



FRANK SCHÄPEL (GERMAN FREISTETTER DE/PRESSE) / CC BY-SA 4.0 (REATTICOMMONS ORIGINALS/FR-SA/4.0/LEGAL/0001)

FREISTETTERS FORMELWELT DIE REGEL, DER DIE WELT GEHORCHT

Man braucht nur vier Symbole, um eines der grundlegendsten Prinzipien der Natur darzustellen. Neben dem Verhalten von Licht beschreibt es auch den effizientesten Weg für Rettungsschwimmer.

Florian Freistetter ist Astronom, Autor und Wissenschaftskabarettist bei den »Science Busters«.

► spektrum.de/artikel/1736706

Die Vorlesung »Theoretische Physik 1« hat mich in meinem Studium am meisten sowohl fasziniert als auch gefordert. Selbst wenn die dazugehörige Mathematik – zumindest für mich – schwer zu verstehen war, beeindruckten mich die damit beschriebenen Erkenntnisse. Ganz besonders ist mir eine Formel im Gedächtnis geblieben, die auf dem Umschlag meines Lehrbuchs abgebildet war:

$$\delta S = 0$$

Nur vier simple Symbole – und trotzdem steckt darin ein erstaunlich großer Teil der theoretischen Physik. S entspricht dabei der so genannten Wirkung, und der griechische Buchstabe δ symbolisiert die mathematische Operation der Variation. In Worten übersetzt besagt die obige Formel: »Die erste Variation der Wirkung verschwindet«, was Physiker als hamiltonsches Prinzip bezeichnen.

Die Gleichung beschreibt das Verhalten dynamischer Systeme, etwa die Bewegung eines Teilchens im Lauf der Zeit. Solche Probleme kann man ganz klassisch mit den Gesetzen der newtonschen Mechanik lösen. Das 1834 vom irischen Physiker und Mathematiker William Hamilton formulierte Prinzip ist dazu ebenso in der Lage, geht aber noch weit darüber hinaus.

Schon lange vor Hamilton hatte der französische Gelehrte Pierre de Fermat im 17. Jahrhundert ein ähnliches Gesetz hergeleitet. Damals wollte er verstehen, wie Licht sich bewegt, wenn es von einem Medium in ein anderes wechselt. Tritt ein Lichtstrahl zum Beispiel von der Luft aus in Wasser ein, wird er gebrochen, das heißt, er ändert seine Richtung. Aber welchen Weg legt er dabei zurück? Fermats Lösung: Licht nimmt immer die Strecke mit der kürzesten Laufzeit. Das muss nicht zwingend der minimalen Strecke entsprechen.

Angenommen, jemand möchte eine ertrinkende Person retten. Wie kommt man am schnellsten vom Strand zu ihr ins Meer? Der kürzeste Weg wäre eine gerade Linie. An Land ist man jedoch meist schneller als im Wasser. Es kann sich daher lohnen, ein wenig länger am Strand zu laufen, um die Zeit im Meer zu verkürzen. Rennt man zu lange an Land, verliert man den gewonnen Vorsprung wieder. Es gibt einen optimalen Punkt, an dem man ins Wasser eintauchen sollte, um die Zeit zu minimieren.

Genauso bewegt sich Licht von einem Medium ins andere. Die genannten Beispiele sind aber nur Spezialfälle des allgemeineren hamiltonschen Prinzips. Man kann jeder Bewegung eine Wirkung zuordnen. Um diese zu berechnen, benötigt man die so genannte Lagrange-Funktion, welche die Differenz aus kinetischer und potenzieller Energie darstellt. Von allen möglichen Bewegungen wird in der Natur diejenige realisiert, bei der die Wirkung einen Extremwert annimmt. Oft (aber nicht immer) ist das der kleinstmögliche Wert, weswegen das hamiltonsche Prinzip auch als »Prinzip der kleinsten Wirkung« bekannt ist.

Genau das beschreibt die elegante Formel: In der Natur treten nur dynamische Zustände auf, bei denen die Variation der Wirkung verschwindet – was aus mathematischer Sicht bedeutet, dass sie einen Extremwert annimmt. Aus diesem Prinzip kann man die gesamte klassische Mechanik ableiten; es lässt sich jedoch genauso auf die Quantenmechanik und die Relativitätstheorie anwenden.

Ich war damals, am Anfang meines Studiums, extrem beeindruckt, dass vier Symbole ausreichen, um ein so fundamentales Verhalten der Natur zu beschreiben. Natürlich braucht man am Ende doch sehr viel mehr Mathematik, wenn man daraus alle Details ableiten und verstehen will. Aber die Eleganz des hamiltonschen Prinzips fasziniert mich noch heute.