PHYSIKALISCHE UNTERHALTUNGEN

Nur zwölf Stufen bis zur Ewigkeit

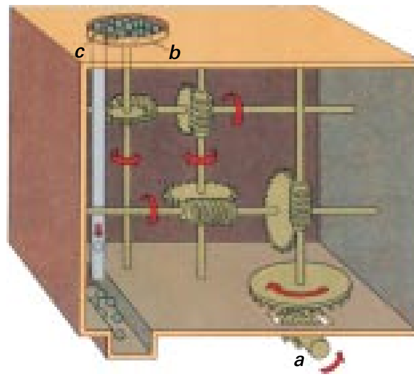
Untersetzungsgetriebe machen große Zahlen überschaubar klein – mitunter so klein, dass sie von null nicht zu unterscheiden sind.

Von Wolfgang Bürger

Zählen: Wer auf einer weiten Fahrt die Wegstrecke messen oder die Anzahl der Schritte auf einem langen Fußmarsch zählen möchte, darf keine Angst vor großen Zahlen haben. Die Räder eines 26-Zoll-Fahrrads, die mit Luftbereifung rund zwei Meter Umfang haben, drehen sich schon auf den ersten beiden Kilometern einer Radtour tausendmal um ihre Achse. Auf einem Tagesmarsch von 25 Kilometern macht der Wanderer mehr als 30 000 Schritte (von durchschnittlich achtzig Zentimeter Länge). Kinder mit ihren kurzen Beinen müssen entsprechend öfter tippeln.

Wie alle eintönigen Tätigkeiten ermüdet Zählen die Sinne. Deshalb raten wir den Kindern, die jeden Abend von neuem behaupten, noch nicht müde zu sein, die Schäfchen auf einer Wiese voll bunter Blumen zu zählen.

In vielen Generationen vor uns haben sich Ingenieure überlegt, wie sich die Mühe des Zählens vermeiden ließe, und mechanische Wegmesser erfunden, die entsprechend den Möglichkeiten der Zeit die Länge des Wegs selbsttätig registrierten, indem ein Messrad auf dem Boden abrollte. Die Nachkommen ihrer Geräte finden noch heute auf Sportplätzen Verwendung und erinnern an ihre lange Geschichte, die sich bis zu Vitruv (um 84 – 26 v. Chr.) und Heron von Alexandria (lebte etwa um 100 n. Chr.) zurückverfolgen lässt. Moderne Wegmesser unterscheiden sich von ihren Ahnen weniger in der Technik der Messung als durch die Art der Registrierung.



AB NORDBOK, GÖTEBORG, SCHWEDEN

Rekonstruktion von Herons Streckenmesser. Eine Achse des Wagens trieb über ein Zahnrad *(a)* vier Schneckentriebe hintereinander. Das letzte Zahnrad gab über eine Lochscheibe *(b)* den Weg für den Zählstein *(c)* frei.

Wie genau misst ein solches Messrad? Große Unebenheiten des Untergrunds (größer als sein Durchmesser $2r$) fährt es getreulich nach und misst dabei einen längeren als den direkten Weg. Auch bei kleinen Unebenheiten überschätzt es die Weglänge, indem es den Abstand l der Unebenheiten durch einen Bogen s des Rads ersetzt. Die relative Verlängerung des Wegs $(s-l)/l$ ist aber in erster Näherung gleich $(l/r)^2/24$ und damit vernachlässigbar klein, wenn das Rad groß ist ($r \gg l$).

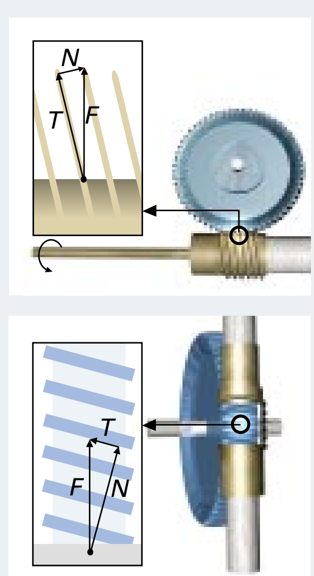
Wegmesser und Schrittzähler: Schon Vitruvs Wegmesser registrierte den Weg mit großer Untersetzung. Bei einer ganzen Umdrehung des Messrads wurde ein Zahnrad mit $N = 400$ Zähnen durch einen Mitnehmer an der Radwelle um einen einzigen Zahn weiterbewegt. Erst nach vollendeter Umdrehung dieses Zahnrads fiel ein rundes Zählsteinchen aus dem Vorratsbehälter in ein bronzenes Sammelgefäß im Innern des Messwagens. Für eine Überschlagsrechnung werde die Meile zu $M = 1500$ Meter angenommen. Dann muss das Messrad den Radius $r = M/2\pi N$ oder 0,60 Meter haben, wenn jedes Steinchen einer Meile des Wegs entsprechen soll. Nach der Fahrt waren allerdings die vielen Steine im Sammelbehälter zu zählen.

Von Herons Streckenmesser fehlen uns genaue Angaben. Aus der Beschreibung in Sigvard Strandhs schönem Buch »Die Maschine« lässt sich entnehmen, dass die Bewegung des Messrads vierfach durch Schneckentriebe untersetzt war. Bei einem Untersetzungsverhältnis q in jeder Stufe fuhr das Gerät daher den Weg $W = 2\pi r q^{-4}$, bevor die nächste Steinkugel in den Sammelbehälter fiel. Falls Herons Messrad denselben Radius r wie das von Vitruv hatte und $q = 1:20$ gesetzt wird, registrierte jede Steinkugel eine Strecke von über 600 Kilometern. Schneckentriebe erlauben erstaunlich große Untersetzungen (siehe unten).

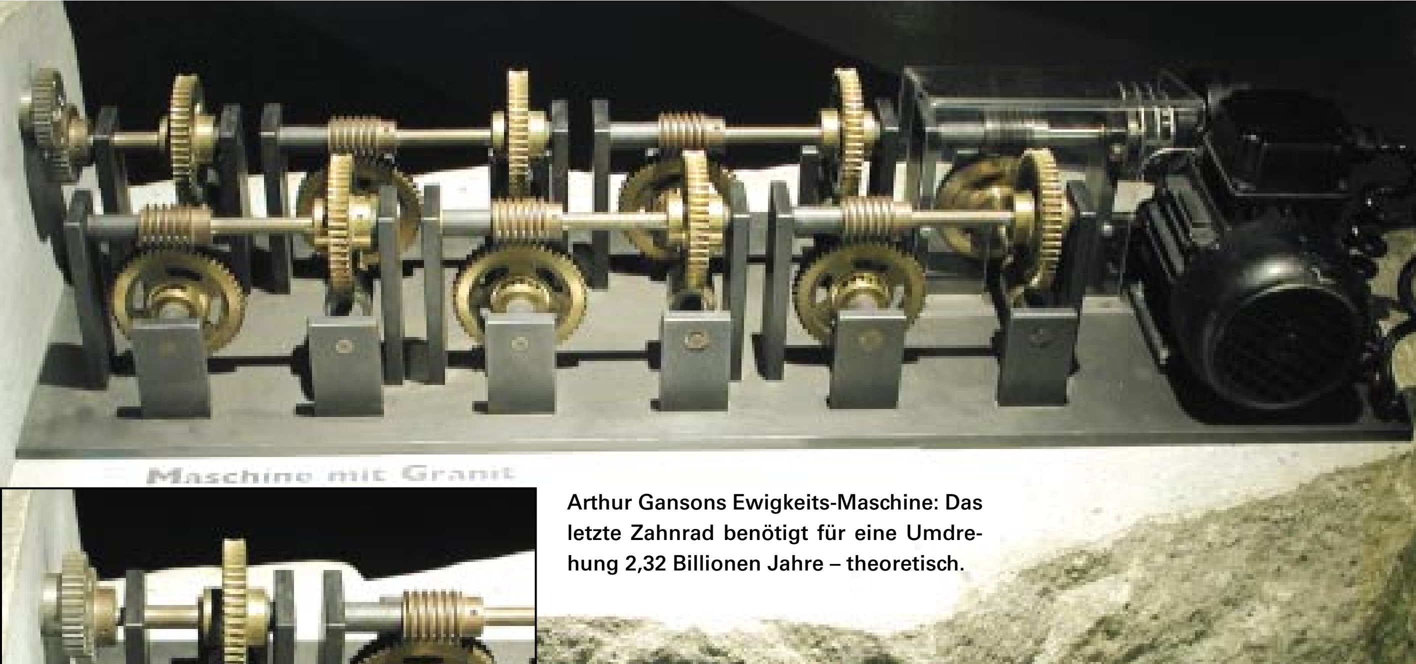
Auf Fußwanderungen wären Wegmesser (die in historischen Berichten gelegentlich als Schubkarren abgebildet sind) sehr lästig. Bei Wanderern und Läufern haben sich deshalb Schrittzähler als »Streckenmesser in der Westentasche« durchgesetzt. In ihnen bewegt sich bei jedem Schritt ein »unterkritisch« abgestimmtes Pendel (eines, dessen Eigenfre-

Schneckentriebe

Ein Zahnrad und eine Schraube, die um zwei zueinander senkrechte Achsen drehbar sind, lassen sich nur dann bewegen, wenn sie aufeinander gleiten können. Die durch den Antrieb erzeugte Kraft F zerlegt sich in die Normalkraft N senkrecht zur Windung (die Haft- oder Reibungskräfte weckt) und die Tangentialkraft T in Richtung der Windung (die Haftungs- oder Reibungskräfte überwinden kann). Solange T kleiner bleibt als ein gewisser Teil von N ($T \leq \mu_0 N$; μ_0 Haftungs-Beiwert), blockiert das Getriebe die Bewegung durch Selbsthemmung. Die tritt bei dem kleinen Steigungswinkel der Schraubenwindungen regelmäßig ein, wenn die Schnecke durch Drehen am Zahnrad bewegt werden soll. Umgekehrt ist es bei kleinen Steigungen der Schraube stets möglich, die Haftung zu überwinden und das Zahnrad durch Drehen der Schnecke in Bewegung zu setzen.



BEIDE GRAFIKEN: THOMAS BRAUN / SPEKTRUM DER WISSENSCHAFT



Arthur Gansons Ewigkeits-Maschine: Das letzte Zahnrad benötigt für eine Umdrehung 2,32 Billionen Jahre – theoretisch.

TECHNORAMA WINTERTHUR

quenz viel geringer als die Schrittfrequenz ist und das daher dem Schritt ohne Verzögerung folgt) infolge seiner Massenträgheit aus der Ruhelage bis zum unteren Anschlag, von wo eine Zugfeder es wieder in die Ausgangsstellung zurückzieht. Bei jedem Schritt wird ein Schaltrad um einen Schritt weiterbewegt, der sich auf die Anzeige überträgt.

Aus der Schrittzahl kann man die Weglänge durch Multiplikation mit der Schrittlänge ermitteln; eine entsprechende Skala ist in die Schrittzähler eingebaut. Das Verfahren ist nur bedingt brauchbar, weil die Schrittlänge je nach Körpergröße, Beinlänge und Müdigkeit des Wanderers und mit der Steigung des Wegs erheblich variiert.

Wasser-Wege: Wie misst man einen Weg, der auf dem Wasser zurückgelegt wird? Vitruv dachte daran, die Geschwindigkeit von Schiffen mit Schaufelrädern zu messen, die vom vorbeiströmenden Wasser gedreht werden (ähnlich wie Wasseruhren den durch eine Leitung laufenden Wasserstrom messen). Da ein Schiff aber Wasser verdrängt und daher rascher umströmt wird, als es fährt, wäre es eine bessere Idee, seine Geschwindigkeit in Bezug auf einen in weiter Entfernung in ruhendem Wasser treibenden Gegenstand zu messen. Dieser Gedanke findet sich erst im späten Mittelalter, in den Schriften des Kardinals und vielseitigen Gelehrten Nikolaus von Kues (1401–1464); so steht es in »Ruhmesblätter der Technik« von Franz Maria Feldhaus.

Verwirklicht ist er in dem jahrhundertelang in der Seefahrt verwendeten »Log« zur Messung der Schiffsgeschwindigkeit. Als dessen älteste Quelle nennt Ludwig Darmstädters »Handbuch zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik« einen William Bourne und das Jahr 1577. Das mit Blei beschwerte hölzerne Logscheit, das sich bei der Umströmung durch das Wasser quer stellt, lässt man an der Logleine treiben, bis es hinter dem Schiff in ruhige Wasser kommt. Zur Messung der Geschwindigkeit des Schiffs zählt der Seemann die Knoten, während die Leine durch seine Hände gleitet. Bei der Eichung des Logs (unter Berücksichtigung der Eigengeschwindigkeit des Logscheits infolge der Zugkraft der Leine, die mit dem Strömungswiderstand des Wassers ins Gleichgewicht kommt) wird die Schnur in solchen Abständen geknotet, dass ihre Anzahl während der 14 oder 28 Sekunden, in denen eine Sanduhr abläuft, genau die Zahl der Seemeilen angibt, die das Schiff in einer Stunde zurücklegen würde. Noch heute sprechen die Seeleute von »Knoten«, wenn sie Seemeilen pro Stunde meinen.

»Ewigkeits-Maschine«: Der amerikanische Maschinenkünstler Arthur Ganson hat eine formale Vollendung von Herons Streckenmesser geschaffen – und führt ihn damit gleichzeitig ad absurdum. Statt Herons vier Stufen baute Ganson seine Maschine mit zwölf. Ihre Ausführung im Technorama in Winterthur, dem Technikmuseum der Schweiz, nennt sich »Maschine mit Granit« (Bild oben). Von einem Elektromotor angetrieben dreht sich die Antriebswelle mit $\omega = 200$ Umdrehungen pro Minute. Mit der Untersetzung im Verhältnis $q = 1:50$ bewegt sie das erste Zahnrad, das für eine Umdrehung die Zeit $1/(\omega q) = 15$ Sekunden braucht. Mit dem Zahnrad auf der gleichen Welle fest verbunden ist eine Gewindeschnecke (oder Schraube). Sie treibt mit nochmaliger Untersetzung q ein zweites Zahnrad an, das die Zeit $1/(\omega\, q^2)$ und damit schon 12,5 Minuten für eine Umdrehung braucht. Das Spiel setzt sich noch zehnmal bis zum letzten, dem zwölften, Zahnrad fort, das $T = 1/(\omega\, q^{12})$ gleich 2,32 Billionen Jahre für eine Umdrehung brauchen würde. Der Konjunktiv ist angemessen, denn T ist eine riesig große Zeit: das 169,3fache des Weltalters, das nach heutiger Schätzung 13,7 Milliarden Jahre beträgt. Die letzte Welle kann also bedenkenlos in Beton eingegossen oder (wie im Technorama) in einem Granitblock festgeschraubt werden und wird sich, solange die Welt besteht, nicht davon lösen. ◁

Wolfgang Bürger ist emeritierter Professor für Theoretische Mechanik an der Universität Karlsruhe.

Die Maschine. Von Sigvard Strandh. Herder, Freiburg 1980

Ruhmesblätter der Technik. Von Franz Maria Feldhaus. Brandstetter, Leipzig 1910

Handbuch zur Geschichte der Naturwissenschaften und der Technik. Von Ludwig Darmstädter. 2. Auflage, Julius Springer, Berlin 1908

Weblinks zu diesem Thema finden Sie bei www.spektrum.de unter »Inhaltsverzeichnis«.