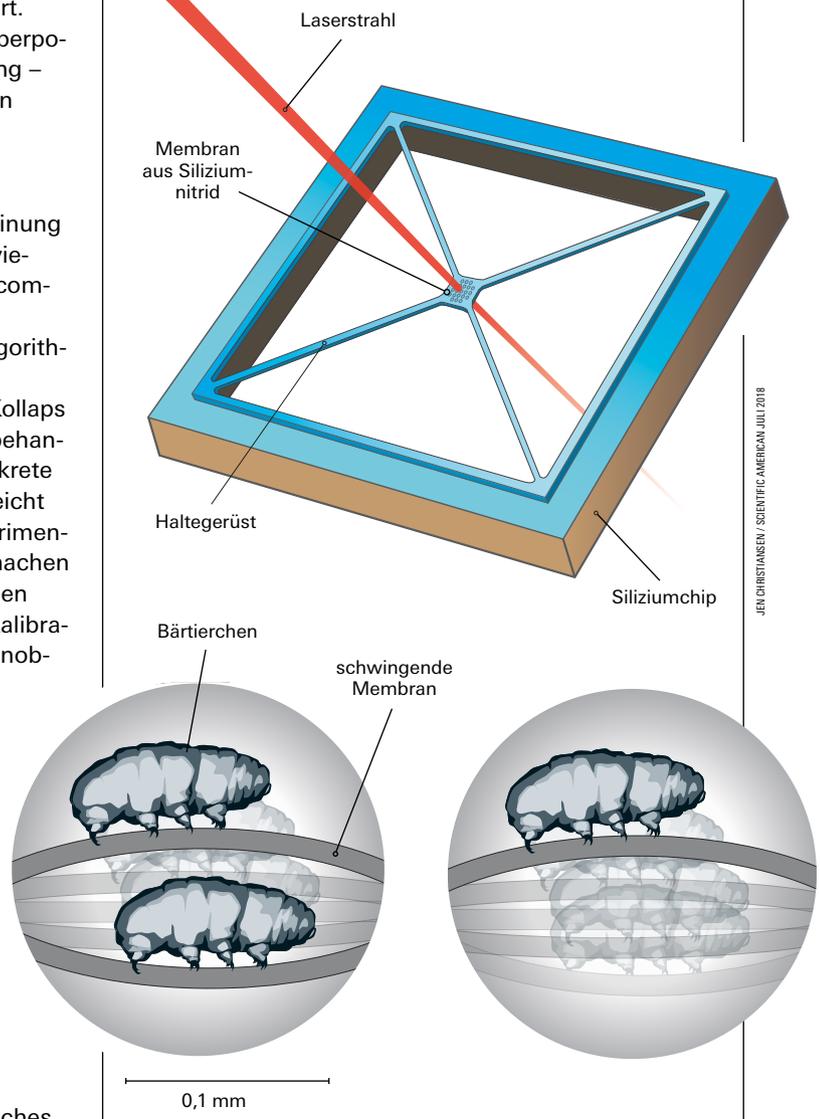
Sollte sich der Kollaps als reale physikalische Erscheinung erweisen, wären die praktischen Konsequenzen gravierend, beispielsweise für das junge Feld der Quantencomputer. »Hier will man immer größere Geräte bauen«, erläutert Bassi. »Doch darauf liefen keine Quantenalgorithmen mehr, weil der Kollaps alles zerstören würde.«

Jahrzehntlang haben die meisten Physiker den Kollaps als unüberprüfbar Aspekt der Quantenmechanik behandelt. CSL und ähnliche Modelle hingegen sagen konkrete Auswirkungen voraus. So könnte der Kollaps etwa leicht an den Teilchen rütteln, so dass sich in einigen Experimenten eine ständige Hintergrundvibration bemerkbar machen sollte. Bassi und andere Forscher suchen nach solchen Erscheinungen. Dazu haben sie unter anderem die Kalibrationsdaten des hochempfindlichen Gravitationswellenobservatoriums LIGO analysiert. Dessen Laser- und Spiegelsysteme reagieren noch auf Bewegungsänderungen, die dem 10 000sten Teil des Durchmessers eines Atomkerns entsprechen.

Im Februar 2016 hat das LIGO-Team die erste Entdeckung von Gravitationswellen verkündet. Zwei weit entfernte verschmelzende Schwarze Löcher hatten die Spiegel um Bruchteile eines Protonendurchmessers verschoben. Bassi und seine Kollegen haben in den Daten allerdings keine Hinweise auf zusätzliche Quantenstöße gefunden, wie sie die CSL-Interpretation vorhersagt. »Wenn man das Modell auf LIGO anwendet, sollte sich der Spiegel bewegen, doch das tut er kaum«, kommentiert Bassi. Falls der Kollaps ein reales physikalisches

Der Quantentrampolin-Versuch

Physiker möchten experimentell überprüfen, ob auch makroskopische Objekte unter geeigneten Umständen den Regeln der Quantenmechanik folgen. Bei einem geplanten Experiment wird eine Membran auf einem Chip in eine lang anhaltende Vibration versetzt. Ein Laserstrahl könnte sie in eine quantenmechanische Überlagerung zweier Schwingungszustände bringen. Anschließend beobachten die Forscher das Quantensystem dabei, wie es in eine eindeutige Amplitude übergeht. Wenn das funktioniert, könnte die Membran in einem Folgeexperiment einen mikroskopisch kleinen Passagier mitnehmen – ein Bärtierchen. Es befände sich dann ebenfalls in einer Superposition (linkes Bild, unten), bis sich das System für einen Schwingungszustand entscheidet (rechtes Bild, unten).



Phänomen ist, wäre dieses außerordentlich schwach ausgeprägt.

Auch in den Daten anderer hochempfindlicher Experimente haben Physiker nach Anzeichen des Kollapses gestöbert. Dazu gehören die Suchkampagnen nach den hypothetischen Teilchen der rätselhaften Dunklen Materie, die einen Großteil der Materie im All ausmachen soll, sich bislang aber jeder direkten Messung entzieht. Detektoren in den spanischen Pyrenäen beispielsweise bestehen aus Germanium und könnten hindurchfliegende Teilchen über das dabei entstehende Röntgenlicht sichtbar machen. Einen ähnlichen Blitz dürfte eine kollabierende Wellenfunktion auslösen. Danach halten Experimentatoren Ausschau – bislang vergeblich.

Solche Befunde schränken den Spielraum für Kollapsmodelle ein, haben ihnen jedoch noch nicht den Todesstoß versetzt. Im September 2017 hat Andrea Vinante, ein Physiker an der University of Southampton in England, gemeinsam mit Bassi und weiteren Kollegen interessante Hinweise gefunden, die das CSL-Modell unterstützen. Sie konstruierten einen Hebelarm mit lediglich einem halben Millimeter Länge und zwei Mikrometer Dicke, kühlten ihn extrem herunter und schotteten ihn sorgfältig von äußeren Einflüssen ab. Bei der erreichten Temperatur von 40 Millikelvin hätte der Hebel, an dessen Ende ein kleiner Magnet befestigt war, kaum noch vibrieren dürfen. Der extrem empfindliche Sensor zeigte allerdings, dass das Bauteil regelrecht auf- und abschwang wie ein Sprungbrett. Die detektierte Auslenkung entsprach dabei dem Ausschlag, der von kollabierenden Wellenfunktionen theoretisch zu erwarten war. Entsprechende Werte hatte der Theoretiker Stephen L. Adler vom Institute for Advanced Study in New Jersey zehn Jahre zuvor berechnet.

Eine erschreckend erfolgreiche Theorie

»Wir haben ein Rauschen festgestellt, das sich nicht erklären ließ«, beschreibt Vinante seine Ergebnisse. »Es passt zu dem, was Kollapsmodelle voraussagen, aber könnte ebenso von Effekten stammen, die wir noch nicht verstehen.« Er arbeitet mit seinen Kollegen daran, die Empfindlichkeit des Versuchs um mindestens einen Faktor 10, vielleicht sogar einen Faktor 100 zu verbessern. »Dann dürften wir entweder sicher sein, dass etwas Anomales vor sich geht, oder ausschließen, dass sich hinter der Beobachtung ein interessanter Effekt verbirgt.« Vinante rechnet mit ein oder zwei Jahren, bis neue Daten vorliegen. Bedenkt man, wie makellos sich die Quantenmechanik in den letzten 100 Jahren geschlagen hat, erscheinen die Chancen auf eine Abweichung von der Standardtheorie gering. Doch was, wenn eines dieser Experimente erfolgreich ist und den Quantenkollaps belegt? Wäre es das Ende der Mysterien und Paradoxien der Quantentheorie?

»Es würde die Welt in zwei verschiedene Skalen einteilen«, vermutet Igor Pikovski, ein theoretischer Physiker am Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics in Cambridge. »Jenseits einer gewissen Grenze wäre die Quantenmechanik nicht mehr anwendbar. Aber auf kleineren Ebenen wäre sie noch gültig, und die gleichen philosophi-

schen Fragen würden uns in diesem Bereich weiterhin beschäftigen. Wir hätten eine Viele-Welten-Interpretation für Elektronen und Atome, aber nicht für den Mond. Es würde einige der Probleme nicht lösen, sondern eher komplizierter machen.«

CSL und ähnliche Modelle sind nur mehr erste Ansätze, beide Reiche miteinander zu verbinden. Sie sind noch keine ausgereiften Theorien, aber könnten dabei helfen, eine umfassendere Sicht auf die Realität zu entwickeln. Adler etwa meint dazu: »Ich persönlich glaube, wir werden die Quantenmechanik auf irgendeine Weise modifizieren müssen. Und ich sehe da auch gar kein Problem. 200 Jahre lang hielten alle die newtonsche Mechanik für exakt. Die meisten Theorien funktionieren in einem gewissen Bereich und in einem anderen nicht mehr. Dort brauchen wir dann einen allgemeineren Ansatz.«

Mehr Wissen auf Spektrum.de

Unser Online-Dossier zum Thema finden Sie unter www.spektrum.de/quantenphysik



SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT / DANIELA LEITNER

Bislang besteht die Quantenmechanik jeden Test. »Wir erleben keine Krise. Und genau das ist das Problem!«, sagt Weinberg. »In der Vergangenheit gab es Fortschritte, sobald wir Widersprüchen begegnet sind. Aber bei der Quantenmechanik ist es anders, hier gibt es keine Konflikte zwischen Theorie und Messungen. Die Schwierigkeit liegt eher darin, die reaktionären philosophischen Vorurteile von Menschen wie mir zu befriedigen.«

Trotz all der Seltsamkeiten der Quantenmechanik würden es viele Wissenschaftler gern einfach dabei belassen. Sie benutzen die Theorie für ihre Teilchenbeschleuniger und Dunkle-Materie-Detektoren, und sie halten nur selten inne, um sich Gedanken darüber zu machen, was sie mit der fundamentalen Natur der Realität zu schaffen hat.

»Die meisten Physiker zeigen da eine recht gesunde Einstellung«, resümiert Weinberg, »indem sie die Gleichungen anwenden, um die Grenzen unseres Wissens zu erweitern, während sie die philosophischen Fragen den kommenden Generationen überlassen.« Manche wollen allerdings nicht so lange warten. Bassi mahnt: »Einige Leute erzählen, die Welt sei laut der Quantenmechanik nun einmal seltsam, und wir hätten das zu akzeptieren. Dem widerspreche ich. Wenn etwas seltsam ist, müssen wir es besser verstehen.« ◀

QUELLEN

Norte, R. A. et al.: Mechanical Resonators for Quantum Optomechanics Experiments at Room Temperature. In: Physical Review Letters 116, 147202, 2016

Vinante, A. et al.: Improved Noninterferometric Test of Collapse Models Using Ultracold Cantilevers. In: Physical Review Letters 119, 110401, 2017