

# Von der Schönheit der Naturgesetze

Was macht die ästhetische Qualität einer Gleichung, einer Herleitung oder eines Beweises aus?

Von Henning Genz

**E**in Gesicht, ein Sonnenuntergang, ein Kunstwerk erregen unsere spontane Begeisterung. »Das ist schön« ist unsere unmittelbare Empfindung, und dass der Kunstsachverständige den Gegenstand zerpfückt, um Merkmale von Schönheit in ihm auszumachen, erscheint uns entbehrlich.

Einem solchen Schönheitsverständnis muss es hoffnungslos abwegig erscheinen, wenn ein Naturwissenschaftler ein Experiment, eine lo-

gische Herleitung oder gar eine Gleichung als schön bezeichnet. Was veranlasste Johannes Kepler (1571–1630), sich ob der Schönheit und Einfachheit der von ihm entdeckten Gesetze der Planetenbewegung der »heiligen Raserei« hinzugeben? Wie kam Ludwig Boltzmann (1844–1906) dazu, seine ästhetische Verzückung über die Maxwell'schen Gleichungen der Elektrodynamik mit dem Faust-Zitat »War es ein Gott, der diese Zeichen schrieb?« auszudrücken?

Der deutsche Philosoph Georg Wilhelm Hegel (1770–1831) hat in seinen Vorlesungen über Ästhetik eine Definition gegeben, unter der sich auch die Begeisterung des Naturwissenschaftlers wiederfinden kann: Das Schöne sei »das sinnliche Scheinen der Idee«. Je tiefer die Idee, je deutlicher ihre sinnfällige Verwirklichung, desto schöner ist diese Verwirklichung – sei es als Gedicht, Gemälde, Komposition oder eben als Beweis, Theorie oder Experiment, auch wenn Letzteres Hegel nicht in den Sinn gekommen ist: In der langen Liste der Ideen, deren »sinnliches Scheinen« ihm als schön erscheint, kommen physikalische Experimente und Theorien, für ihn selbstverständlich, nicht vor.

Unsere naive Vorstellung von Schönheit hält dem genaueren Nachdenken ohnehin nicht lange stand. Schönheit ist nicht eine Eigenschaft, die schönen Dingen innewohnt; sie liegt »im Auge des Betrachters«. Und selbst diese viel zitierte Redensart ist noch eine Verkürzung. Die so spontan anmutende Empfindung von Schönheit erfordert Vorwissen. Ohne verinnerlichte, gar unbewusste Kenner-schaft kann sie sich nicht einstellen. Demjenigen, der kaum je mit Gleichungen umgeht, ist schwerlich glaubhaft zu machen, dass Physiker gewisse Gleichungen – unter emotionaler Anteilnahme! – als schön empfinden.

Vielleicht sind die unterschiedlichen Auffassungen über die Schönheit gewisser Dinge,

»Inneres Schauen – rosiges Licht« von Alexej von Jawlenski, 1926

*Aus urheberrechtlichen Gründen können wir Ihnen die Bilder leider nicht online zeigen.*



die wir als Geschmacksunterschiede einzu-  
stufen und nicht weiter zu hinterfragen ge-  
wohnt sind, wesentlich auf Unterschiede in  
dieser unbewussten Kennerschaft zurückzu-  
führen. Für mich sind die späten, Meditationen  
genannten Darstellungen menschlicher  
Anlitze des deutsch-russischen Malers Alexej  
von Jawlenski (1864–1941) ungeheuer schön  
(Bild links unten). Andere Betrachter langwei-  
len die paar Pinselstriche dieser Bilder. Umge-  
kehrt kann ich mit den Environments des  
deutschen Künstlers Joseph Beuys (1921–  
1986) nichts anfangen. Die – sehr zahlrei-  
chen – Kunstkenner, die sie als schön beweren,  
besitzen offenbar eine verinnerlichte Ken-  
nerschaft, die mir fehlt.

### Die magische Kraft der Allgemeinen Relativitätstheorie

Eine Kennerschaft, die ich zu besitzen glaube,  
gilt der Schönheit der Naturgesetze. Diese  
Empfindung stellt sich vor allem dann ein,  
wenn mathematisch formulierte Naturgesetze  
aus einsichtigen Prinzipien hergeleitet werden,  
die zu ihrer eigenen Formulierung der Mathe-  
matik nicht bedürfen. Diese Naturgesetze wie-  
derum vermitteln zwischen den Prinzipien und  
den aus ihnen folgenden Phänomenen.

Ein eindrucksvolles Beispiel für ein sol-  
ches Prinzip ist das, was Albert Einstein selbst  
als seinen »glücklichsten Gedanken« bezeich-  
net hat: Ein in einem Schwerfeld frei fal-  
lender, also sich beschleunigt bewegender Be-  
obachter spürt weder das Schwerfeld noch  
seine Beschleunigung. Gilt das Prinzip, kann  
er durch kein Experiment mit irgendwelchen  
mitgeführten Apparaten ohne »Blick aus dem  
Fenster« feststellen, ob er sich wie beschrieben

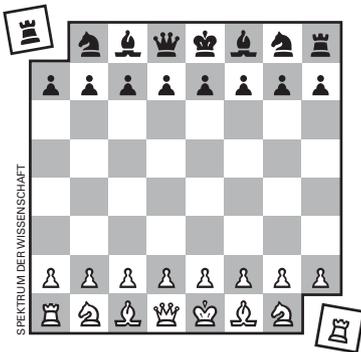
bewegt oder in einem schwerkraftfreien Raum  
ruht. Filme von Astronauten, vor denen ihre  
Zahnbürsten schweben, bieten dafür eine  
sinnfällige Veranschaulichung. Zusammen  
mit einigen weiteren, unproblematischen An-  
nahmen folgt aus diesem Prinzip die gesamte  
Allgemeine Relativitätstheorie. Es ist die  
Zwangsläufigkeit, die vom Prinzip zur endgül-  
tigen Theorie führt, die Kenner von der su-  
perben Schönheit der Allgemeinen Relativi-  
tätstheorie sprechen lässt.

Verwurzelt ist Einsteins glücklichster Ge-  
danke in seinem umfassenderen Prinzip, dass  
die Wirkungen von Schwerkraft und Beschleu-  
nigung in kleinen Raum- und Zeitbereichen  
nicht unterschieden werden können. Also –  
und dies ist eine besonders schöne direkte Kon-  
sequenz des Prinzips – muss Licht in Schwere-  
feldern wie dem der Sonne abgelenkt werden.  
Denn für beschleunigte Beobachter verfolgt  
Licht offenbar eine krumme Bahn. Also muss  
es das, damit die Ununterscheidbarkeit ge-  
wahrt bleibt, auch in Schwerfeldern tun. Aus  
nichts als dem abstrakten Ununterscheidbar-  
keitsprinzip folgt ein experimentell überprüf-  
bares Naturgesetz – das ist wunderschön!

Wenn darüber hinaus auch die Prinzipien  
in eine mathematische Form gegossen werden,  
kommt etwas hinzu, das den mathematischen  
Naturgesetzen ihre geradezu magische Kraft  
verleiht. Dieses Etwas ist, wie Einstein zu be-  
tonen nicht müde wurde, vor allem »Einfach-  
heit«. Staunenswert ist, dass in der Natur ein-  
sichtige Prinzipien herrschen; staunenswert ist  
aber auch, dass sie in einer so einfachen ma-  
thematischen Form ausdrückbar sind.

Wenn umgekehrt ein Prinzip einsichtig  
ist, nötigt das die Natur noch keineswegs, ▷

▲ Das Gesetz, unter dem  
Schneekristalle entste-  
hen, erzwingt die sechszählige  
Symmetrie, lässt ihnen aber  
Freiheit in den Einzelheiten ih-  
rer Gestalt – zwei Bedingungen  
für Schönheit.



▲ Kann man die 62 Felder des verstümmelten Schachbretts mit 31 Dominosteinen lückenlos bedecken?

Aus urheberrechtlichen Gründen können wir Ihnen die Bilder leider nicht online zeigen.

▲ Foucault'sches Pendel im Panthéon in Paris (zeitgenössischer Stich)

▷ ihm zu folgen. Kein Naturgesetz, das den Namen verdient, bezieht seine Gültigkeit aus schierer logischer Notwendigkeit; Ableitungen »a priori« von Aussagen mit empirischem Gehalt kann es nicht geben.

### Beweise aus dem Buch

Nehmen wir das Prinzip, dass die Naturgesetze spiegelsymmetrisch sind. Als schöne Konsequenz daraus muss das Spiegelbild eines jeden physikalischen Prozesses in der Wirklichkeit auftreten können. Schöner noch ist der experimentelle Beweis, dass das tatsächlich nicht so ist, die Naturgesetze also nicht spiegelsymmetrisch sind. Wo das Prinzip nicht schön sein kann, weil es falsch ist, hat immerhin seine Widerlegung ästhetische Qualitäten.

Schönheit als Qualität von Herleitungen tritt deutlich in der Mathematik hervor, deutlicher noch in ihrer Karikatur, der Denksportaufgabe. Ein klassisches Beispiel: Ein Schachbrett sei dadurch verstümmelt, dass die beiden einander diagonal gegenüberliegenden Eckfelder, die bei den Schachspielern a8 und h1 heißen, entfernt wurden (Bild links oben). Zusammengefügt bilden diese beiden Felder einen Dominostein. Ist es möglich, mit Dominosteinen dieser Art aus jeweils zwei Feldern das verstümmelte Schachbrett lückenlos zu überdecken?

Offensichtlich kann man diese Frage beantworten, indem man (mit dem Computer) sämtliche Möglichkeiten, Dominosteine auf dem verstümmelten Schachbrett auszulegen, durchprobiert. Nicht offensichtlich, aber einfach, präzise und deshalb schön ist der folgende Lösungsweg: Man bemerke, dass die beiden herausgelösten Felder dieselbe Farbe haben; Weiß bei unserem Beispiel. Unverstümmelt besaß das Schachbrett gleich viele weiße wie schwarze Felder; verstümmelt besitzt es also mehr schwarze als weiße. Weil nun aber offenbar jeder Dominostein gleich viele schwarze wie weiße Felder überdeckt – nämlich je eines –, können Dominosteine das verstümmelte Schachbrett nicht lückenlos und ohne Überlappung überdecken, was zu beweisen war.

Zu einem bereits bewiesenen Satz einen noch schöneren Beweis zu finden gilt den Mathematikern alleweil der Mühe wert. Es ist mehr als eine nette Anekdote, dass der legendäre Zahlentheoretiker Paul Erdős (1913–1996) einen besonders gelungenen Beweis mit der Bemerkung »Der ist aus dem Buch!« zu preisen pflegte – jenem Buch, in dem Gott in seiner Allwissenheit zu jedem mathematischen Satz den unübertrefflich schönsten, vollkommensten Beweis notiert habe. Inzwischen gibt es unter dem Titel »Proofs from the Book«

(deutsch »Das Buch der Beweise«) sogar eine irdische Näherung an das göttliche Buch.

Leider ist es nach allem Anschein so, dass in der Geschichte der Mathematik alle überhaupt möglichen schönen Antworten auf schöne Fragen bereits gegeben worden sind. Eine schöne Frage ist, ob es unendlich viele Primzahlen gibt, und die bejahende Antwort, deren schöner Beweis auf einen Bierdeckel passt, hat bereits Euklid vor 2300 Jahren gegeben.

Schön wegen ihrer Einfachheit sind auch zwei Vermutungen der Mathematik, die unter den Bezeichnungen »Vierfarbenproblem« und »Fermats letzter Satz« viel Aufmerksamkeit gefunden haben. Sie wurden inzwischen bewiesen und damit von Vermutungen zu Theoremen befördert. Aber die Beweise mag wohl niemand als schön bezeichnen. Hätte Pierre de Fermat (1601–1665) Recht gehabt mit seiner berühmt gewordenen Randbemerkung, er habe für seinen Satz einen wahrhaft wunderbaren Beweis gefunden, der nur nicht ganz auf diese Randspalte passe, das wäre ein wahrhaft schöner Beweis gewesen! Aber der Beweis des Vierfarbensatzes beruht auf einem Computerprogramm, das mehrere hundert Seiten Output produzieren würde, wenn jemand sie ausdrucken wollte; der Beweis der Fermatschen Vermutung ist ebenfalls mehrere hundert Seiten lang und keinem zugänglich, der diesem besonderen Zweig der Mathematik nicht sein Leben gewidmet hat.

Eine weitere schöne Vermutung wird ebenfalls aller Voraussicht nach keinen schönen Beweis finden: die Goldbach'sche Vermutung, dass jede gerade Zahl oberhalb von zwei die Summe zweier Primzahlen ist. Probieren wir es aus:  $4=2+2$ ,  $6=3+3$ ,  $8=3+5$ ,  $10=3+7=5+5$ ,  $12=5+7$ ,  $14=3+11=7+7$  ...; experimentierfreudige Mathematiker haben ihre Computer bis  $2 \cdot 10^{17}$  laufen lassen und kein Gegenbeispiel gefunden. Stimmt also die Goldbach'sche Vermutung? Niemand weiß es – aber verdient nicht bereits die Beobachtung die Qualifikation schön? Und würde nicht deren Schönheit bis zur Schmerzgrenze gesteigert, wenn gezeigt werden könnte, dass die Goldbach'sche Vermutung weder bewiesen noch widerlegt werden kann? So, dass wir gewiss wären, niemals ein Gegenbeispiel zu finden, wenn zugleich auch unbeweisbar wäre, dass keins existiert? Wer dies auf sich wirken lässt, muss ein Gefühl der Schönheit, ja Erhabenheit der Logik empfinden, welches jedes andere derartige Gefühl weit hinter sich lässt.

In einer Umfrage, die im Mai 2002 in der Zeitschrift »Physics World« veröffentlicht wurde, fragte der Philosophieprofessor Robert P. Crease die Leser, welches Physikexperiment sie für das schönste hielten. Die zehn meistge-

nannten Experimente unter mehr als zweihundert hat Crease in seinem Buch »The Prism and the Pendulum« beschrieben, interpretiert und mit Zwischenkapiteln (»Interludes«) versehen, die sich lesenswert mit der Anwendbarkeit des Begriffs des Schönen auf Experimente auseinandersetzen.

Anstelle einer Übersetzung dieses Buchs, die ich mir gewünscht hätte, ist unter dem Titel »Die Top Ten der schönsten physikalischen Experimente« eine Beschreibung eben dieser Experimente durch Einzeldarstellungen von Spezialisten erschienen; das Original wird nicht einmal erwähnt. Immerhin hat einer der Herausgeber, Claus Jönsson, den Spitzenreiter der Liste, das Zweilochexperiment der Quantenmechanik mit Elektronen, in seiner Doktorarbeit 1959 bei Gottfried Möllenstedt in Tübingen als Erster durchgeführt.

In den Augen Creases ist ein Experiment schön, wenn es erstens das Denken verändern kann, zweitens ökonomisch – will sagen, frei von Firlefanz – ist und drittens etwas über die Natur zeigt, das unserer Kontrolle nicht unterliegt; »deep play« nennt er das. Ablenkender, wenn auch publikumswirksamer Firlefanz ist, dass Otto von Guericke (1602–1680), der deutsche Erfinder der Vakuumpumpe, in seinem berühmten Experiment mit den Magdeburger Halbkugeln Pferde an beiden ziehen lässt, statt die eine Halbkugel festzubinden und nur an der anderen Pferde ziehen zu lassen, was, wie er wusste, auf dieselbe Zugkraft hinausgelaufen wäre.

### Unvermeidlicher Firlefanz

Ich will mich auf ein einfach zu schilderndes, uneingeschränkt schönes Beispiel aus den beiden Büchern beschränken: den Pendelversuch, durch den 1851 Jean Bernard Léon Foucault (1819–1868) sinnfällig gemacht hat, dass die Erde sich einmal am Tag um 360 Grad dreht. Es ist Firlefanz, wenn auch unumgänglicher, dass Foucault das Pendel nicht – zum Beispiel – am Nordpol schwingen ließ, sondern im Panthéon in Paris. Unter einem Pendel am Nordpol dreht sich offenbar die Erde, während es selbst seine Schwingungsebene beibehält. Für einen Beobachter, der sich mit der Erde dreht, rotiert also die Schwingungsebene des Pendels: einmal ganz herum in zwölf Stunden, wie man sich leicht überlegen kann. Weil nun aber die Erde das Panthéon auf einem Breitenkreis mit sich führt, ist die Analyse des tatsächlichen Effekts nicht ganz so einfach. Doch auch so ist das Experiment geeignet, irriges Denken zu verändern, und hat vor allem Teil am *deep play*. Crease hat es so formuliert: »Lautlos und von uns unbeeinflusst schwingt das Foucault'sche Pendel in feierlicher Majes-

tät. Wie es das tut, legt Zeugnis ab von einer Realität, die mit unserer auf Erfahrung beruhenden Intuition unvereinbar ist.«

Was bedeutet es umgekehrt für die Schönheit, dass sie Experimenten zukommen kann? Crease beruft sich auf die antiken griechischen Philosophen. Ihnen, insbesondere Platon, galt alles als schön, was um seiner selbst willen sehenswert ist – seien es Kunstwerke, Gesetze, Institutionen, Seelen oder Handlungen. Dieser Liste fügt Crease exemplarisch erkundete Naturphänomene hinzu.

Für die theoretische statt der experimentellen Seite der Physik leistet Ähnliches das Buch »It Must Be Beautiful«. Von den hier versammelten Essays verschiedener Autoren sind etwa sieben der Schönheit von Naturgesetzen gewidmet. Zwei dieser Autoren, Steven Weinberg und Frank Wilczek, sind Träger des Nobelpreises für Physik.

Die Symmetrien und das strukturelle Erklärungspotenzial einer Gleichung sind dasselbe. Dass eine Gleichung eine gewisse Symmetrie besitzt, bedeutet genauer, dass ihre Variablen einer Transformation unterworfen werden können, welche die Gleichung nicht ändert: Für die durch die Transformation eingeführten neuen Variablen gilt dieselbe Gleichung wie für die ursprünglichen. Ein simples Beispiel: Gilt für die Variable  $x$  die Gleichung  $x^2 = 1$ , dann gilt dieselbe Gleichung  $y^2 = 1$  für die durch die Transformation  $y = -x$  neu eingeführte Variable  $y$ . Je mehr Transformationen ihrer Variablen eine Gleichung auf Grund ihrer Struktur unverändert übersteht, desto mehr – durch diese verschiedenen Variablen beschriebene – Sachverhalte kann sie erklären.

Schönheit? Gewiss für den Naturwissenschaftler, der mit seinen Gleichungen so umgeht wie ein Kristallograf mit Schneekristallen. Deren sinnlich erfahrbare Schönheit beruht darauf, dass sie um 60 Grad um ihre Mittelachse gedreht werden können, ohne dadurch geändert zu werden. Spiegelsymmetrie an sechs Ebenen kommt hinzu. Dabei legt die Symmetrie von Schneekristallen ihre Form im Einzelfall nicht fest; sowohl frei als auch symmetrisch ist das Gesetz, unter dem ihre Existenz steht. So auch die fundamentalsten, gegenwärtig bekanntesten Naturgesetze – sie sind schön vermöge ihrer Symmetrien und des Spielraums, den diese erlauben.

Die Schönheit symmetrischer Gleichungen besteht auch darin, dass sie gegen Bedeutungswandel der Größen, für die sie gelten, immun sind. Wilczek und Weinberg führen hierfür Beispiele an. Es ist ihre Allgemeinheit, die die Schönheit symmetrischer Gleichungen ausmacht: das schillernde Scheinen immer derselben Idee der Symmetrie. ◀



**Henning Genz** ist pensionierter Professor für theoretische Physik an der Universität Karlsruhe. Sein Arbeitsgebiet ist die Theorie der Elementarteilchen.

Die Top Ten der schönsten physikalischen Experimente. Von Amand Fäßler und Claus Jönsson (Hg.). Rowohlt Taschenbuch Verlag, Reinbek 2005

Das Buch der Beweise. Von Martin Aigner und Günter Ziegler. Springer, Berlin 2003

The Prism and the Pendulum: the ten most beautiful experiments in science. Von Robert P. Crease. Random House, New York 2003

It Must Be Beautiful: Great Equations of Modern Science. Von Graham Farmelo (Hg.). Granta Books, London 2002