

## ZUM NACHDENKEN

# Die Larmor-Gleichung



Der irische theoretische Physiker und Mathematiker Joseph Larmor (1857–1942) war Inhaber des Lucasischen Lehrstuhls für Mathematik an der Universität Cambridge, den so bekannte Größen wie Isaac Newton, Paul Dirac und Stephen Hawking innehatten. Larmor formulierte eine Beziehung für das Verhalten von Elektronen in einem Magnetfeld, mit der sich auch die von einem Magnetar, einem Neutronenstern mit sehr starkem Magnetfeld, abgestrahlte Leistung berechnen lässt.

**Aufgabe 1:** Ein sich in einem Magnetfeld frei bewegendes Teilchen mit der elektrischen Ladung  $q$  und der Masse  $m$  erfährt die Lorentzkraft:  $F_L = q v B$ , wobei wir nur die Beträge der Vektoren  $\vec{F}_L$ ,  $\vec{v}$  und  $\vec{B}$  betrachten. Es wird vom Magnetfeld auf eine Spiralbahn gezwungen, wobei es wegen der fortwährenden Beschleunigung auf seiner Kurvenbahn Energie verliert. Diese strahlt es in Form von Photonen senkrecht zu den Magnetfeldlinien ab. In der Gleichung sind  $v$  die Geschwindigkeit des Teilchens senkrecht zu den Magnetfeldlinien mit  $v \ll c = 2,998 \cdot 10^8$  m/s ( $c$ : Lichtgeschwindigkeit) und  $B$  die magnetische Flussdichte. Der Bahnradius wird Larmor-Radius  $r$  genannt. Das Teilchen erfährt die Flieh-

kraft  $F_Z = m \omega^2 r$ . Wiederum betrachten wir nur die Beträge der Vektoren  $\vec{F}_Z$  und  $\vec{r}$ . Die Kreisfrequenz ist  $\omega = 2 \pi \nu$  und  $\nu$  die Larmor-Frequenz der Bewegung.

**a)** Für ein Elektron ( $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31}$  kg,  $q = e = 1,602 \cdot 10^{-19}$  C) bestimme man die Larmor-Frequenz, wenn  $B = 1$  G beträgt.

**b)** Man erstelle eine Gleichung für die Larmor-Frequenz in der Form  $\nu/\text{MHz} = k (B/\text{G})$ . Welcher Wert ergibt sich für  $k$ ?

**Aufgabe 2: a)** Die Leuchtkraft eines Magnetars lässt sich mit der Larmor-Gleichung berechnen:

$$L_m = \frac{32 \pi^4 (B R_{\text{NS}})^3 \sin^2 \alpha}{3 c^3 P_{\text{NS}}^4} \quad (1)$$

Für die typischen Werte der magnetischen Flussdichte  $B_{15} = 10^{15} \text{ G} = 10^{11} \text{ T} = 10^{15} \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{-1/2} \text{ s}^{-1}$ , des Magnetarradius  $R_{\text{NS}} = 10^4$  m, des Anstellwinkels  $\alpha = 30^\circ$  der Spiralbahn und der Rotationsperiode  $P_{\text{NS}} = 1$  ms des Magnetars ermittle man dessen Leuchtkraft  $L_m$ . **b)** Man bringe Gleichung (1) unter Nutzung der Werte aus Teil a) in die Form  $L_m = f(B_{15}^2, P_{\text{NS}})$ .

**Aufgabe 3:** Freie Elektronen in einem Magnetfeld lassen sich durch die Schrödingergleichung für einen harmonischen Oszillator beschreiben. Dessen Energieeigenwerte werden als Landau-Niveaus bezeichnet. Mit wachsender Stärke des Magnetfelds nimmt der Abstand der Niveaus immer weiter zu, bis als natürliche Grenze die Energiedifferenz die Ruhemasse des Elektrons erreicht. Dann gilt für die maximale magnetische Flussdichte:

$$B_e = 2 \pi m_e^2 c^2 / (e h).$$

Darin ist  $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$  J s das plancksche Wirkungsquantum. Wie groß ist diese Flussdichte? AXEL M. QUETZ

Ihre Lösungen senden Sie bitte an: Redaktion SuW – Zum Nachdenken, Haus der Astronomie, MPIA-Campus, Königstuhl 17, D-69117 Heidelberg, Fax: 06221 528377. E-Mail: [zum-nachdenken@sterne-und-weltraum.de](mailto:zum-nachdenken@sterne-und-weltraum.de). Einsendeschluss ist der 9. April 2021. Alle Leser, die bis einschließlich des Maihefts 2021 mindestens neun richtige Lösungen senden, werden bei der jährlichen Verlosung berücksichtigt. Bitte beachten Sie unsere Teilnahmebedingungen auf Seite 14! Sie können Ihre Datenschutzrechte nach Art. 15 ff. DSGVO ausüben, indem Sie uns unter [service@spektrum.de](mailto:service@spektrum.de) kontaktieren.

nes schnell rotierenden Schwarzen Lochs voraus, um das sich Materie der zerstörten Sterne in einem Torus sammelt. Hier waren ebenfalls Gammablitzte erwartet worden – in diesem Fall kurze Blitze mit weniger als zwei Sekunden Dauer. Dieses Szenario folgten Astronomen lange bevor ein solches Ereignis durch Gravitationswellen und einem zeitlich und räumlich koinzidenten Gammablitz am 17. August 2017 erstmals beobachtet wurde (siehe S. 26).

## Wie sich Magnetare verraten

Viele dieser kurzen Gammablitzte zeigen stundenlang andauernde Röntgenemission, die schließlich steil abbricht. Das gilt als Argument für die Aktivität eines vorübergehend stabilen Magnetars, der final zum Schwarzen Loch kollabiert.

Auch die extreme Leuchtkraft von superhellen Supernovae könnte – nach einer von zahlreichen konkurrierenden Hypothesen – von der Strahlungsenergie gespeist werden, die ein Magnetar in den ersten Stunden seiner Existenz durch seine gigantischen Magnetfelder und schnelle Rotation gemäß der Larmor-Formel produziert. Wenn diese Energiefreisetzung etliche Sekunden nach dem Beginn der Sternexplosion verzögert einsetzt, heizt sie die auseinanderstrebenden Stern gas e. Das hat aber kaum Einfluss auf die Bewegungsenergie der Supernova, die vom Neutrino mechanismus verursacht sein könnte. In der Tat zeigen die Explosionsenergien von superhellen Supernovae keinerlei charakteristische Unterschiede im Vergleich zu gewöhnlichen Kernkollaps-Supernovae.

Theoretische Arbeiten konnten all diese Szenarien bereits in vielen wichtigen Aspekten konkretisieren und quantitativ beleuchten. Eine entscheidende Frage aber blieb bislang ungeklärt: Woher kommen die extrem starken Magnetfelder von Magnetaren?

## Start mit starkem Magnetfeld

Nach einer gängigen Vorstellung könnten diese von hochmagnetisierten Vorläufersternen stammen. Ein Team von Astrophysikern aus Deutschland und Großbritannien um Fabian Schneider von der Universität Heidelberg und Sebastian Ohlmann von der Max Planck Computing and Data Facility in Garching publizierten eine diesbezügliche Arbeit in »Nature«. Dort führen sie die starken

## ZUM NACHDENKEN: Unser Sonnensystem



368 Seiten. Preis: 25 €. Bestell-Link:

<https://amzn.to/2sIYh6L>