



# Spektrum LIVE

VERANSTALTUNGSREIHE ZUM  
40-JÄHRIGEN JUBILÄUM DES VERLAGS  
SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT

In unserem Jubiläumsjahr laden wir Sie zu spannenden Vorträgen, lehrreichen Seminaren und Workshops ein. Lernen Sie Wissenschaft mit **Spektrum** in einem neuen Format kennen – live!

Auftakt der Veranstaltungsreihe mit einem Vortrag des Geruchsforschers

**Prof. Dr. Dr. Dr. habil. Hanns Hatt**

**Wann?** 12. April 2018, 19.00 Uhr

**Wo?** Heidelberg Laureate Forum Foundation,  
Kurfürstenanlage 52, 69115 Heidelberg

Jetzt Ticket sichern!

**Spektrum.de/live**



SIMON KUMM & SUSANNE SCHLE / WWW.FLORIAN-FREISTETTER.DE/BIIDER.HTML / CC BY-SA 3.0 / CREATIVECOMMONS.ORG/licenses/by-sa/3.0/legalcode

# FREISTETTERS FORMELWELT SPIELERISCHE MATHEMATIK

**Manche mathematischen Fragestellungen klingen nach reinem, zweckfreiem Vergnügen – aber nur auf den ersten Blick. Bei genauerer Betrachtung steckt fast immer mehr dahinter.**

Florian Freistetter ist Astronom, Autor und Wissenschaftskabarettist bei den »Science Busters«.  
» [spektrum.de/artikel/1527655](http://spektrum.de/artikel/1527655)

Stellen Sie sich vor, Sie wollen einen Garten mit zehn Apfelbäumen anlegen. Können Sie die Bäume so anordnen, dass es zwölf gerade Linien durch den Garten gibt, die jeweils genau drei Bäume treffen? Vermutlich haben Sie sich die Frage noch nie gestellt – macht nichts, die Antwort lautet Ja.

Es handelt sich um das so genannte Obstgartenproblem, und der britische Mathematiker James Joseph Sylvester (1814–1897) fand eine Formel für seine Lösbarkeit:

$$r \geq \left\lfloor \frac{1}{6}(n-1)(n-2) \right\rfloor$$

Hier bezeichnet  $n$  die Anzahl der Bäume und  $r$  die Anzahl der geraden Linien, die durch genau drei (punktförmige) Bäume gehen. Die merkwürdigen Klammern stehen für »Runden nach unten«:  $\lfloor x \rfloor$  ist die größte ganze Zahl  $\leq x$ . Die konkrete Anordnung der zehn Bäume, die wirklich zwölf solcher Geraden aufweist, ist weder offensichtlich noch besonders symmetrisch. Aber dank Sylvesters Formel wissen wir, dass sie existiert.

Seine Formel lässt sich auf Linien mit mehr als drei Bäumen verallgemeinern. Und sie hängt mit einer merkwürdigen Behauptung zusammen, die Sylvester 1893 aufstellte: Hat man eine vorgegebene Menge an Punkten, die alle in einer Ebene liegen, dann gibt es entweder eine Gerade, die durch exakt zwei von diesen Punkten verläuft, oder alle Punkte liegen auf einer Geraden. Wie so oft in der Mathematik ist dieser Satz leicht zu formulieren und zu verstehen, aber viel schwerer zu beweisen. Das gelang erst 1944 dem ungarischen Mathematiker Tibor Gallai, nachdem sich zuvor sein berühmter Landsmann Paul Erdős damit beschäftigt hatte. Heute heißt das Ergebnis Satz von Sylvester-Gallai.

Man mag ein wenig verwundert sein, warum sich Mathematiker mit solchen scheinbar unbedeutenden

Spielereien beschäftigen. Wer braucht denn schon einen Obstgarten mit dieser speziellen Anordnung? Bei derartigen Aussagen geht es jedoch nicht um die praktische Anwendung in der echten Welt. Der Mathematiker Joseph Malkevitch hat die Situation treffend zusammengefasst: »Manche leicht zu formulierenden Probleme in der Mathematik stechen trotz ihrer Schlichtheit heraus, weil sie nicht leicht zu lösen sind. Ein fruchtbares Problem kann jede Menge neue Ideen hervorbringen, die bis heute untersucht werden.«

Genauso war es auch beim Satz von Sylvester-Gallai. Seine Verallgemeinerungen spielen heute in der projektiven Geometrie und zahlreichen anderen Gebieten der Mathematik eine wichtige Rolle.

Hier zeigt sich etwas, was mich persönlich besonders fasziniert: Die Mathematik ist im Prinzip unerschöpflich. Sylvester selbst hat das in hervorragender Weise ausgedrückt: »Die Mathematik ist kein Buch, das von Buchdeckeln begrenzt wird. Sie ist kein Bergwerk, dessen Schätze nur eine endliche Anzahl von Adern füllen. Sie ist ohne Grenze. Ihre Möglichkeiten sind so unendlich wie die Welten, die sich im Blick der Astronomen drängen und sich unter ihrem Blick vervielfältigen.«

Als Astronom kann ich dieser poetischen Beschreibung der Mathematik nur voll und ganz zustimmen. Beiden Wissenschaften geht es hier gleich. Ob das Universum und seine Welten unendlich sind, wissen wir noch nicht. Wir wissen auch nicht, ob es irgendwann einmal keine neuen mathematischen Erkenntnisse mehr gibt und wir alle logisch denkbaren Zusammenhänge entdeckt haben werden. Aber ebenso wie die schiere Größe des Universums diese Frage irrelevant erscheinen lässt, legt auch die Komplexität der Mathematik nahe, dass wir noch für sehr lange Zeit neue Probleme finden und uns auf die Suche nach ihren Lösungen machen können.