

Spektrum PLUS+

Ihre Vorteile im Abonnement

Exklusive Extras und Zusatzangebote für alle Abonentinnen und Abonnenten von Magazinen des Verlags **Spektrum** der Wissenschaft

- ▶ Download des Monats (kostenfrei): im August **Spektrum** KOMPAKT »Die Zelle«
- ▶ Reduzierte digitale Produkte: im August »Außerirdisches Leben«, »Reptilien« und »Angst«
- ▶ Regelmäßige Einladungen zu digitalen Redaktionsbesuchen oder zu Vorträgen (kostenfrei)
- ▶ Monatliche Verlosung von Büchern und **Spektrum**-KOMPAKT-Ausgaben
- ▶ Vergünstigungen und Rabatte bei Partnerangeboten:
 - Onlinekurs: **Spektrum**-Schreibwerkstatt (Preisnachlass)
 - Spektrum**-Hörbücher von Fliegenglas (reduzierter Abopreis)
 - Englischkurs von Gymglish (2 Monate kostenlos)
 - iversity Onlinekurse (Preisnachlass): »Die Toolbox für Deine Karrieregestaltung«, »Psychological Pricing in Practice« und »So gelingt Mitarbeitermotivation wirklich«

Weitere Informationen und Anmeldung:

Spektrum.de/plus



FRANZI SCHÄDEL (FLORIAN-FREISTETTER.DE/PRESSE)/
CC BY-SA 4.0 (CREATIVCOMMONS ORG/LICENSING/SA/4.0/LEGALCODE)

FREISTETTERS FORMELWELT DAS PENDEL UND DER KOMET

Auf den ersten Blick scheint ein Pendel sehr einfach zu sein. Doch im Hintergrund läuft jede Menge höchst spannende Mathematik ab.

Florian Freistetter ist Astronom, Autor und Wissenschaftskabarettist bei den »Science Busters«.

► spektrum.de/artikel/1897528

Wer ein Studium absolviert, das auch nur ein bisschen mit Naturwissenschaft zu tun hat, wird früher oder später mit dem »mathematischen Pendel« konfrontiert. Es beschreibt eine punktförmige Masse, die an einer masselosen Stange aufgehängt ist und nur in einer Ebene hin- und herschwingt, ohne dabei von Luftwiderstand oder anderen Effekten gestört zu werden.

In der echten Welt kann es so ein Objekt natürlich nicht geben. Dafür lässt es sich aber leicht in Formeln fassen. Diese zu lösen, kann allerdings erstaunlich schwierig sein. Ein klassisches Ergebnis für die Schwingungsdauer T_0 sieht zum Beispiel so aus:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Man erkennt, dass es – bei vorgegebener Schwerebeschleunigung g – allein von der Länge l abhängt, wie lang das Pendel für eine Schwingung braucht. Die Formel ist jedoch nur eine Näherungslösung für den Fall kleiner Auslenkungen. Für beliebig große Amplituden lässt sich die Bewegungsgleichung nicht mehr exakt lösen. Das hat mich durchaus überrascht: Ich hatte nicht damit gerechnet, dass etwas so Simples so komplex sein kann.

Das Pendel begegnete mir später im Studium nochmals, als es um die Definition von Chaos ging. Denn das einfache Konstrukt kann zwei unterschiedliche Arten von Schwingungen durchführen: Es kann hin- und herpendeln oder – mit ausreichend Energie angeschubst – einen vollständigen Kreis beschreiben. Die Grenze zwischen beiden Zuständen heißt »Separatrix«, und eine chaotische Bewegung findet immer dann statt, wenn sie überschritten wird. Das geschieht etwa,

wenn ein Pendel von der schwingenden in die rotierende Phase wechselt, weil von außen eine Kraft einwirkt.

Im Lauf meiner wissenschaftlichen Arbeit habe ich das Pendel schätzen gelernt und immer wieder gern mit den entsprechenden mathematischen Gleichungen herumgespielt. Möchte man etwa die chaotische Bewegung der Himmelskörper verstehen, kommt man ohne sie nicht aus. Meine Lieblingsgeschichte zur Pendelmathematik stammt aus dem Jahr 1755: Damals hat der französische Uhrmacher Jean André Lepaute das Buch »Traité d'horlogerie« veröffentlicht.

Ebenfalls an der Arbeit beteiligt – wenn auch nicht als Autorin aufgeführt – war Nicole-Reine Lepaute, seine Frau. Von ihr stammt unter anderem eine Tabelle am Ende des Werks, aus der man die Schwingungsdauer unterschiedlich langer Pendel ablesen kann beziehungsweise die für eine gewünschte Dauer nötige Länge. Möchte man eine Uhr bauen, ist das sicherlich nützlich. Nicole-Reine Lepaute ging mit ihrer Arbeit aber weit darüber hinaus; der letzte Eintrag der Tabelle beschreibt ein Pendel, das für eine Schwingung eine Stunde benötigt und dafür zirka 12000 Kilometer lang sein muss.

Es scheint, als hätte sie aus Spaß an der Physik gerechnet. Zumindest in diesem Fall; denn später hat sie sich durchaus mit praktischer Forschung beschäftigt. Gemeinsam mit dem Mathematiker Alexis Clairaut und dem Astronomen Jérôme Lalande berechnete sie die von Jupiter und Saturn auf den Halleyschen Kometen ausgeübten gravitativen Störungen. Sie kamen zu dem Ergebnis, dass der Himmelskörper einige Wochen später auftauchen würde als bis dahin angenommen, und lagen damit absolut richtig.

Diese Anwendung der »Störungsrechnung« war ein bemerkenswertes Resultat. Lepautes Beitrag können wir jedoch nur dank Lalande würdigen. Während Clairaut die Arbeit einer Frau nicht anerkennen wollte, hatte der Astronom damit keine Probleme und erklärte explizit, dass man die Aufgabe ohne ihre Fähigkeiten nicht hätte lösen können. Manchmal muss eine Frau den Männern eben zeigen, wo das Pendel hängt!