

Planck-Skala

Die fundamentalsten Bausteine der Welt, heute noch jenseits gesicherter Erkenntnis, fundamentaler als Quarks, Elektronen und Neutrinos, könnten sich durch schwingende Saiten beschreiben lassen. Siehe dazu den Aufsatz »Neues von den Superstrings« von Stefan Theisen und Markus Pössel ab Seite 36 in diesem Heft.

Strings nehmen, so die Theorie, verschiedene Schwingungszustände an und erklären so die Vielfalt der beobachteten Teilchen. Bestimmte Wechselwirkungen zwischen Strings ändern dabei den Schwingungszustand – man beobachtet ein anderes Teilchen als vor der Wechselwirkung.

Es geht in der Stringtheorie also um die kleinsten Dinge der Welt. Wie weit reichen unsere etablierten Theorien, das Standardmodell der Teilchenphysik (SMT) und die Allgemeine Relativitätstheorie (ART) in diese kleinsten Dimensionen?

Im SMT beschreibt die Compton-Wellenlänge λ_m eines Teilchens der Masse m seine wellenmechanische Ausdehnung:

$$\lambda_m = \frac{h}{m c} \quad (1)$$

Versucht man nun, den Ort des Teilchens

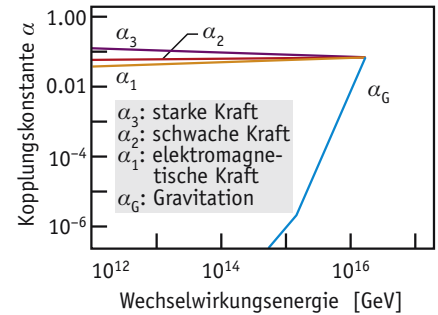
genauer festzulegen als seine Compton-Wellenlänge, so muss gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation, $\Delta x \Delta p \geq \hbar/2$, und $p = E/c$ eine Energie aufgewendet werden, die größer ist als die Ruheenergie dieses Teilchens, wodurch beim Messvorgang ein äquivalentes Teilchen entsteht und dadurch trotz der aufgewendeten Energie keine Aussage der gewünschten Art möglich wird. Dabei ist $\hbar = 6.6261 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$ das Plancksche Wirkungsquantum und $\hbar = \hbar/(2\pi)$. Die Lichtgeschwindigkeit ist $c = 2.998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

Aufgabe 1: Man berechne die Compton-Wellenlänge λ_e des Elektrons. Seine Masse ist: $m_e = 9.1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$.

Während im SMT erfolgreich die elektromagnetische Kraft, die starke und die schwache Kernkraft zu einer umfassenden Theorie zusammengefasst werden konnten, harrt die Gravitation nach wie vor der gemeinsamen Formulierung mit den anderen drei Kräften.

Auch in der die Gravitation beschreibenden ART stößt man an gewisse Grenzen. Der Gravitationsradius r_G einer

Ihre Lösungen senden Sie bitte bis zum **15. März** an: Redaktion SuW – Zum Nachdenken, Max-Planck-Institut für Astrophysik, Königstuhl 17, D-69117 Heidelberg. Fax: (+49) 6221-528-246.



Im Rahmen der M-Theorie, Typ Horava-Witten, könnten alle Wechselwirkungskräfte ab einer Energie von einigen 10^{16} GeV zu einer Kraft verschmelzen. Die Graphik zeigt dies anhand der jeweiligen Kopplungskonstanten α_i , ein Maß für die Stärke der Kraft. (Nach: Joseph Polchinski, 1996)

Masseansammlung beschreibt einen kritischen Bereich im Raum, aus dessen Innerem keine Information nach außen zu dringen vermag:

$$r_G = \frac{G m}{c^2} \quad (2)$$

$$\Delta v = v_1 - v_2 = 0.01 v_2 \approx 0.01 v_s = 430 \text{ km/s}.$$

Aufgabe 7: Der Impulsunterschied Δp zwischen den Halbschalen muss gleich sein dem vom Neutronenstern aufgenommenen Impuls p_{NS} :

$$\Delta p = \frac{1}{2} M_S \Delta v = M_{\text{NS}} v_{\text{NS}} = p_{\text{NS}}.$$

Es folgt:

$$v_{\text{NS}} = \frac{1}{2} (M_S/M_{\text{NS}}) \Delta v = 1320 \text{ km/s},$$

eine Geschwindigkeit, wie in der Aufgabenstellung geschildert. **AMQ**

Richtige Lösungen sandten ein:

Anette Anastasakis, D-69207 Sandhausen; Ulrike Neumann, D-59558 Lippstadt; Ulrike Saher, D-40629 Düsseldorf; Sieglinde Übermayer, A-2253 Weikendorf; N. Becker, D-61462 Königstein i. Ts.; Chr. Beran, D-69121 Heidelberg; W. Blendin, D-65597 Hünfelden-Kirberg; A. Borchardt, D-86356 Neusäß/OT Steppach; G. Breitkopf, D-13156 Berlin; U. Buchner-Eysell, D-86833 Ettringen; W. Christ, D-65824 Schwalbach; K. Clausecker, D-74219 Möckmühl; R.-R. Conrad, D-31275 Lehrte; J. Döblitz, D-70619 Stuttgart; H. Dschida, D-73660 Urbach; H. Duran, CH-5300 Turgi; M. Ebert, D-85435 Erding; E. Edler v. Malyevacz, D-70825 Korntal-Münchingen; H. Eggers, D-31311 Uetze; R. Fischer, D-50858 Köln; G. Forster, D-69120 Heidelberg; M. Geisel, D-79540 Lörrach; M. Gläsel, D-95445 Bayreuth; J. Glatkowski, D-76571 Gaggenau; H. Göbel, D-79540 Lörrach; M. Growe, D-21493 Schwarzenbek; J. Th. Grundmann, D-52068 Aachen; A. Güth, D-73078 Boll; R. Guse, D-31228 Peine; A. Haag, D-63110 Rodgau; R. Hagelweide, D-27726 Worpswede; J. Haller, D-51379 Leverkusen; J. Hampp, D-91056 Erlangen; D. Hauffe, D-60431 Frankfurt am Main; H. Hauser, D-89275 Elchingen; M. Hegenbarth, D-80935 München; U. Hermann, D-89347 Bubesheim; S. Hetze, D-12057 Berlin; A. Heuser, D-53879 Euskir-

Lösung der Aufgabe aus dem Januar-Heft 2006

Aufgabe 1: Der dem gravitativen Kollaps unterliegende Kern gewinnt die Potentialenergie und damit die den Stern zerreißende Explosionsenergie:

$$E_G = 1.06 \cdot 10^{47} \text{ J}.$$

Aufgabe 2: Die mittlere Energie E_v der beim Kollaps emittierten Neutrinos beträgt damit:

$$E_v = E_G/N_v = 1.06 \cdot 10^{-11} \text{ J},$$

oder, mit $1 \text{ eV} = 1.602 \cdot 10^{-19} \text{ J}$,

$$E_v = 66.2 \text{ MeV}.$$

Aufgabe 3: Der Gesamtwirkungsquerschnitt F_v aller Neutrinos ist gegeben durch:

$$F_v = N_v \sigma_v = 3.31 \cdot 10^{14} \text{ m}^2;$$

er liegt wegen

$$F_K = 4 \pi R_K^2 = 2.83 \cdot 10^{13} \text{ m}^2;$$

in vergleichbarer Größenordnung.

Aufgabe 4: Die Freifallzeit folgt aus der angegebenen Gleichung:

$$\tau_{\text{FF}} = \pi \sqrt{\frac{a^3}{G M_K}} = 0.125 \text{ Sekunden}.$$

Der Kollaps erfolgt somit praktisch instantan.

Zusatzaufgabe: Das 3. Keplersche Gesetz ergibt sich unmittelbar aus der Gleichheit von Gravitationskraft $F_G = G m M/r^2$ und Fliehkraft $F_F = 4 \pi^2 r m/P^2$:

$$\frac{r^3}{P^2} = \frac{G M}{4 \pi^2}.$$

Mit $r = a$ und $\tau_{\text{FF}} = P/2$ folgt sofort die gesuchte Gleichung.

Aufgabe 5: Die Masse der Schale ist $M_S = M - M_{\text{NS}} = 8.6 M_\odot$. Ihre kinetische Energie ist $E_S = 0.15 E_G = \frac{1}{2} M_S v_S^2$. Damit folgt die mittlere Geschwindigkeit v_S der abgesprengten Sternmaterie zu: $v_S = 43 \text{ 000 km/s}$. Dieser Wert ist in seiner Größenordnung mit den Beobachtungen vergleichbar, wenn auch etwas zu hoch.

Aufgabe 6: Laut Voraussetzung gilt $E_1 - E_2 = 0.01 (E_1 + E_2)$. Damit ist $E_1 = 1.02 E_2$. Setzt man nun $E_1 = M_S v_1^2/4$ und $E_2 = M_S v_2^2/4$ ein, so folgt nach Eliminierung der Schalenmasse M_S :

$$v_1 = 1.01 v_2.$$

Die gesuchte Geschwindigkeitsdifferenz Δv der Halbschalen ist dann:

Aufgabe 2: Die Gleichungen (1) und (2) beschreiben die Grenze der Gültigkeit der bekannten Physik zu kleinen Abständen hin. Durch Gleichsetzen über die Masse m ermittle man diese Grenzgröße, die Planck-Länge l_p . Dazu setze man $l_p = \lambda_m = r_G$. Man vergleiche das Ergebnis mit der Compton-Wellenlänge λ_c des Elektrons!

Jedes Objekt kleiner als die Planck-Länge besäße wegen der Unschärferelation so viel Energie bzw. Masse, dass es zu einem Schwarzen Loch kollabieren müsste.

Aufgabe 3: Man berechne die Planck-Zeit t_p . Sie beschreibt jene Zeitspanne, die das Licht für das Zurücklegen einer Planck-Länge benötigt. Aussagen über kürzere Zeitspannen sind wiederum wegen der Unschärferelation nicht möglich.

Es existieren offenbar kleinste Zeiten und kleinste Längen, unterhalb derer Raum und Zeit ihre Kontinuität verlieren.

AXEL M. QUETZ

Literatur

- [1] **Brian Greene:** Das elegante Universum. Siedler Verlag, Berlin (2000)
 [2] **Lisa Randall:** Verborgene Universen. Eine Reise in den extradimensionalen Raum. S. Fischer Verlag, Frankfurt a. M. (2006)

chen; F. Hofmann, D-01069 Dresden; B. Hornisch, D-91238 Engelthal; B. Hußl, A-4542 Nußbach; Th. Inghoff, D-34355 Staufenberg; G. Junge, D-04600 Altenburg; H. Kamper, D-89520 Heidenheim; J. E. Keller, D-68775 Ketsch; L. Kirschhock, D-92237 Sulzbach-Rosenberg; F.-G. Knell, D-63457 Hanau; K.-M. Köppl, D-47805 Krefeld; K.-H. Künkler, D-45279 Essen; H.-P. Lange, D-85376 Massenhäuser; M. Leinweber, D-35435 Wetztenberg; A. Leonhardt, D-90559 Burghann; B. Leps, D-13507 Berlin; A. Lichtfuß, D-93161 Sinzing; R. Lühmann, D-78224 Singen; W. Mahl, D-71254 Ditzingen; P. Matzik, D-51399 Burscheid; N. Mayer, D-12205 Berlin; M. Mendl, D-85567 Grafing b. München; F. Moser, D-47167 Duisburg; K. Mottl, D-82538 Geretsried; S. Mrozek, D-25358 Horst; Chr. Netzel, D-52080 Aachen; J. Nußbaum, D-80689 München; M. Otte, D-59558 Lippstadt; Chr. Overhaus, D-46325 Borken; G. Pannach, D-38124 Braunschweig; H.-P. Patjens, D-27299 Langwedel; M. Plambeck, D-21031 Hamburg; G. Portisch, D-75015 Bretten; U. Poschmann, D-52351 Düren; R. Prager, A-2230 Gänserndorf; H. Prange, D-57250 Netphen; B. Quednau, D-33397 Rietberg; F. Reinhardt, D-79539 Lörrach; M. Reininger, A-3130 Herzogenburg; E. Rössler, D-13503 Berlin; K. Rohe, D-85625 Glonn; A. Schäfer, D-71711 Steinheim/Murr; F. Schauer, D-79199 Kirchzarten; N. Scherer-Negenborn, D-76137 Karlsruhe; J. Schermer, D-12687 Berlin; R. H. Schertler, A-5280 Braunau am Inn; M. Schiffer, D-88662 Überlingen; B. Schmalfeldt, D-21521 Aumühle; R.-G. Schmidt, D-45657 Recklinghausen; J. Schnichels, D-53881 Euskirchen; G. Scholz, D-73457 Essingen; P. J. Schüngel, CH-8105 Regensdorf ZH; S. Schuler, D-66346 Püttlingen; M. Senkel, D-85614 Kirchseeon; D. Spitzer, D-59075 Hamm; R. Stahlbaum, D-38124 Braunschweig; A. Thiele, D-52066 Aachen; A. Trutschel-Stefan, D-83714 Miesbach; H.-G. Wefels, D-47239 Duisburg; S. Weiß, A-8010 Graz; H. Wember, D-22525 Hamburg; B. Wichert, D-21629 Neu-Wulmsdorf; Chr. Wiedemair, I-39031 Bruneck, Südtirol; H.-U. Wieland, D-73340 Amstetten; M. Ziegler, A-2460 Bruckneudorf; Chr. Zorn, D-70825 Korntal-Münchingen; W. Zumach, D-86163 Augsburg.

Insgesamt 105 Einsendungen, Fehlerquote: 0 %.

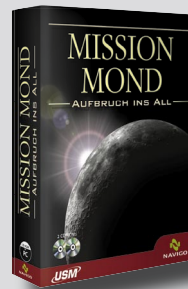
Kreuzworträtsel

VON FRED GOYKE

Antares Sternbild (int. Abk.)	6	Teil einer Mon- tierung	Satelliten- mission (Gravitati- onswellen)	Observat. mit zwei 10-m-Te- leskopen	Sternbild zw. Luchs u. Perseus (int. Abk.)	franz. Astronom (1897- 1952)	4	Teil einer Mon- tierung
Sternbild mit Prokyon (int. Abk.)			VLT- Teleskop		12			Sternbild mit Polaris (int. Abk.)
1					Raketen- pionier, Raum- gleiter	Bestand- teil von Bronze (Symbol)		9
Hilfs- rakete	J.Dobsons Vereinigg. (...Astro- nomen)		lokale Himmels- koord- inate	Meteor- häufung				
...To Vir...		2	Gebirgs- zug auf der Venus	8		Instru- ment auf Soho		
				Bez. f.d. Raum- transpor- ter Orion		internat. astron. Verein- igung		Teil eines Astro- labiums
deutscher Physiker (Photo- effekt)	...Region (ion. Was- serstoff- wolken)			südliches Sternbild (int. Abk.)	10	Galaxien- typ nach Hubble		
			Symbol für Darm- stadium	Satellit für Gamma- astrono- mie (Abk.)			Symbol f. Mangan	7
Mikro- wellen- sensor auf EWSAT	Alpha Ursae Majoris	11				geplantes 30-m- Teleskop		
alte Bez. für Novae (...stern)		3		europ. Träger- rakete				5

Lösung des Kreuzwort-
rätsels aus SuW 1/2007

A O E F C
Z W E R G P L A N E T
D E L F R O V E R
L A L K O R P E A
F A T E T H E S S
A A L O F A R K
P P E I F E N U C E
H A A R I P F E I L
G D P E A S E X L
T E S S E R A N A S A



glückliche Gewinner des Meade Capture View-II 8×22 (bei 97 richtigen, 37 falschen und 6 zu spät eingetroffenen Einsendungen) ist: **Albrecht Thiele**, Eupener Str. 225, D-52066 Aachen. Herzlichen Glückwunsch! Red.

»Zum Nachdenken« im Web

Einige Tage vor der Auslieferung des gedruckten Heftes lässt sich das aktuelle »Zum Nachdenken« auf der Homepage von SuW www.suw-online.de als PDF finden. Ältere Fassungen: → Heftarchiv → Jahr, bzw. Zurückliegende Ausgaben.

Einsendungen

- Lösungen werden nur auf Papier – Brief oder Fax – akzeptiert, auf keinen Fall jedoch per E-Mail.
- Die Redaktion empfiehlt, Namen und Anschrift immer auf dem Lösungsblatt zu notieren.
- Lösungen, die nach dem angegebenen Stichtag eintreffen, können leider nicht berücksichtigt werden.

Die 26. Runde

Mit der Aufgabe im Juni-Heft begann die 26. Runde *Zum Nachdenken*. Alle Löser mit wenigstens neun richtigen Einsendungen aus den zwölf bis inklusive Mai 2007 erscheinenden Aufgaben in »Zum Nachdenken« werden bei der Verlosung im Sommer 2007 berücksichtigt. Zu gewinnen sind als attraktive Hauptpreise ein komplettes Okularset, bestehend aus sechs Okularen vom Typ **Baader-Hyperion**, gestiftet von Fa. Baader Planetarium, sowie ein Fernglas **Mariner II**, gestiftet von Fa. Fujinon. Viel Spaß beim Nachdenken und viel Erfolg beim Lösen!

AMQ

Hauptpreise



Das Okularset **Baader-Hyperion** im Wert von 699 € besteht aus sechs 68°-Weitwinkel-Okularen mit augenphysiologisch optimalem Gesichtsfeld in den Brennweiten: 3,5 mm, 5 mm, 8 mm, 13 mm, 17 mm und 21 mm, jeweils mit 1¼"- und 2"-Steckfassung, sowie zwei integrierten Systemgewinden zur Adaption des Okulars an fast jede digitale Kamera – dazu werden 16 verschiedene digitale T-Ringe optional angeboten. Gestiftet von Fa. Baader Planetarium. www.baader-planetarium.de.



Das Fernglas **Mariner II** vom Typ 7×50 WP/II-CF im Wert von 189 €, mit herausragenden optischen Eigenschaften, gestiftet von Fa. Fujinon (Europe) GmbH. www.fujinon.de.