Steine flitschen

Einen flachen Kiesel mehrfach über die Wasseroberfläche hüpfen zu lassen erfordert keine große Kunstfertigkeit, sondern nur etwas Übung. Aber die Theorie dazu ist alles andere als einfach.

Von Christoph Pöppe

Eine nicht-olympische Sportart: Sie hat eine oberflächliche Ähnlichkeit mit dem Diskuswerfen. Es gilt, einen flachen, annähernd kreisförmigen Gegenstand möglichst weit von sich weg zu befördern. Aber olympische Weihen oder Kommerzialisierung sind nicht zu befürchten: Der – soweit erkennbar – einzige Verein, der den Sport ernsthaft betreibt und sogar einen jährlichen Meisterschaftskampf ausrichtet, trifft sich auf einer kleinen Insel namens Mackinac am Übergang zwischen Michigan- und Huron-See in Nordamerika. Man kennt sich, und der Preis für den Sieger motiviert kaum zum Doping: Es handelt sich um einen Jahresvorrat an »fudge«, jener amerikanischen Süßigkeit, die einem wegen ihrer Klebkraft lange im Gedächtnis – und vor allem an den Zähnen – haften bleibt. Immerhin gibt es einen quasi-offiziellen Weltrekord: Jerdone (»Jerry«) Coleman-McGhee ließ 1992 seinen Stein 38-mal springen, worin ihn bis heute niemand übertroffen hat.

Üblicherweise lassen Vater und Sohn im Wettstreit die Steinchen übers Wasser hüpfen, beim Waldspaziergang am stillen See oder am Rheinufer, wo der unerschöpfliche Vorrat an schönen flachen, ziemlich kreisrunden Kieseln die Nachteile der unruhigen Wasseroberfläche mehr als ausgleicht. Sohn ist bei diesem Spiel sogar geringfügig im Vorteil gegenüber Vater: Es fällt ihm leichter, sich beim Abwurf bis knapp über die Wasseroberfläche zu beugen.

Das ist eine der drei Voraussetzungen für einen erfolgreichen Wurf: Der Stein muss nicht nur flach sein, das heißt in einer gewissen Ebene viel weiter ausgedehnt sein als senkrecht zu dieser Ebene, sondern auch flach geworfen werden, sodass er die Wasseroberfläche nicht durchstößt, sondern möglichst nur streifend berührt. Genauer gesagt müssen sowohl der Vektor seiner Schwerpunktsgeschwindigkeit als auch seine Ebene beim Aufplatschen fast parallel zur Wasseroberfläche liegen (Kasten S. 108).

Zweitens muss der Stein rotieren. In einer idealen Welt wäre das nicht so dringend; aber in der Realität ist der Stein nicht ganz kreisrund, der See nicht spiegelglatt und der Werfer nicht beliebig geschickt. Die kleinen Abweichungen von der idealen Bahn würden spätestens beim ersten Platscher die Steinebene abkippen lassen; beim nächsten Mal trifft er nicht mehr flach auf, sondern irgendwie, worauf er versinkt. Der Drall verschafft der räumlichen Orientierung des Kiesels die erforderliche Stabilität.

Drittens muss man dem Stein ausreichend Bewegungsenergie mitgeben, damit er die Energieverluste durch Reibung am Wasser möglichst lange überlebt. Nach der Formel $E = mv^2/2$ erreicht man das sowohl durch hohe Geschwindigkeit als auch durch große Masse. Das ist die Stelle, an der Vater gegenüber Sohn im Vorteil ist: Mit seinen größeren Körperkräften gelingt es ihm leichter, auch schwere Steine noch in den schnellen Rotierflug zu versetzen. Wer den Weltrekord übertreffen will, tut gut daran, mit 100-Gramm-Brocken zu üben.

Leider sind richtig große Kiesel meistens nicht flach. Aber nach einem Hochwasser findet man am Ufer Bruchstücke von Kacheln oder Hohlziegeln, die schon flach waren, bevor das Wasser ihre Kanten rundschliff. Mir sind mit diesen und ähnlichen unkonventionellen Wurfgeschossen eindrucksvolle Sprünge gelungen: nicht besonders weit, aber hoch, und zwar dann, wenn ich sie mit hoher Drehzahl und entgegen der Theorie nicht flach, sondern ziemlich steil einwarf.

Was hindert den Stein am Einsinken? Die Oberflächenspannung, die Kraft, die den Wasserläufer trägt, ist es offensichtlich nicht. Ich werde es aus Umweltgründen nicht ausprobieren, aber ich bin überzeugt: Über einen Teich voller Spülwasser würde der Kiesel genauso hüpfen wie über einen klaren Waldsee.

Vielmehr wird der Stein von demselben Effekt getragen wie ein Wasserskifahrer: Das Wasser ist zwar bereit, beliebig weit auszuweichen, aber nicht beliebig schnell, jedenfalls nicht so schnell, wie der eindringende feste Gegenstand Druck macht. Die Trägheit des Wassers liefert also die Gegenkraft zum Gewicht des Steins oder des Wasserskifahrers. Dagegen spielt die Zähigkeit (Viskosität) der Flüssigkeit keine nennenswerte Rolle: Die Reynolds-Zahl für die Umströmung des Steins liegt unter realistischen An- ▷

FRANCIS DEMANGE / GAMMA / STUDIO X

▶ **Der Physiker Christophe Clanet bei experimenteller Arbeit**

▷ nahmen – Größe des Steins einige Zentimeter, Geschwindigkeit einige Meter pro Sekunde – in der Größenordnung von einigen hunderttausend, während für viskose Strömungen sehr kleine Reynolds-Zahlen charakteristisch sind.

Damit gerät die theoretische Analyse in das notorisch schwierige Gebiet der Fluiddynamik. Wer wissen wollte, ob die Trägheit der Luft ein Flugzeug hebt, musste es ausprobieren, am realen Objekt auf dem Sandstrand oder am verkleinerten Modell im Windkanal. Erst neuerdings können computersimulierte Luftmoleküle die echten einigermaßen würdig vertreten; aber eine handliche Formel zur Lösung des Problems gibt es bis heute nicht. Und wer nimmt schon einen Supercomputer in Anspruch, um die Dynamik des Steineflitschens wissenschaftlich zu erfassen?

Dabei kommt das Problem in der ernsthaften Technik durchaus vor. Ein Raumflugkörper, der auf die Erde zurückkehren soll, muss hinreichend steil in die oberste Schicht der Atmosphäre eintauchen; sonst droht er von ihr reflek-

Wasserski-Springen oder der Kiesel auf dem See

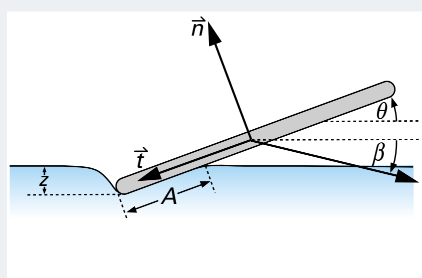
Stellen wir uns den Stein als annähernd kreisrunde Scheibe mit vernachlässigbarer Dicke vor. Sein Geschwindigkeitsvektor v bildet mit der Wasseroberfläche den kleinen (negativen) Winkel β. Sein Anstellwinkel θ (der Winkel der Scheibenebene gegen die Horizontale) muss klein und positiv sein, sodass der Stein »mit dem Hintern zuerst« das Wasser berührt. Wenn er »mit dem Kopf voraus« ins Wasser springt, dringt er auf der Stelle ein und geht unter. Einen erfolgreichen Sprung vollführt er nur, wenn seine Oberseite nicht oder kaum unter Wasser gerät; das wiederum gelingt nur, wenn auch die Unterseite nur teilweise eingetaucht ist.

Die Kraft, die das Wasser dem eindringenden Stein entgegensetzt, ist proportional zur wirksamen, das heißt das Wasser berührenden Oberfläche A und zum Quadrat der Auftreffgeschwindigkeit v. Wie in der Fluidmechanik üblich, zerlegt man diese Kraft in einen Auftriebsanteil $\vec{n}$ senkrecht zur Steinebene, der den Stein aus dem Wasser hebt, und einen Widerstandsanteil $\vec{t}$, der in der Steinebene liegt und den Stein abbremst.

Bei kleinen Auftreffwinkeln können wir das (Betrags-)Quadrat der Geschwindigkeit v als konstant annehmen; im Wesentlichen ist also die Auftriebskraft proportional der wirksamen Fläche A und damit nur abhängig von der Eindringtiefe z, gemessen am tiefsten Punkt des Steins.

Ist obendrein A proportional zu z, so liegt die Situation des harmonischen Oszillators vor: Wie bei der Masse an der Schraubenfeder ist die rücktreibende Kraft proportional der Auslenkung. In diesem Fall vollführt der Stein, ebenso wie der Oszillator, eine Sinusschwingung, aber nur eine halbe, denn dann ist er aufgetaucht und fliegt weiter.

Die Bedingung »A proportional zu z« ist zwar sehr realitätsfern: Sie würde allenfalls von einem quadratischen Stein erfüllt, der genau parallel zu einer seiner Seiten eintaucht. Aber es kommt so genau gar nicht darauf an. Wenn die Rückstellkraft nur irgendwie, nicht unbedingt linear, mit der Eindringtiefe zunimmt und von nichts anderem abhängt, vollführt der Stein eine »Bewegung in einem Potenzialfeld«. Für diesen Fall liefert die Theorie immerhin das Ergebnis, dass der Stein mit derselben Vertikalgeschwindigkeit aus dem Wasser springt wie hinein, nur mit umgekehrtem Vorzeichen.



SIGANIM / SDW, NACH: LYDÉRIC BOCQUET

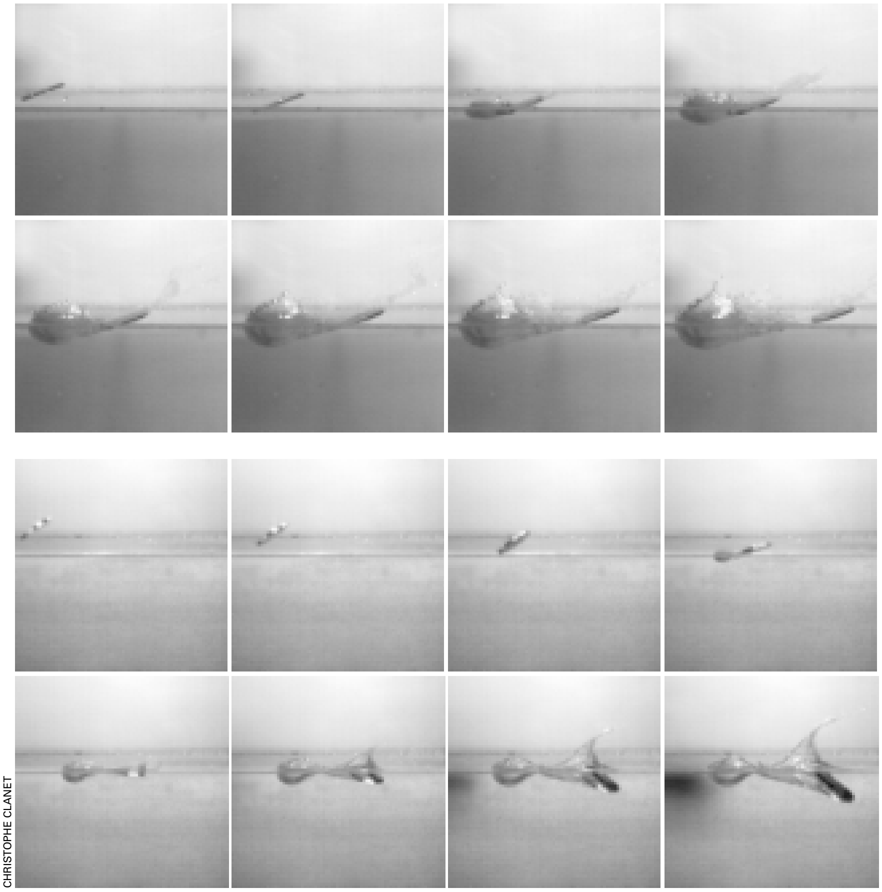
Mit etwas Rechenarbeit lässt sich für einen kreisförmigen Stein sogar die maximale Eindringtiefe in Abhängigkeit von v bestimmen: Je langsamer der Stein auftrifft, desto tiefer sinkt er zunächst. Aus der Bedingung, dass nicht die ganze Unterseite des Steins das Wasser berühren darf, ergibt sich eine minimale Auftreffgeschwindigkeit. Für einen Stein von 10 Zentimeter Durchmesser und 100 Gramm Masse sowie Auftreff- und Anstellwinkel von jeweils 10 Grad berechnet Lydéric Bocquet eine Minimalgeschwindigkeit von ungefähr einem Meter pro Sekunde.

Eine noch restriktivere Bedingung ergibt sich aus dem Geschwindigkeitsverlust durch Reibung. Dieser lässt sich zumindest qualitativ bestimmen, wenn man nicht über die Geschwindigkeit v selbst, sondern über die kinetische Energie $E = mv^2/2$ nachdenkt. Der Energieverlust durch Reibungsarbeit ist grob geschätzt gleich Kraft mal Weg, genauer: gemittelte Widerstandskraft mal Gleitweg des Steins übers Wasser. Die Widerstandskraft ist aus geometrischen Gründen proportional der Auftriebskraft, und deren gemittelter Wert ist etwas größer als das Gewicht des Steins, denn immerhin hält sie dem Stein nicht nur die Waage, sondern kehrt sogar den vertikalen Anteil seines Impulses um. Der Gleitweg ist überraschenderweise unabhängig von der Geschwindigkeit: Ein schneller Stein steigt zwar eher aus dem Wasser als ein langsamer, legt aber dabei keinen kürzeren Weg zurück – weil er eben schneller ist. Für seinen Modellstein errechnet Bocquet einen Gleitweg von 13 Zentimetern. Und wenn seine Geschwindigkeit unter 2 Meter pro Sekunde läge, würde sein erster Besuch auf der Wasseroberfläche seine kinetische Energie bereits vollständig aufzehren.

Bei jedem Auftreffen verliert der Stein also eine konstante Menge an kinetischer Energie, bis sie auf null abgesunken ist. Wer viele Sprünge erreichen will, muss seinem Stein also vor allem reichlich Anfangsgeschwindigkeit mitgeben – zwölf Meter pro Sekunde beim Modellstein, wenn er den Weltrekord von 38 Sprüngen erreichen soll.

Die Geschwindigkeit ist der Wurzel aus der kinetischen Energie proportional und nimmt daher nicht linear ab, sondern eben wie eine Wurzelfunktion in der Nähe der Null: erst langsam und dann zunehmend schneller. Gleiches gilt für die Sprungweite. Deswegen macht der Stein noch ein paar winzige Hüpfer (»pitty-pat« nennen es die Fachleute), bevor er (»plonk«) endgültig absäuft.

Bei den Experimenten von Christophe Clanet und Fabien Hersen dringt eine rotierende Aluminiumscheibe ins Wasser ein, wirft einen kleinen Wellenberg auf und fliegt wieder davon (obere Bilderserie). Ohne Rotation kippt die Scheibe nach dem Eindringen um, taucht mit der Vorderseite ins Wasser und versinkt (untere Serie).



CHRISTOPHE CLANET

tiert zu werden wie ein Steinchen auf dem Wasser. Wehe den Insassen eines Spaceshuttles, wenn der Pilot bei dem Versuch, einen besonders sanften Abstieg einzuleiten, das Fluggerät versehentlich ein Stück mondwärts schleudert!

Es gab sogar eine sehr ernsthafte Anwendung für die nette kleine Spielerei – eine tödliche. Anstelle harmloser Kiesel ließen britische Kampfpiloten im Mai 1943 rotierende Bomben über die Oberfläche des Möhnestausees im Sauerland hüpfen. Auf diese Weise übersprang zumindest eine Bombe die im Wasser aufgehängten Fangnetze und riss ein großes Loch in die Staumauer. In der dadurch ausgelösten Flutwelle starben ungefähr 1600 Menschen.

Das widerspenstige Thema fand jahrzehntelang kaum Bearbeiter. Nachdem 1957 im »Scientific American« ein emeritierter Anglist namens Ernest Hunter Wright die herkömmliche Vorstellung über den wasserspringenden Kiesel in Frage gestellt hatte, weil ein über nassen Sand hüpfender Stein kurze und lange Sprünge im Wechsel vollführe, gab es zwar eine Flut von Spekulationen, aber elf Jahre lang nichts Handfestes. Erst 1968 führte Kirston Koths, Student am Amherst College in Massachusetts, Experimente mit Stroboskop und Hochgeschwindigkeitskamera durch und fand – was Wunder –, dass seine eigens gefertigten Steine auf Wasser völlig anders sprangen als auf Sand. Auf seinen Fotografien kann man zumindest erahnen, dass der Stein gleich dem Wasserskifahrer eine Bugwelle aufwirft.

Eine theoretische Analyse hat erst im vergangenen Jahr Lydéric Bocquet vom Fachbereich Materialwissenschaften der Universität Lyon durchgeführt. Aber selbst sein sechsseitiger, formelreicher Artikel muss an vielen Stellen zeitlich veränderliche Größen wie Orte und Geschwindigkeiten durch Durchschnittswerte ersetzen, manches vereinfachen und Dinge wie die Bugwelle gänzlich vernachlässigen. Immerhin ergeben sich aus seiner Arbeit realistische Werte für die Mindestgeschwindigkeit eines Steins, der springen soll, und eine Erklärung dafür, warum gegen Ende des Weges die Sprungweite so rapide abnimmt (siehe Kasten).

Neue Experimente: Bocquets Werk inspirierte seine Kollegen Christophe Clanet vom Forschungsinstitut für Nichtgleichgewichtsphänomene in Marseille und Fabien Hersen von der École Polytechnique in Palaiseau bei Paris zu neuen Anläufen. Sie konstruierten eine Wurfmaschine, mit der sie die entscheidenden Parameter Anstellwinkel θ, Auftreffwinkel β, Abwurfgeschwindigkeit und Drehzahl exakt einstellen konnten. Anstelle von Steinen verwendeten sie Aluminiumscheiben mit 5 Zentimeter Durchmesser und knapp 3 Millimeter Dicke. Den Drall, den ihre Maschine der Scheibe gibt, kann kein menschlicher Werfer nachmachen: Mit 65 Umdrehungen pro Sekunde brummt die Scheibe zu Wasser (Bild oben)!

Das Ergebnis der Experimente ist eine echte Überraschung. Entgegen der allgemeinen Vorstellung sind die flachsten Winkel nicht die besten. Die Aluminiumscheiben hüpfen am bereitwilligsten, selbst bei niedrigen Geschwindigkeiten, wenn die Winkel β und θ beide möglichst wenig von dem Wert 20 Grad abweichen. Genau dann ist auch die Zeit, die sich die Scheibe im Wasser befindet, minimal. Eine kurze Nasszeit wiederum bedeutet geringen Energieverlust und damit bei gegebener Anfangsgeschwindigkeit eine große Anzahl an Sprüngen.

Ob der nächste Weltrekord-Aspirant daraufhin seine Wurftechnik ändert? ◁

Christoph Pöppe ist Redakteur bei Spektrum der Wissenschaft.

Secrets of successful stone-skipping. Von Christophe Clanet, Fabien Hersen und Lydéric Bocquet in: Nature, Bd. 427, Nr. 1, S. 29, 1. Januar 2004

The physics of stone skipping. Von Lydéric Bocquet in: American Journal of Physics, Bd. 71, Nr. 2, S. 150, Februar 2003; Download unter dpm.univ-lyon1.fr/~lbocquet/AJPricochet.pdf

The amateur scientist. Von C. L. Stong in: Scientific American, S. 112, August 1968

Weblinks zu diesem Thema finden Sie bei www.spektrum.de unter »Inhaltsverzeichnis«.