PREISRÄTSEL

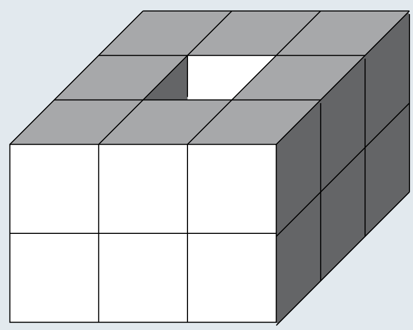
Ein Hotelier in Schwierigkeiten

Von Pierre Tougne

Ein Hotel mit quadratischer Grundfläche hat 16 Zimmer, die wie in der Abbildung angeordnet sind. Darin sollen die Teilnehmer eines Mathematikerkongresses unter Berücksichtigung folgender Regeln untergebracht werden:

1. Alle 16 Zimmer werden belegt.
2. In jedem Zimmer werden höchstens drei Mathematiker untergebracht.
3. In den sechs Zimmern entlang jeder Fassade des Hotels wohnen zusammen je elf Mathematiker.
4. Im Obergeschoss wohnen doppelt so viele Mathematiker wie im Erdgeschoss.

Nach kurzem Nachdenken findet der Hotelier eine Lösung für die Unterbringung der Teilnehmer. Am Anreisetag kommen allerdings drei Mathematiker weniger an als geplant. Dennoch gelingt es dem Hotelier, sie nach den obenstehenden Regeln auf die Zimmer zu verteilen.

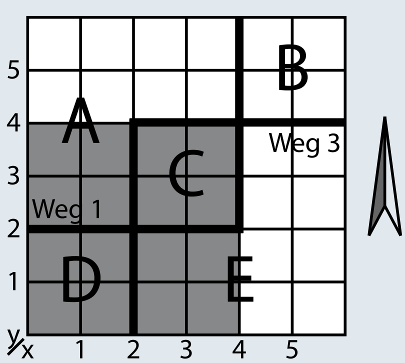


Wie viele Mathematiker waren angemeldet, und wie war die geplante Zimmerbelegung? Wie viele kamen tatsächlich an, und wie war die endgültige Zimmerverteilung?

Schicken Sie Ihre Lösung in einem frankierten Brief oder auf einer Postkarte an Spektrum der Wissenschaft, Leserservice, Postfach 10 48 40, D-69038 Heidelberg. Unter den Einsendern der richtigen Lösung verlosen wir drei Rucksäcke mit Fraktalmotiv »Elefant«. Der Rechtsweg ist ausgeschlossen. Es werden alle Lösungen berücksichtigt, die bis Dienstag, den 14. 11. 2006, eingehen.

Lösung zu »Das Lykeion des Aristoteles« (September 2006)

Die drei Wege sind jeweils durch die Koordinaten ihres Abknickpunkts festgelegt. Damit insgesamt acht Teilflächen entstehen, muss jeder Weg jeden Weg kreuzen. Zeichnen wir zunächst die Wege 1 (von der West- zur Nordseite) und 3 (von der Ost- zur Südseite) ein, so muss der Abknickpunkt des zweiten Wegs, der die Nord- mit der Ostseite verbindet, also im schattierten Bereich liegen.



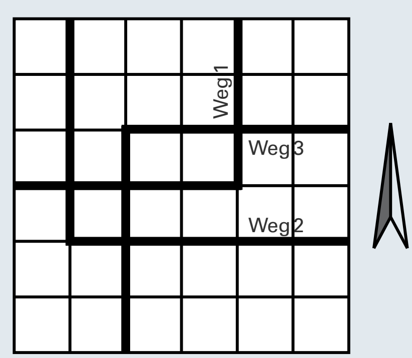
Da die Teilflächen einen Flächeninhalt von 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8 Quadratstadien haben sollen und die Teilfläche *B* nicht vom Weg 2 durchlaufen wird, darf *B* nicht größer als 8 Quadratstadien sein und jede der Flächen *A*, *C*, *D* oder *E* nicht größer als 8 + 7 = 15 Quadratstadien. Um diese Bedingungen zu erfüllen, dürfen die Wege 1 und 3 nur in den folgenden Punkten abknicken:

Weg 1 knickt ab bei		Weg 3 knickt ab bei	
x	y	x	y
3	1	1	4
3	1, 2, 3	2	4
4	1	1	3, 4, 5
4	1	2	4, 5
4	2	1	3, 4
4	2	2, 3	3, 4, 5
4	3	2, 3	4
4	3, 4	3	5
5	1	1	4
5	1	2	5
5	2	1, 2	4
5	2	1, 2, 3	5
5	3	2, 3, 4	4, 5
5	4	3	5

Jetzt suchen wir für jeden Fall die möglichen Abknickpunkte des zweiten Wegs. Dabei entstehen in den meisten Fällen eine zu große oder mehrere gleich große Teilflächen. Nur in den folgenden Fällen erhalten wir eine Zerlegung in acht Teilflächen mit den Flächeninhalten 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 und 8:

W1: (4/2), W3: (3/4), W2: (2/1);
W1: (4/3), W3: (2/4), W2: (1/2);
W1: (4/3), W3: (3/4), W2: (1/2) oder (2/1);
W1: (5/3), W3: (3/5), W2: (1/2) oder (2/1).

Nur im zweiten dieser Fälle ist ein anderer Weg kürzer als Weg 3, wie dies gefordert war. Damit haben wir die folgende eindeutige Lösung gefunden:



Die Gewinner der drei Blechschilder »Kamel« sind Sigrun Luhn, München; Lutz Käser, Reutlingen; und Manfred Müller-Späth, Ahrensburg.

Lust auf noch mehr Rätsel? Unsere Online-Wissenschaftszeitung spektrumdirekt (www.spektrumdirekt.de) bietet Ihnen unter dem Stichwort »Knobelei« jeden Monat eine neue mathematische Knobelei.