

Das Experiment

In der Fachzeitschrift „*The Planetary Science Journal*“ erschien im September 2022 ein Artikel, in dem eine Forschergruppe um James D. Walker (*Southwest Research Institute, San Antonio, USA*) ein interessantes Experiment beschreibt, welches die Wirkung des Einschlags einer Raumsonde auf einen Asteroiden simulieren sollte. Insbesondere sollte vor allem der sogenannte β -Parameter des Impulsübertrags ermittelt werden. Das ist der Quotient aus der Impulsänderung des Asteroiden und dem Impuls des Geschosses:
$$\beta = \frac{m_{\text{Asteroid}} \cdot \Delta v}{m_{\text{Projektil}} \cdot v_{\text{Dart}}}$$

Bei einer inelastischen Kollision ohne Auswurf hat β stets den Wert eins. Ein zusätzlicher Rückstoß durch ausgeworfenes Kratermaterial erzeugt einen Wert, der größer als eins ist.

Als Target wurde ein Kasten mit Steinen gefüllt, die mit einer Zementmasse fixiert wurden. Dieser Kasten wurde dann vertikal so an einer mechanischen Aufhängung befestigt, dass ein schweres Pendel entstand. Die Pendelmasse betrug 742,4 kg.

Das Projektil bestand aus einer massiven Aluminiumkugel (Durchmesser 3 cm), die mit einer speziellen Anordnung (*two-stage light gas gun*) auf die extrem hohe Geschwindigkeit von 5440 m/s beschleunigt werden konnte.

Durch den Aufprall der Kugel auf die Pendelmasse gerät diese in Schwingung, wobei aus dem Auslenkungswinkel des Pendels auf die Geschwindigkeit der Pendelmasse zum Zeitpunkt der Kollision geschlossen werden kann (ballistisches Pendel).

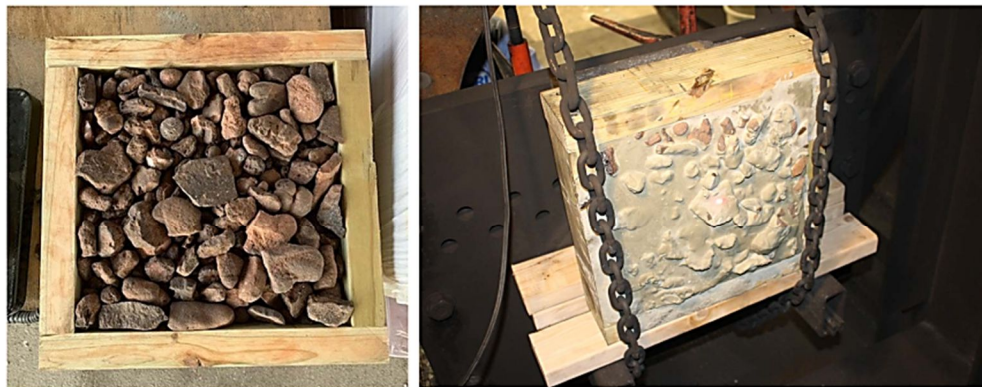


Figure 1. Photograph of the stones in the wooden frame before (left) and after (right) the cement to hold them in place was poured. The right picture shows the target block as it is chained to the face of the pendulum.

Walker et al. THE PLANETARY SCIENCE JOURNAL, 2022 September



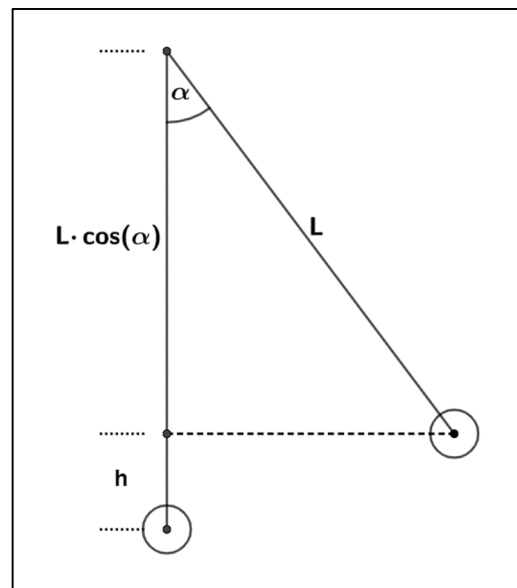
Figure 2. Photograph of the back side of the pendulum in the target vacuum chamber before the impact experiment (left). Drawing of the pendulum assembly from the front (right).

Aufgabe 1: Das ballistische Pendel

Wie bereits erwähnt, wird für die Bestimmung des β -Parameters die Geschwindigkeit des Pendels kurz nach dem Aufprall des Projektils benötigt. Walker gibt in seiner Publikation dafür die Formel $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos(\alpha))}$, wobei α der maximale Auslenkwinkel des Pendels, g die Erdbeschleunigung und L die Länge des Pendels (Aufhängung bis Schwerpunkt der Pendelmasse) sind.

Leiten Sie die obere Formel her.

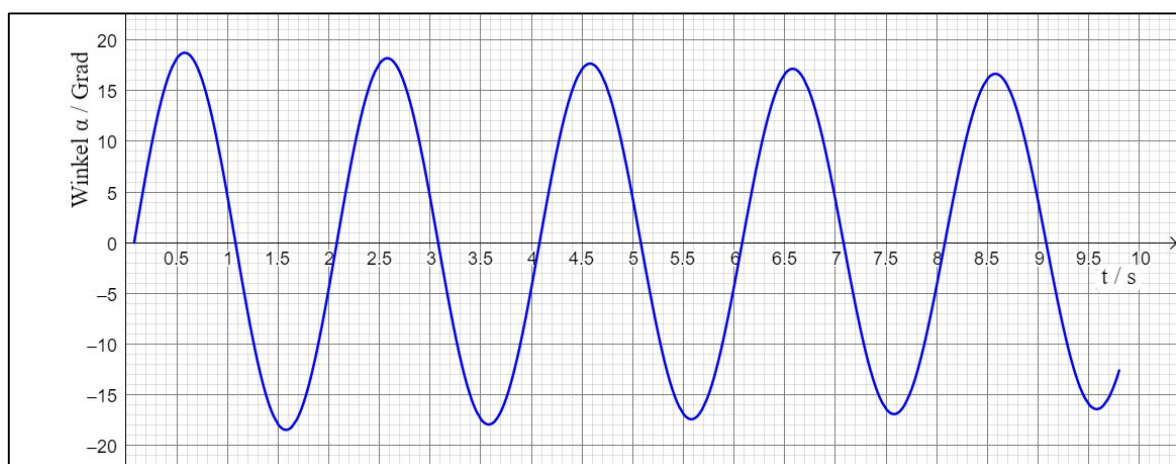
Tipp: Gehen Sie davon aus, dass die kinetische Energie $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$, die das Pendel im Tiefpunkt erhält aufgrund der Energie-Erhaltung vollständig in die Lageenergie $E_{\text{pot}} = m \cdot g \cdot h$ im Umkehrpunkt (maximale Auslenkung) verwandelt wird.



Aufgabe 2: Aufprall und Rückstoß - der β -Parameter

Der Drehwinkel des Pendels wurde bei dem Experiment mithilfe eines Winkelsensors, der an der Drehachse befestigt wurde, aufgezeichnet. Es ergab sich die unten abgebildete Messkurve:

- a) Ermitteln Sie den maximalen Drehwinkel des Pendels (erstes Maximum der Kurve) und berechnen Sie die **Geschwindigkeit**, die das Pendel durch das Kollisionereignis erhielt. Der Abstand der Drehachse bis zum Schwerpunkt der Pendelmasse wird mit $L = 87,23$ cm angegeben.



- b) Die Geschwindigkeit der Aluminiumkugel betrug 5440 m/s und ihre Masse $38,44$ Gramm. Berechnen Sie den **β -Parameter** des Kollisionereignisses mithilfe der Formel

$$\beta = \frac{m_{\text{Asteroid}} \cdot \Delta v}{m_{\text{Projektil}} \cdot v_{\text{Dart}}}. \quad (\text{Kontrollergebnis: } \beta = 3,41)$$

Aufgabe 3:

Interessant ist nun der Vergleich dieses Simulationsergebnisses mit einem realen Kollisionsexperiment. Im September 2022 wurde die Raumsonde DART mit einer Geschwindigkeit von nahezu 22 000 km/h gegen den Asteroiden-Mond Dimorphos gelenkt. Im Hinblick auf die Abwehr vermeintlich gefährlicher Asteroiden sollte dieser Crashtest Daten über die Wirkung einer solchen Kollision liefern. In der Tat konnten die Bahnparameter des Asteroiden unerwartet deutlich verändert werden. Schaut man sich die Bilder an, welche die Raumsonde kurz vor dem Aufprall zur Erde sendete, ähnelt die Zusammensetzung der Oberfläche der aus Steinen zusammengesetzten Pendelmasse des oben beschriebenen Experiments.



- a) Berechnen Sie den **β -Parameter** für das reale Kollisionsexperiment („Dart Impact Mission“). Verwenden Sie die folgenden Daten:

Masse des Asteroiden Dimorphos: $m_{\text{Dim}} = 5 \cdot 10^9 \text{ kg}$

Geschwindigkeitsänderung aufgrund der Kollision: $\Delta v = 2,712 \cdot 10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Masse der Raumsonde DART beim Aufprall: $m_{\text{Dart}} = 570 \text{ kg}$

Aufprallgeschwindigkeit der Raumsonde: $v_{\text{Dart}} = 6100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

- b) Vergleichen Sie das Simulationsexperiment mit der realen Situation und bewerten Sie das Ergebnis.

November 2022

Matthias Borchardt

<http://mabo-physik.de/>

Tannenbusch-Gymnasium Bonn

borchardt@tannenbusch-gymnasium.de

Quellen:

Walker et al., *Momentum Enhancement from a 3 cm Diameter Aluminum Sphere Striking a Small Boulder Assembly at 5.4 km s⁻¹*, The Planetary Science Journal, 2022 September
<https://iopscience.iop.org/article/10.3847/PSJ/ac854f>

Bilder: https://en.wikipedia.org/wiki/Double_Asteroid_Redirection_Test
und Publikation von Walker, s.o.
sonst: Verfasser

LÖSUNGEN

Aufgabe 1:

Aufgrund der Energieerhaltung gilt: $E_{\text{pot}} = E_{\text{kin}}$ und somit

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Leftrightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Die Höhe h ergibt sich aus der Zeichnung: $h = L - L \cdot \cos(\alpha) = L \cdot (1 - \cos(\alpha))$.

Einsetzen in die Geschwindigkeitsformel liefert die gesuchte Formel:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos(\alpha))}$$

Aufgabe 2:

a) Aus dem ersten Maximum der Kurve ergibt sich der Winkel für die maximale Auslenkung des Pendels: $\alpha_{\text{max}} \approx 18,9^\circ$.

Die Geschwindigkeit des Pendels im Tiefpunkt ist daher:

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot L \cdot (1 - \cos(\alpha))} = \sqrt{2 \cdot 9,81 \cdot 0,8723 \cdot (1 - \cos(18,9^\circ))} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,9606 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

b)
$$\beta = \frac{m_{\text{Asteroid}} \cdot \Delta v}{m_{\text{Projektil}} \cdot v_{\text{Dart}}} = \frac{742,4 \cdot 0,9606}{0,03844 \cdot 5440} = 3,41$$

Aufgrund der Kraterbildung und des Auswurfmaterials liegt also kein rein inelastischer Stoß vor, denn der β -Parameter ist deutlich größer als 1.

Aufgabe 3:

a)
$$\beta = \frac{m_{\text{Asteroid}} \cdot \Delta v}{m_{\text{Projektil}} \cdot v_{\text{Dart}}} = \frac{5 \cdot 10^9 \cdot 2,712 \cdot 10^{-3}}{570 \cdot 6100} = 3,9$$

b) Die beiden Werte für den β -Parameter (3,4 und 3,9) liegen in vergleichbarer Größenordnung. Daher kann man davon ausgehen, dass die Versuchsparameter für das Simulationsexperiment erstaunlich gut gewählt wurden. Offenbar trifft die Zusammensetzung des Versuch-Targets bzgl. Dichte und Porosität recht gut die Situation des Asteroiden Dimorphos. Ob diese Ergebnisse auch auf andere Asteroiden übertragbar sind, ist zum jetzigen Zeitpunkt schwer zu beantworten. Zumindest geben die Ergebnisse der Simulation und des Real-Experiments einen brauchbaren Schätzwert für zukünftige Kollisionsexperimente.