ERLEBEN SIE DEN ZAUBER DES NORDLICHTS

SEIT JEHER begeistern die eindrucksvollen Nordlichter all jene, die dieses einzigartige Naturphänomen zu sehen bekommen. Wie fantastische Lichtgemälde erhellen zarte Schleier die tiefdunkle Winternacht. Erleben Sie die Faszination des Sternen- und Polarhimmels mit seinen Farben und Lichtern im nordischen Winter. Begleitet wird diese Themenreise von unserem Experten Dr. Beat Fischer. Seine große Leidenschaft ist die Astronomie und deren Sternbilder. Gemeinsame Beobachtungen und Erläuterungen am nächtlichen Himmel gehören zu den Highlights auf dieser Schiffsreise. Lassen Sie sich von den arktischen Nächten verzaubern.

FÜR UNSERE LESERINNEN UND LESER haben wir eine nordwärts gehende und eine südwärts gehende Reise aus dem Hurtigruten-Programm ausgewählt. Diese werden mit Glur Reisen in Basel durchgeführt. **Abonnenten erhalten für sich und eine weitere Person bei der Buchung einen Nachlass auf den Reisepreis.** Die Reise wird ab und bis Zürich begleitet; andere Abflughäfen sind auf Anfrage buchbar.

Termine:
Auf der Jagd nach dem Nordlicht – nordgehend: 2.3.–8.3. 2019
Auf der Jagd nach dem Nordlicht – südgehend: 7.3.–13.3. 2019

Weitere Informationen und Buchung:

Spektrum.de/plus

Spektrum PLUS+

GLUR REISEN

HURTIGRUTEN

FREISTETTERS FORMELWELT
MATHEMATISCHES TISCHERÜCKEN

Vermeintlich Offensichtliches ist aus mathematischer Sicht alles andere als trivial – und umgekehrt.

Florian Freistetter ist Astronom, Autor und Wissenschaftskabarettist bei den »Science Busters«.

▸▸ spektrum.de/artikel/1587638

Ein sehr gutes Beispiel für die rigorose Sorgfalt, die beim mathematischen Denken notwendig ist, liefert der so genannte Zwischenwertsatz aus der elementaren Analysis:

$$\forall u \in [f(a), f(b)] \, \exists c \in [a, b] : f(c) = u$$

In dieser formalisierten Darstellung geht es um eine mathematische Funktion f, die jeder reellen Zahl x im Intervall $[a,b]$ einen reellen Wert $f(x)$ zuordnet. Die Funktion muss außerdem stetig sein, darf also – vereinfacht gesagt – keine Sprünge aufweisen.

Sind diese Voraussetzungen erfüllt, dann besagt der Zwischenwertsatz, dass man zu jeder Zahl u, die zwischen $f(a)$ und $f(b)$ liegt, mindestens eine Zahl c finden kann, die beim Einsetzen in die Funktion den Wert u liefert. Anders ausgedrückt: Die Funktion f nimmt jeden Wert zwischen $f(a)$ und $f(b)$ an.

Ist insbesondere $f(a)$ kleiner als null und $f(b)$ größer, dann muss die Funktion f irgendwann den Wert null annehmen. Wenn die Funktion zum Beispiel die Temperatur beschreibt, und es hatte im Januar –10 Grad und im Juli +30 Grad, dann muss es irgendwann dazwischen mindestens einmal einen Zeitpunkt gegeben haben, an dem die Temperatur genau null Grad betrug.

Diese Aussage erscheint so offensichtlich, dass man sich fragt, wieso überhaupt jemand auf die Idee kommt, sie in dieser seltsamen Formelsprache aufzuschreiben und dann auch noch streng beweisen zu wollen. Und tatsächlich hat man das lange Zeit nicht getan. Bis zum 19. Jahrhundert hielten viele Mathematiker den Zwischenwertsatz für so offenkundig, dass er keines Beweises bedurfte.

Als aber die Mathematik immer komplexer wurde, stieg der Bedarf nach einer absolut sicheren logischen und formalen Grundlage. Nichts konnte einfach so vorausgesetzt werden, egal wie plausibel es erscheinen mochte. Und auch für den Zwischenwertsatz musste eine vernünftige Formulierung mitsamt Beweis her, was die Mathematiker Bernard Bolzano und Augustin-Louis Cauchy zu Beginn des 19. Jahrhunderts erledigten.

So bieder und offensichtlich der Satz auch erscheinen mag – man kann durchaus überraschende Aussagen aus ihm ableiten. Wenn zum Beispiel im Biergarten der Tisch auf unebenem Untergrund steht und wackelt, kann man das Problem mit einem Bierdeckel lösen – oder auch mit dem Zwischenwertsatz.

Nehmen wir einen vierbeinigen Tisch, dessen Füße die Ecken eines Quadrats bilden. Drei von ihnen berühren immer den Boden; aber das vierte hängt vielleicht in der Luft. Dreht man den Tisch nun ganz langsam um 90 Grad um seinen Mittelpunkt und zwingt dabei die drei Beine, die anfangs den Boden berühren, das in jedem Moment weiterhin zu tun, dann nimmt am Ende das erste Bein die Anfangsposition des zweiten ein und das zweite die des dritten; das dritte steht jetzt auf dem Boden, und das vierte? Das muss in den Boden eindringen, sonst hätte der Tisch in der Anfangsposition nicht gewackelt.

Also war der Abstand zwischen viertem Tischbein und Boden zuerst positiv, nun ist er negativ, somit muss er nach dem Zwischenwertsatz irgendwann null gewesen sein. Das ist die gesuchte Position, in der alle vier Beine auf dem Boden stehen.

Der streng mathematische Beweis für diese Aussage ist nicht leicht zu führen. So einfach ist es gar nicht, in diesem Fall die Funktion f zu definieren. Nachdem das Problem des wackelnden Tisches in den 1970er Jahren das erste Mal formuliert wurde, hat es bis zu einer Lösung mehr als 30 Jahre gedauert. Und die gilt nur unter der Voraussetzung, dass der Boden nicht um mehr als 35 Grad geneigt ist.

Ob man sich allerdings beim Personal beliebt macht, wenn man die Tische im Biergarten dreht, ist eine ganz andere Frage. Doch dafür ist die Mathematik dann nicht mehr zuständig.