nen ein exakt homogenes Schwerefeld hinzufügt.

Dazu verwenden wir einen mathematischen Trick, der auch bei der Bestimmung von Schwerpunkten oder Trägheitsmomenten ausgehöhlter Körper gut funktioniert: Wir denken uns Objekte mit negativen Dichten, die wir anderen Objekten sozusagen in allen drei Dimensionen überlagern können. So können wir uns einen hohlen Gummiball der Wandstärke 3 mm mit dem Außenradius 30 mm als Überlagerung einer Kugel mit 30 mm Radius und passender Dichte d und einer zweiten Kugel mit Radius 27 mm und der Dichte $-d$ vorstellen.

Addieren wir nun die Schwerepotenziale für eine solche homogene konzentrische Hohlkugel, so finden wir im Überlappungsbereich von positiver und negativer Dichte, also im Hohlraum, den konstanten Wert 0. Der Gradient (also der Vektor aus den Ableitungen) und damit die Feldstärke oder Fallbeschleunigung g ist dort ebenfalls 0, die konzentrische Hohlkugel erzeugt also in ihrem Hohlraum kein Schwerefeld (vergleiche den Kasten in der Novemberausgabe).

Nun kommt der eigentliche Trick: Wir verschieben die kleinere Kugel mit der Dichte $-d$ um eine Strecke e, aber nur so weit, dass die kleinere immer noch ganz im Inneren der großen liegt, die exzentrische Hohlkugel also kein Fenster hat. Als Koordinaten-Nullpunkt verwenden wir weiterhin die Mitte der großen Kugel. Wir bekommen dann als Potenzial

$$U = D(x^2+y^2+z^2)/2 - D((x-e)^2+y^2+z^2)/2 = D\,e^2/2 + D\,e\,x$$

und als Feldstärke nur in x-Richtung eine Komponente, nämlich De, also ein homogenes Feld in der Richtung vom Mittelpunkt des Hohlraums zu dem der äußeren Kugel und proportional zu der Entfernung zwischen beiden und zur Dichte des Materials zwischen beiden Kugelflächen. (Für Einzelheiten siehe die letzte Folge; insbesondere ist $D = 4dG/3$, wobei G die allgemeine Gravitationskonstante ist.) Dieses Feld hat überall im Hohlraum die Richtung parallel zu diesem Abstand und von gleichem Betrag (Bild links), ist also wirklich homogen, und das ohne irgendeine Näherung. ◁

Norbert Treitz ist apl. Professor für Didaktik der Physik an der Universität Duisburg-Essen. Seine Vorliebe für erstaunliche und möglichst freihändige Versuche und Basteleien sowie für anschauliche Erklärungen dazu nutzt er nicht nur für die Ausbildung von Physiklehrkräften, sondern auch zur Förderung hoch begabter Kinder und Jugendlicher.

AUTOR UND LITERATURHINWEISE

200 Puzzling Physics Problems. Von Peter Gnädig, Gyula Honyek und Ken Riley. Cambridge University Press, Cambridge 2001

Fast tunnels through the earth. Aufgabe von Tung-Po Lin und Lösung von R. C. Lyness in: American Mathematical Monthly, Bd. 76, S. 708, 1969

Through the earth in forty minutes. Von Paul W. Cooper in: American Journal of Physics, Bd. 34, Nr. 1, S. 68, 1966

Terrestrial Brachistochrone. Von Giulio Venezian in: American Journal of Physics, Bd. 34, Nr. 8, S. 701, 1966

Comments on »Through the earth in forty minutes«. Von Russell L. Mallett in: American Journal of Physics, Bd. 34, Nr. 8, S. 702, 1966

PREISRÄTSEL

Faktorenanalyse

Von Roland Mildner

Das Produkt $P = a \cdot b \cdot c$ aus einer ein-, einer zwei- und einer dreistelligen natürlichen Zahl bestehe nur aus lauter Ziffern 3.

Welche drei Faktoren kann dieses Produkt haben, und wie viele Möglichkeiten gibt es dafür?

Schicken Sie Ihre Lösung in einem frankierten Brief oder auf einer Postkarte an Spektrum der Wissenschaft, Leserservice, Postfach 104840, D-69038 Heidelberg.

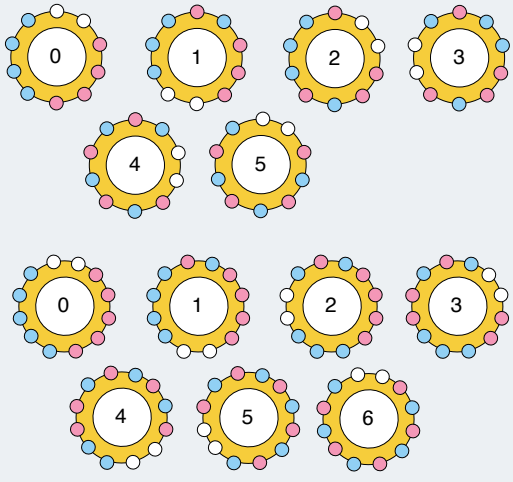
Unter den Einsendern der richtigen Lösung verlosen wir fünf Taschenmesser »Rally«. Der Rechtsweg ist ausgeschlossen. Es werden alle Lösungen berücksichtigt, die bis Dienstag, 13. 12. 2005, eingehen.

Lösung zu »Am runden Tisch« (Oktober 2005)

Bei zweimal vier Gästen sind fünf Bewegungen notwendig, bei zweimal fünf Gästen sind es sechs. Die abgebildete Lösung von Norbert Krämer aus Mannheim ist eine von mehreren möglichen.

Die Gewinner der fünf Blechschilder »Kamel« sind Berthold Hajen, Boppard; Klaus Böttcher, Buxtehude; Hartmut Riman, Augsburg; Reinhold Baake, Hagen; und Günther Schellhorn, Wolfenbüttel.

Über die Anzahl der Lösungen zum Rätsel »Patchworkfamilie« (Juni 2005) herrschte zunächst Uneinigkeit. Inzwischen sind Bernhard Marzetta aus Riehen (Schweiz), Wolfgang Meier aus Bochum und Manfred Müller-Späth aus Bietigheim nach Abgleich ihrer Computerprogramme zum gleichen Ergebnis gekommen: Es gibt 15814 Lösungen, Rotationen des ganzen Felds und Vertauschen gleich geformter, verschiedenfarbiger Steine nicht gezählt.



Zum Rätsel »Reine Zeitfrage« (September 2005) haben wir zwei Gewinner versehentlich nicht erwähnt. Es handelt sich um Rudolf Dann, Essen, und Norbert Krämer, Mannheim. Wir bitten das Versäumnis zu entschuldigen.

Lust auf noch mehr Rätsel? Unser Wissenschaftsportal wissenschaft-online (www.wissenschaft-online.de) bietet Ihnen unter dem Fachgebiet »Mathematik« jeden Monat eine neue mathematische Knobelei.