

# HELIOS und der Staubring bei Venus

Seit einigen Jahren ist bekannt, dass entlang der Umlaufbahn der Erde um die Sonne ein Staubring existiert. Er wurde in den Daten der Satelliten IRAS und COBE als erhöhte Helligkeit des Zodiakallichts festgestellt. Das Zodiakallicht rührt von Staubteilchen im Sonnensystem her, die das Sonnenlicht reflektieren.

Diese Teilchen besitzen Größen von etwa einem bis hundert Mikrometern und spiralen langsam in Richtung Sonne. Der Vorgang lässt sich durch den Poynting-Robertson-Effekt beschreiben. Schließlich verschwinden die Staubteilchen in der Sonne. Dieser Drift benötigt astronomisch gesehen nur eine kurze Zeit, woraus sich schließen lässt, dass die Staubpartikel im Planetensystem ständig nachgeliefert werden müssen. Als Quelle bietet sich der Asteroidengürtel an, in dem bei Zusammenstößen ständig neue Teilchen freigesetzt werden. Diese werden beim Passieren der Erdbahn durch die Gravitation der Erde dahingehend gestört, dass sie länger in Erd-

bahnnähe verweilen – daraus resultiert eine erhöhte Staubbichte.

Auf Seite 20 f. im Heft ist nachzulesen, dass nun auch bei der Venus ein solcher Staubring gefunden wurde.

**Aufgabe 1:** Die Photometer von HELIOS registrierten eine geringe, jedoch signifikante Aufhellung entlang eines Stücks ihrer Bahn, die auf einen Staubring gerade außerhalb der Venusbahn hindeutet. Die Sonde bewegte sich dabei in einem Bereich von  $\Delta\lambda = 11^\circ$  heliozentrischer Länge vorwärts, beginnend mit dem Kreuzen der Venusbahn, während sie sich weiter von der Sonne entfernte. Unter der Voraussetzung, dass der innere Radius des Staubrings dem Bahnradius der Venus  $r_V = 0,723$  AE entspricht, berechne man seine radiale Ausdehnung  $\Delta r$ . HELIOS' Bahn ist eine Ellipse mit der Periapsis  $r_P = 0,289$  AE und der Apoapsis  $r_A = 0,983$  AE. Die numerische Exzentrizität ist  $e = 0,5456$ . Den Zusammenhang zwischen Sonnen-

Ihre Lösungen senden Sie bitte bis zum **15. Januar** an: Redaktion SuW – Zum Nachdenken, Max-Planck-Institut für Astronomie, Königstuhl 17, D-69117 Heidelberg. Fax: (+49)0 6221-528-246.

distanz  $r$  entlang der Bahn und dem heliozentrischen Winkel (= wahre Anomalie)  $v$  liefert die Kegelschnitt-Gleichung:

$$r = p/(1 + e \cos v).$$

Der Bahnparameter ist  $p = a(1 - e^2)$ , die große Bahnhalbachse ist  $a = (r_P + r_A)/2$ .

Die Staubteilchen umkreisen die Sonne auf Kepler-Bahnen, denn sie unterliegen der Gravitation der Sonne. Sie spüren allerdings auch den Strahlungsdruck des Sonnenlichts. Wegen der Bewegung der Teilchen um die Sonne scheint für sie das Sonnenlicht nicht genau senkrecht zur Bahntangente einzufallen, sondern infolge der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit schräg von vorne. Dadurch wirkt der Strahlungsdruck nicht nur in radialer Richtung, vielmehr besitzt er auch eine Komponente, welche die bestrahlten Teilchen abbremst. Dieses Verhalten wurde im Jahr 1903 vom britischen Physiker John Henry Poynting vorausgesagt und 34 Jahre später durch den amerikanischen Astronomen Howard Percy Robertson im Detail beschrieben.

## Lösung der Aufgabe aus dem November-Heft 2007

**Aufgabe 1:** Die Bewegungsgleichung (1) für ein Testteilchen der Masse  $m$  am Rand der Kugel ergibt sich über  $F_G = F$  bzw.  $-GmM/R^2 = ma_G$  mit  $a_G = \dot{v} = \dot{R}$  zu  $\ddot{R} = -GM/R^2$ , oder, mit der mittleren Materiedichte  $\rho = M/[(4\pi/3)R^3]$ , zu:

$$\ddot{R} = -(4\pi/3)G\rho R \quad (1)$$

**Aufgabe 2:** Die auf die gesamte Materiedichte  $\rho_{\text{ges}} = \rho + 3P/c^2$  erweiterte Gleichung (1) lautet:

$$\ddot{R} = -(4\pi/3)G(\rho + 3P/c^2)R \quad (2)$$

worin  $\rho_P = 3P/c^2$  der dem in der Kugel herrschenden Druck  $P$  entsprechenden Materiedichte entspricht.

**Aufgabe 3:** Die innere Energie  $U$  der Kugel ist  $U = Mc^2 = (4\pi/3)\rho R^3 c^2$ . Deren zeitliche Ableitung ist:

$$\dot{U} = (4\pi/3)\dot{\rho}R^3 c^2 + (4\pi/3)\rho c^2 3R^2 \dot{R}.$$

Die Volumenänderung nach der Zeit ist:

$$\dot{V} = (4\pi/3)3R^2 \dot{R}.$$

Dies in Gleichung (3),  $\dot{U} = -P\dot{V}$ , eingesetzt und durch  $(4\pi/3)$  sowie  $R$  dividiert, ergibt:

$$\dot{\rho}R^2 + 3\rho R\dot{R} + (P/c^2)3R\dot{R} = 0.$$

Nach Aufspalten des zweiten Terms und Ausklammern von  $R\dot{R}$  folgt die gesuchte

Gleichung:

$$2R\dot{R}\rho + (\rho + 3P/c^2)R\dot{R} + R^2\dot{\rho} = 0. \quad (4)$$

**Aufgabe 4:** Durch Einsetzen von Gleichung (2) in Gleichung (4) folgt:

$$2\dot{R}\ddot{R} = (8\pi/3)G(2R\dot{R}\rho + R^2\dot{\rho}). \quad (5)$$

Mit den Ableitungen  $d(\dot{R}^2)/dt = 2\dot{R}\ddot{R}$  und  $d(R^2\dot{\rho})/dt = 2R\dot{R}\dot{\rho} + R^2\ddot{\rho}$  folgt nach Einsetzen in (5) und unbestimmte Integration über die Zeit:

$$\dot{R}^2 = (8\pi/3)GR^2\rho + K. \quad (6)$$

Dabei ist  $K$  die Integrationskonstante. Der Skalenfaktor lautet  $a = R/R_0$ . Seine zeitliche Ableitung ist  $\dot{a} = \dot{R}/R_0$ . Bildet man nun wie gefordert  $(\dot{a}/a)^2$ , so folgt:

$$(\dot{a}/a)^2 = (\dot{R}/R)^2 = (8\pi/3)G\rho + K/R^2. \quad (7)$$

Dies ist die Friedmann-Gleichung. Sie beschreibt das Verhalten des Skalenfaktors des Universums mit der Zeit.

**Aufgabe 5:** Mit  $H = \dot{a}/a$ , der Definition der Hubble-Konstanten, folgt mit  $K = 0$ :

$$H = [(8\pi/3)G\rho]^{1/2}. \quad (9)$$

Setzt man die Materiedichte  $\rho = 3 \times 10^{-27}$  kg/m<sup>3</sup> des heutigen Universums in Gleichung (9) ein, findet man:  $H_0 = 40$  km s<sup>-1</sup>/Mpc. Dieser Wert ist deutlich kleiner als der gemessene Wert von 73 km s<sup>-1</sup>/Mpc.

Offenbar ist der Betrag für die Dichte zu klein und/oder  $K$  ist eben nicht gleich Null!

**Aufgabe 6:** Bildet man  $da/dz = -(1+z)^{-2}$ , so lässt sich auch schreiben:  $da = -a^2 dz$ . Aus

$$ds = ca^{-1} dt \quad (8)$$

wird nach Anleitung

$$\begin{aligned} ds &= ca^{-1} (dt/da) da \\ &= -ca^{-1} \dot{a}^{-1} a^2 dz \\ &= -c(a/\dot{a}) dz \\ &= -(c/H) dz. \end{aligned} \quad (10)$$

Die vom Licht zurückgelegte Strecke  $S$  von der weit entfernten Supernova mit der Rotverschiebung  $z_{\text{SN}}$  zu uns ist dann:

$$S = c \int_0^{z_{\text{SN}}} H(z)^{-1} dz.$$

Eine kleine Hubble-Konstante im jungen Universum verlängert demnach den vom Licht zurückgelegten Weg  $S$ . AMQ

## Richtige Lösungen sandten ein:

Anette Anastasakis, D-69207 Sandhausen; Ulrike Hellmann, D-42365 Wuppertel; Anna Konrad, D-52072 Aachen; Ulrike Neumann, D-59558 Lippstadt; Maria Obst, D-92318 Neumarkt; Ulrike Saher, D-40629 Düsseldorf; Sieglinde Übermayer, A-2253 Weikendorf; Margit Zink, D-73240 Wendlingen; J. Beisser, D-28865 Lilienthal; W. Bernhardt, D-79737 Herrischried; A. Borchardt, D-86356 Neusäß/OT Steppach; H. Bresele, D-93128 Regenstauf; K. Clausecker, D-74219 Möckmühl; A. Dannhauer, D-38871 Ilsenburg; H. Duran, CH-5300 Turgi; M. Ebert, D-85435 Erding; H. Eggers, D-31311 Uetze; G. Forster, D-69120 Heidelberg; M. Geisel, D-79540 Lör-

**Aufgabe 2:** Für den durch die stetige Abbremsung schrumpfenden Bahnradius  $r$  gilt:  $\dot{r} = -2 \alpha/r$  (1). Dabei ist  $\dot{r}$  die zeitliche Ableitung des Bahnradius und  $\alpha = 3 L_{\odot} q / (16 \pi c^2 R \varrho)$ . Die Integration von Gleichung (1) zwischen Startradius  $r_a$  und Zielradius  $r_b$  ergibt:

$$\int_{r_a}^{r_b} r dr = -2 \int_0^{\tau} \alpha dt,$$

woraus sofort folgt:

$$\frac{1}{2} (r_a^2 - r_b^2) = 2 \alpha \tau.$$

Die Sonnenleuchtkraft ist  $L_{\odot} = 3,846 \times 10^{26}$  W und die Lichtgeschwindigkeit beträgt  $c = 2,998 \times 10^8$  m/s. Man bestimme für die Teilchenradien  $R_1 = 1 \mu\text{m}$  und  $R_{100} = 100 \mu\text{m}$  diejenige Zeit  $\tau$ , in der ein Teilchen vom Asteroidengürtel bei  $r = 3$  AE bis zur Venusbahn spiralt. Wie lange benötigen die Staubpartikel von der Venusbahn bis zum Sonnenradius bei  $R_{\odot} = 6,96 \times 10^8$  m? Die Teilchendichte betrage  $\varrho = 3 \text{ g/cm}^3$ , der Parameter  $q$ , der beschreibt, wie gut das Teilchen das Sonnenlicht absorbiert ( $q = 1$ ) oder reflektiert ( $q = 2$ ), sei  $q = 1,5$ . AXEL M. QUETZ

### Literatur

[1] Axel M. Quetz: Zum Nachdenken: Poynting-Robertson-Effekt. SuW 4/1998, S.394.

rach; M. Glässl, D-95445 Bayreuth; J. Glattkowski, D-76571 Gaggenau; H. Göbel, D-79540 Lörrach; J. Th. Grundmann, D-52068 Aachen; A. Güth, D-73078 Boll; R. Guse, D-31228 Peine; A. Haag, D-63110 Rodgau; J. Haller, D-51379 Leverkusen; A. Hardt, D-38124 Vechedel; W. Hauck, D-90449 Nürnberg; D. Hauffe, D-60431 Frankfurt am Main; H. Hauser, D-89275 Elchingen; A. Heuser, D-53879 Euskirchen; J. Hochheim, D-06295 Lutherstadt Eisenberg; E. Hoffmeister, D-53604 Bad Honnef; F. Hofmann, D-01069 Dresden; B. Hornisch, D-91238 Engelthal; N. Husmann, D-48155 Münster; Th. Inghoff, D-34355 Staufenberg; H. Kamper, D-89520 Heidenheim; S. Kassam, D-60431 Frankfurt/M.; F.-G. Knell, D-63457 Hanau; K.-M. Köppl, D-47805 Krefeld; M. Krellmann, D-01239 Desden; M. Kretzler, D-69259 Wilhelmsfeld; K.-H. Künkler, D-45279 Essen; O. Kunze, D-35039 Marburg; H.-P. Lange, D-85376 Massenhausen; M. Leinweber, D-35435 Wettberg; A. Leonhardt, D-90559 Burgthann; B. Leps, D-13507 Berlin; A. Lichtfuß, D-93161 Singzing; R. Lüthmann, D-78224 Singen; W. Mahl, D-71254 Ditzingen; P. Matzik, D-51399 Scheide; N. Mayer, D-12205 Berlin; R. Melcher, D-76227 Karlsruhe; M. Mendl, D-85567 Grafing b. München; K. Motl, D-82538 Geretsried; Chr. Netzel, D-52080 Aachen; M. Otte, D-59558 Lippstadt; G. Pannach, D-38124 Braunschweig; H.-P. Patjens, D-27299 Langwedel; R. Pitzl, A-2345 Brunn/Gebirge; G. Portisch, D-75015 Bretten; U. Poschmann, D-52351 Düren; R. Prager, A-2230 Gänserndorf; H. Prange, D-57250 Netphen; I. Raap, D-89551 Königsbrunn; E. Rössler, D-13503 Berlin; K. Rohe, D-85625 Glonn; F. Schauer, D-79199 Kirchzarten; J. Schermer, D-12687 Berlin; R. H. Schertler, A-5280 Braunau am Inn; M. Schiffer, D-88662 Überlingen; B. Schmalfeldt, D-21521 Aumühle; R.-G. Schmidt, D-45657 Recklinghausen; S. Schuler, D-66346 Püttlingen; F. Seybold, D-86153 Augsburg; R. Stahlbaum, D-38110 Braunschweig; A. Thiele, D-52066 Aachen; B. Wachow, D-50767 Köln; H.-G. Wefels, D-47239 Duisburg; H. Wember, D-22525 Hamburg; R. Wetzel, D-49076 Osnabrück; B. Wichert, D-21629 Neu-Wulmstorf; Chr. Wiedemair, I-39031 Bruneck, Südtirol; H.-U. Wieland, D-73340 Amstetten; Chr. Zorn, D-70825 Kornal-Münchingen.

Insgesamt 88 Einsendungen, Fehlerquote: 0 %.

## Kreuzworträtsel

VON FRED GOYKE

Mitteilungsblatt des AKM e.V.	Struktur der Jupiteratmosphäre	kleiner Mond (engl.)	Anzahl der VIKING-Sonden auf Mars	Ersatzmann von Gagarin	Astronom, studierte u.a. Dunkelwolken	Mondkrater mit Strahlensystem
1. Mensch frei im Weltraum	estnischer Astronom (1893-1985)	Symbol für Nickel	Stern im Sternbild Kleiner Bär	Nebenfluss des Rheins	Asteroid Nr. 105, Satellit m. Ionenantr.	Symbol für Ruthenium
Kfz.-Kennzeichen f. Eisenach	Symbol für Nickel	Zwergplanet	Weltraumbahnhof der ESA	Asteroid, griech. Göttin der Nacht	geolog. Abteilung im Jura	Bremer Raumfahrtfirma
Sternbild bei Carina und Pictor (int. Abk.)	russ. Polarforscher (1877-1914)	Eule	Asteroid, nach Figur in Tüll-Eulenspiegel	Haarstern	Kfz.-Kennzeichen f. Ansbach	Mondmeteorit (Sayh al ... 169)
philippin. Vulkan	Stern im Wassermann	chin. Satellitenkontrollzentrum	Himmelsrichtung (Abk.)			

Lösung des Kreuzworträtsels aus SuW 11/2007

A A A R B  
M O N A L I S A E L T  
L T Z G I T T E R  
M I L L I K A N O N  
V I E R R E R D E  
B I A S A D A P T E R  
N A A C P O E I  
E T H Z N S  
T E T H Y S K A S E I  
L A H E S S L E O

**Kreuzworträtsel.** Die eingekreisten Buchstaben bilden ein Lösungswort. Unter allen, die dieses Lösungswort bis zum **15. Januar** auf einer **Postkarte** an die **Redaktion** einsenden, verlosen wir einen **Astrocom-Filter** schieber für bis zu fünf 1¼"-Filter im Wert von 95 €, gestiftet von Fa. Astrocom, Martinsried.



Die Lösung des Kreuzworträtsels in Heft 11/2006 lautet: **Haarstern**. Der glückliche Gewinner der Software **Starry Night Pro**, gestiftet von Fa. Imaginova/Avanquest, bei 82 richtigen Einsendungen ist: **Jan Wilhelm**, Neue Str. 9, D-74915 Waibstadt. *Herzlichen Glückwunsch! Red.*

### »Zum Nachdenken« im Web

Einige Tage vor der Auslieferung des gedruckten Heftes lässt sich das aktuelle »Zum Nachdenken« auf der Homepage von SuW [www.suw-online.de](http://www.suw-online.de) als PDF finden. Ältere Fassungen: → Heftarchiv → Jahr, bzw. Zurückliegende Ausgaben.

### Einsendungen

- Lösungen werden nur auf Papier – Brief oder Fax – akzeptiert, auf keinen Fall jedoch per E-Mail.
- Die Redaktion empfiehlt, Namen und Anschrift immer auf dem Lösungsblatt zu notieren.
- Lösungen, die nach dem angegebenen Stichtag eintreffen, können leider nicht berücksichtigt werden.

### Die 27. Runde

Mit der Aufgabe im Juni-Heft begann die 27. Runde *Zum Nachdenken*. Alle Löser mit wenigstens neun richtigen Einsendungen aus den zwölf bis inklusive Mai 2008 erscheinenden Aufgaben in »Zum Nachdenken« werden bei der Verlosung im Sommer 2008 berücksichtigt. Zu gewinnen ist als attraktiver Hauptpreis ein **8-Zoll-Reisedobson**, gestiftet von Fa. Hofheim Instruments.

Viel Spaß beim Nachdenken und viel Erfolg beim Lösen der Aufgaben! AMQ

### Hauptpreis



Mit dem 8-Zoll-Reisedobson von Hofheim Instruments im Wert von 990 € können Sie in Ihrem nächsten Urlaub überall auf Galaxien- und Nebeljagd gehen. Zusammengepackt ist es ein nur 8 kg leichtes Handgepäckstück, aufgebaut ein leistungsstarker 8-Zoll-f/4-Newton in Gitterbauweise auf einer klassischen Dobson-Montierung. Das Gerät ist stabil und solide aus Aluminium, Edelstahl und Birke-Multiplexholz gefertigt. Es ist extrem einfach zu handhaben. Zu dem Gerät wird ergänzend ein umfangreiches Zubehörprogramm angeboten. Gestiftet von Fa. Hofheim Instruments, Hofheim. [www.hofheiminstruments.com](http://www.hofheiminstruments.com)