

## Zauberkunststücke?

*In den mathematischen Unterhaltungen ging es um einen neuen fünfeckigen Stein, mit dem man die Ebene lückenlos bedecken kann («Unordentliche Fünfeckspflasterungen», November 2015, S. 62).*

### Friedrich Lederer, Bad Reichenhall:

Der Artikel mutet mich ein bisschen an wie eine Zaubervorstellung, bei der der Magier getreu den Regeln der Zunft den Zauberspruch nicht verrät. Im Grunde geht es darum, aus den drei in der Ebene deckend aneinanderfügbaren Flächen Dreieck, Viereck und Sechseck jeweils ein Fünfeck so zu konstruieren oder Fünfecke einzuschreiben, dass das nahtlose Aneinanderfügen möglich bleibt.

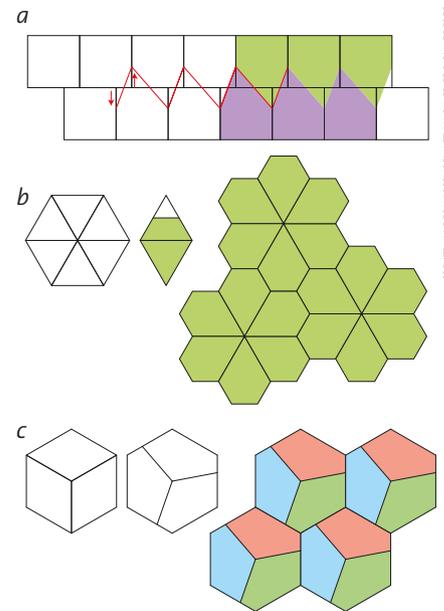
Beim Viereck kann man an einem Punkt an einer der Seiten ziehen und so ein Fünfeck konstruieren (siehe Bild, a). Das kann man symmetrisch machen oder asymmetrisch. Wenn man die Zeichnung auf eine Gummimatte aufträgt, kann man diese in die eine oder andere Richtung dehnen. Macht man das diagonal, dann kommt in etwa die

Abbildung 1 auf S. 62 des Artikels heraus. Auch an den durchgehenden Linien kann man hin- und herschieben. Unendliche Vielfalt!

Beim Dreieck muss man zum Erzeugen eines Fünfecks zum Beispiel an einer Seite an zwei Punkten zupfen. Macht man das (beim gleichseitigen Dreieck) so, dass die neu hinzukommende Fläche das Nachbardreieck gerade bis zur halben Höhe ausfüllt, also die neuen kurzen Seiten genau halb so lang sind wie die alten, kann man das so entstandene Fünfeck lückenlos in der Ebene verpfastern (b). In der Abbildung 5 auf S. 63 sind die neuen Punkte etwas im Uhrzeigersinn verschoben, und zwar so, dass die Deckung immer noch funktioniert.

Beim Sechseck gibt es zwei Möglichkeiten:

➤ Man zieht vom Mittelpunkt aus drei Linien zu den Ecken, so dass es aussieht wie die Darstellung eines Würfels, und dreht dann dieses »Dreibein« um einen beliebigen Winkel. Dadurch zerlegt man das Sechseck in drei kongruente Fünfecke, und die Sechsecke verpfastern die Ebene (c und Abbildung 3 auf S. 63 des Artikels).



SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT, NACH FRIEDRICH LEDERER

**Ausgehend von Vier- (a), Drei (b)- und Sechsecken (c) ergeben sich mit wenig Aufwand Möglichkeiten, die Ebene lückenlos mit Fünfecken zu pflastern.**

➤ Man konstruiert mit elementaren Mitteln ein – nicht gleichseitiges – Sechseck, das seinerseits aus vier kongruenten Fünfecken besteht. (Details der Konstruktion siehe Onlineversion

**Spektrum**  
DER WISSENSCHAFT

**Chefredakteur:** Prof. Dr. phil. Dipl.-Phys. Carsten Könneker M.A. (v.i.S.d.P.)

**Redaktionsleiter:** Dr. Hartwig Hanser

**Redaktion:** Mike Beckers, Thilo Körkel, Dr. Klaus-Dieter Linsmeier, Dr. Christoph Pöppe, Dr. Frank Schubert, Dr. Adelheid Stahnke;

E-Mail: redaktion@spektrum.de

**Ständiger Mitarbeiter:** Dr. Felicitas Mokler, Dr. Michael Springer, Dr. Gerd Trageser

**Art Direction:** Karsten Kramarczik

**Layout:** Sibylle Franz, Oliver Gabriel, Anke Heinzlmann, Claus Schäfer, Natalia Schäfer

**Schlussredaktion:** Christina Meyberg (Ltg.), Sigrid Spies, Katharina Werle

**Bildredaktion:** Alice Krüßmann (Ltg.), Anke Lingg, Gabriela Rabe

**Redaktionsassistent:** Barbara Kuhn

**Assistenz des Chefredakteurs:** Hanna Hillert

**Verlag:** Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH,

Postfach 10 48 40, 69038 Heidelberg;

Hausanschrift: Slevogtstraße 3–5, 69126 Heidelberg,

Tel. 06221 9126-600, Fax -751;

Amtsgericht Mannheim, HRB 338114

**Redaktionsanschrift:** Postfach 10 48 40, 69038 Heidelberg,

Tel. 06221 9126-711, Fax 06221 9126-729

**Geschäftsleitung:** Markus Bossle, Thomas Bleck

**Herstellung:** Natalie Schäfer, Tel. 06221 9126-733

**Marketing:** Annette Baumbusch (Ltg.), Tel. 06221 9126-741,

E-Mail: service@spektrum.de

**Einzelverkauf:** Anke Walter (Ltg.), Tel. 06221 9126-744

**Übersetzer:** An diesem Heft wirkten mit:

Dr. Markus Fischer, Dr. Claudia Hecker, Dr. Ingrid Horn, Dr. Rainer Kayser, Dr. Tina Schlafly, Dr. Michael Springer, Dr. Gerd Trageser.

**Leser- und Bestellservice:** Helga Emmerich, Sabine Häusser,

Ute Park, Tel. 06221 9126-743, E-Mail: service@spektrum.de

**Vertrieb und Abonnementverwaltung:**

Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH,

c/o ZENIT Pressevertrieb GmbH, Postfach 81 06 80,

70523 Stuttgart, Tel. 0711 7252-192, Fax 0711 7252-366,

E-Mail: spektrum@zenit-presse.de,

Vertretungsberechtigter: Uwe Bronn

Die Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH ist Kooperationspartner der Nationale Institut für Wissenschaftskommunikation gGmbH (NaWik).

**Bezugspreise:** Einzelheft € 8,20 (D/A) / € 8,50 (L) / sFr. 14,-;

im Abonnement € 89,- für 12 Hefte; für Studenten

(gegen Studiennachweis) € 69,90. Abonnement Ausland:

€ 97,40, ermäßigt € 78,30. E-Paper € 60,- im Jahresabonnement

(Vollpreis); € 48,- ermäßigter Preis auf Nachweis.

Zahlung sofort nach Rechnungserhalt. Konto: Postbank

Stuttgart, IBAN: DE52600100700022706708, BIC: PBNKDEFF

Die Mitglieder des Verbands Biologie, Biowissenschaften und

Biomedizin in Deutschland (VBIO) und von Mensa e.V. erhalten

SdW zum Vorzugspreis.

**Anzeigen:** iq media marketing gmbh, Verlagsgruppe

Handelsblatt GmbH, Gesamtbereichsleitung: Michael

Zehntmaier, Tel. 040 3280-310, Fax 0211 887 97-8550;

Anzeigenleitung: Anja Väterlein, Speersort 1, 20095 Hamburg,

Tel. 040 3280-189

**Druckunterlagen an:** iq media marketing gmbh, Vermerk:

Spektrum der Wissenschaft, Kasernenstraße 67,

40213 Düsseldorf, Tel. 0211 887-2387, Fax 0211 887-2686

**Anzeigenpreise:** Gültig ist die Preisliste Nr. 37 vom 1.1.2016.

**Gesamtherstellung:** L.N. Schaffrath Druckmedien GmbH & Co.

KG, Marktweg 42–50, 47608 Geldern

Sämtliche Nutzungsrechte an dem vorliegenden Werk liegen bei der Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH. Jegliche Nutzung des Werks, insbesondere die Vervielfältigung, Verbreitung, öffentliche Wiedergabe oder öffentliche Zugänglichmachung, ist ohne die vorherige schriftliche Einwilligung des Verlags unzulässig. Jegliche unautorisierte Nutzung des Werks berechtigt den Verlag zum Schadensersatz gegen den oder die jeweiligen Nutzer. Bei jeder autorisierten (oder gesetzlich gestatteten) Nutzung des Werks ist die folgende Quellenangabe an branchenüblicher Stelle vorzunehmen: © 2016 (Autor), Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH, Heidelberg. Jegliche Nutzung ohne die Quellenangabe in der vorstehenden Form berechtigt die Spektrum der Wissenschaft Verlagsgesellschaft mbH zum Schadensersatz gegen den oder die jeweiligen Nutzer.

Wir haben uns bemüht, sämtliche Rechteinhaber von Abbildungen zu ermitteln. Sollte dem Verlag gegenüber der Nachweis der Rechtsinhaberschaft geführt werden, wird das branchenübliche Honorar nachträglich gezahlt. Für unaufgefordert eingesandte Manuskripte und Bücher übernimmt die Redaktion keine Haftung; sie behält sich vor, Leserbriefe zu kürzen.

ISSN 0170-2971

**SCIENTIFIC AMERICAN**

75 Varick Street, New York, NY 10013-1917

Editor in Chief: Mariette DiChristina, President: Steven

Inchcombe, Executive Vice President: Michael Florek, Vice

President and Associate Publisher, Marketing and Business

Development: Michael Voss



Erhältlich im Zeitschriften- und Bahnhofsbuchhandel und beim Pressefachhändler mit diesem Zeichen.



dieses Leserbriefs unter [www.spektrum.de/artikel/1368114](http://www.spektrum.de/artikel/1368114); die Redaktion.) Die Sechsecke aneinandergelegt ergeben ein Kairo-Pflaster (Abbildung 4 auf S. 63 und Bild S. 64 oben).

Auch die Abbildungen 7, 11 und 12 auf S. 62 sind aneinandergereihte Sechsecke, ein bisschen versetzt und auf Zahnücke gesetzt. Wirklich beeindruckt hat mich die Abbildung 10 auf S. 63 – da ist ein neuer Ansatz zu erkennen.

#### **Antwort des Autors Christoph Pöppe:**

Anders als die Zauberer haben die Mathematiker keine Hemmungen, ihre Tricks zu verraten (siehe die Literaturhinweise zum Artikel). Nur sind in diesem Fall die Tricks äußerst zahlreich und gehen weit über die von Herrn Lederer genannten Rezepte hinaus.

Was die unendlich vielen Varianten eines Prinzips angeht, empfehle ich die Website aus »Wolfram Demonstrations« zum Thema: <http://demonstrations.wolfram.com/PentagonTilings/>. Dort finden sich zu jeder Pflasterung kleine Schieberegler, mit denen man Parameter – falls vorhanden – variieren kann.

## Der Energiebedarf des menschlichen Gehirns

*Unsere nächsten Verwandten hatten laut archäologischen und genetischen Befunden höhere geistige Fähigkeiten als bisher angenommen (»Verkannte Neandertaler«, Oktober 2015, S. 28).*

**Dieter Böning, Berlin:** In dem Artikel taucht wieder die gängige Behauptung auf, dass das große menschliche Gehirn besonders viel Energie verbraucht. Dabei wird aber übersehen, dass Fett (10 bis 20 Prozent der Körpermasse), Bindegewebe und Knochen nur einen sehr niedrigen Stoffwechsel haben und dass auch die untätige Muskulatur (35 bis 40 Prozent der Körpermasse) bis auf Atemmuskeln und Herz sehr wenig Energie verbraucht. Wenn man sich bewegt, steigt der Energieumsatz der Muskeln stark an, während das Gehirn nur wenig mehr verbraucht. Die üblichen Anga-

ben über den prozentualen Energieumsatz des Gehirns beziehen sich auf Grundumsatzbedingungen. Das heißt Körperruhe: keine Muskeltätigkeit außer für Atmung und Kreislauf, keine Verdauung, keine Temperaturregulation. Das Gehirn (1200 bis 1400 Gramm) verbraucht dann 18 Prozent, die kaum größere Leber (1500 Gramm) aber sogar 26 Prozent der Energie. Das Gehirn ist also gar nicht so anspruchsvoll wie oft behauptet. Bei normaler Alltagsaktivität ohne schwere körperliche Arbeit steigt der Gesamtumsatz um etwa 33 Prozent. Bei regelmäßiger, schwerer körperlicher Arbeit, die man bei einem laufenden Jäger wohl annehmen kann, nimmt der Umsatz sogar um 160 Prozent zu. Der Anteil des Gehirns sinkt entsprechend auf etwa 15 bis 8 Prozent, da es seinen Energiebedarf bei Muskelarbeit nur wenig erhöht.

## Juristische und moralische Fragen

*Die Philosophen Alexander Hevelke und Julian Nida-Rümelin dachten darüber nach, wie sich autonome Fahrzeuge in einer Unfallsituation verhalten sollen (»Intelligente Autos im Dilemma«, Oktober 2015, S. 82).*

**Samuel Fleischhacker, Fürstenfeldbruck:** Der Artikel geht von einer Annahme über autonome Fahrzeuge aus, die nicht unbedingt zutrifft und weitreichende Konsequenzen hat: Muss ein autonomes Fahrzeug besetzt sein? Wird autonomes Fahren erlaubt, wird es sich in Speditionen durchsetzen – unbemannt. Lohnkosten sind immer ein erheblicher Kostenfaktor, insbesondere, wenn auch noch unabdingbare Ruhezeiten mangels Fahrer wegfallen. Wie fällt die beschriebene Unfallsituation aus, wenn das autonome Fahrzeug unbemannt unterwegs ist? Ich hoffe, dass es zumindest dann den entgegenkommenden Lastwagen rammt, wenn dieser ebenfalls unbemannt ist.

Hieraus ergibt sich aber zwingend, dass autonomer Verkehr ohne gegenseitige Kommunikation nicht möglich sein darf. Ansonsten nimmt man in

FOLGEN SIE UNS  
IM INTERNET



[www.spektrum.de/facebook](http://www.spektrum.de/facebook)



[www.spektrum.de/youtube](http://www.spektrum.de/youtube)



[www.spektrum.de/googleplus](http://www.spektrum.de/googleplus)



[www.spektrum.de/twitter](http://www.spektrum.de/twitter)

Kauf, dass es ohne zwingende Notwendigkeit zu Personenschäden kommt. Eine sinnvolle Ergänzung wäre zudem, Fußgänger zu integrieren. Ideen, Fußgängern zu signalisieren, etwa mit einer blau leuchtenden Kühlerpartie, dass sie von einem autonomen Fahrzeug erkannt wurden und gefahrlos die Straße überschreiten können, gibt es bereits.

Eine weitere Stufe: ein Antikollisionssystem wie bei Flugzeugen. Wie schön wäre es, wenn spielende Kinder oder beim Schulende herausströmende Kinderscharen den Verkehr automatisch sperren würden. Oder im beschriebenen Szenario die beiden Fußgänger gerade noch rechtzeitig zurückspringen können, weil sie ihr Smartphone warnt.

## BRIEFE AN DIE REDAKTION

... sind willkommen! Schreiben Sie uns auf [www.spektrum.de/leserbriefe](http://www.spektrum.de/leserbriefe) oder schreiben Sie mit Ihrer kompletten Adresse an:

Spektrum der Wissenschaft  
Leserbriefe  
Sigrid Spies  
Postfach 10 48 40  
69038 Heidelberg

oder per E-Mail: [leserbriefe@spektrum.de](mailto:leserbriefe@spektrum.de)

Die vollständigen Leserbriefe und Antworten der Autoren finden Sie ebenfalls unter: [www.spektrum.de/leserbriefe](http://www.spektrum.de/leserbriefe)