

So klein und dennoch beinahe ein Fixstern!

Lösungen zum WIS-Beitrag 6/2014

Reiner Hennig

1) Lichtgeschwindigkeit

Der Fixstern HD 19467 ist 100 Lichtjahre von uns entfernt. $100 \text{ Lichtjahre} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \cdot c = 9,454 \cdot 10^{15} \text{ m} = 9,454 \cdot 10^{12} \text{ km}$.

Wenn du die Lichtgeschwindigkeit mit 300.000 km/s abschätzt, erhältst du

$100 \text{ Lichtjahre} = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} \cdot 300.000 \text{ km/s} = 9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km}$

$9,4608 \cdot 10^{12} \text{ km} : 9,454 \cdot 10^{12} \text{ km} = 1,00072$ Der Fehler wäre kleiner als 1 Promille

2) Die Helligkeit eines fernen Sternes

Viele Sterne, die wir am Nachthimmel sehen, leuchten stärker als unsere Sonne. Trotzdem ist es nachts bei uns ziemlich dunkel und kälter als am Tag, und wir sehen die Sterne nur als kleine Punkte am Himmel, weil diese Sterne sehr weit weg sind. Hätten sie nur den 1000-fachen Abstand von der Sonne, wäre ihre Lichtstärke nur 1 Millionstel der der Sonnenstrahlung ($1/1000^2$). Da der nächste Stern mehrere Lichtjahre entfernt ist, ist sie noch viel schwächer.

Die Sonne sendet auf die Erde eine Leistung $P = 1300 \text{ W/m}^2 = 0,13 \text{ W/cm}^2$, denn $1 \text{ m}^2 = 10.000 \text{ cm}^2$.

Von der Sonne bis zur Erde benötigt das Licht $9,454 \cdot 10^{12} \text{ km} / (299792458 \text{ m/s}) = 499 \text{ s} = 8,3 \text{ min}$.

Wenn die Sonne 100 Lichtjahre entfernt wäre, würden wir von ihr folgende Leistung P empfangen:

$P = 0,13 \text{ W/cm}^2 \cdot (499 \text{ s})^2 / (100 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s})^2 = 3,25 \cdot 10^{-15} \text{ W/cm}^2$.

Eine kreisförmige Empfangsfläche mit einem Durchmesser von 10 m empfängt die Leistung

$P = 3,25 \cdot 10^{-15} \text{ W/cm}^2 \cdot \pi \cdot (500 \text{ cm})^2 = 2,36 \cdot 10^{-9} \text{ W}$. Vom Planeten erhält sie $2,36 \cdot 10^{-14} \text{ W}$.

3) Sterne umkreisen einander.

$r_2 = r_1 \cdot 317,8 \Rightarrow r_1 + r_2 = r_1 \cdot (1 + 317,8) \Rightarrow$ Die Sonne umkreist den gemeinsamen Schwerpunkt mit Jupiter im Abstand $r_1 = 779 \cdot 10^6 \text{ km} / 318,8 = 2,444 \cdot 10^6 \text{ km}$. Sie hat dabei die Geschwindigkeit $v_1 = 2 \cdot \pi \cdot r_1 / T = 2 \cdot \pi \cdot 2,444 \cdot 10^6 \text{ km} / 11,9 \text{ a} = 0,041 \text{ km/s}$

4) Radialgeschwindigkeiten

Im Abstand r entspricht 1 Bogensekunde dem Abstand von $x = 2 \cdot \pi \cdot r / (360 \cdot 60 \cdot 60)$. Für $r = 100$ Lichtjahre ist dies $2 \cdot \pi \cdot 9,454 \cdot 10^{12} \text{ km} / (360 \cdot 60 \cdot 60) = 45,8$ Millionen km. Falls man auf 0,01 Bogensekunden genau messen kann, entspräche dies einer Strecke von 458 000 km, also eineinhalb Lichtsekunden. Wenn sich ein Körper ein ganzes Jahr lang mit konstanter Geschwindigkeit bewegt und in diesem Jahr eine Strecke von 458 000 km zurücklegt, entspräche dies einer Geschwindigkeit von 14,5 m/s. Kann man nur 3 Stunden lang messen, entsprechen 0,01 Bogensekunden einer Geschwindigkeit von 42,4 km/s.

Der Abstand zwischen den Maxima der Kurve entspricht in unserem Fall der Umlaufdauer von 12 Jahren.

Aus $v = 2 \cdot \pi \cdot r / T$ folgt:

$r = v \cdot T / (2 \cdot \pi) = 9,6 \text{ km/s} \cdot 29,63 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s} / 2 \pi = 1,428 \cdot 10^9 \text{ km}$

5) Aufbau eines Sterns

Der Begleitstern hat eine Masse zwischen 57 und 67 Jupitermassen ($m_{\text{Jupiter}} = 317,8 \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$), also zwischen $1,081 \cdot 10^{29} \text{ kg}$ und $1,271 \cdot 10^{29} \text{ kg}$.

Die Anziehung zwischen zwei kugelförmigen Sternen mit den Massen m_1 und m_2 würde sich nicht ändern, wenn die gesamten Massen beider Sterne jeweils in einem Punkt in ihrem Zentrum vereinigt wären.

In einer Gaskugel nimmt der Gasdruck zu, wenn man nach innen geht, und ist im Zentrum der Kugel am höchsten.

6) Gase lassen sich zusammendrücken.

Die mathematische Funktion mit der Form $y = a + b \cdot x$ wird als lineare Funktion bezeichnet. Der Graph dieser Funktion ist eine Gerade mit der Steigung b , die die y -Achse an der Stelle $y = a$ schneidet.

In dem Diagramm, in dem die x -Achse für $\log(\rho)$ steht und die z -Achse für $\log(T)$, ist der Graph für den Zusammenhang beider Größen eine Gerade mit der Steigung $2/3$. Wird eine Gasschicht zusammengedrückt, so erhöhen sich Dichte und Temperatur so, dass ihre neuen Werte im Diagramm auf der gleichen Gerade liegen, allerdings nach rechts oben verschoben.

7) Energie

Bei der Abstrahlung der Energie nach außen verliert der Stern insgesamt Lageenergie, aber Temperatur, Dichte und Druck im ganzen Stern, aber besonders im Zentrum des Sterns nehmen zu. Im $\log(T)$ - $\log(\rho)$ -Diagramm heißt das, dass alle Punkte, die Temperatur und Dichte einer Schicht angeben, auf der Geraden, auf der sie liegen, nach rechts oben verschoben werden.

8) Geht es immer so weiter?

Sind die Atome im Zentrum des Sterns dicht gepackt und damit kein Gas mehr, schrumpfen die darüberliegenden Schichten weiterhin und geben dabei Energie ab. Nacheinander erreichen dann auch die darüberliegenden Schichten den festen Zustand. Danach kühlt der Stern nur noch als Ganzes ab, bis er schließlich als kalter Brocken durch das Weltall fliegt.

9) Wasserstoff-Brennen

Der Stern schrumpft so weit, bis in seinem Zentrum genau so viel Energie erzeugt wird, wie der Stern nach außen abgibt. Dann schrumpft der Stern nicht mehr sondern bleibt stabil. Wenn im Zentrum nicht mehr genügend Wasserstoff-Atome bereitstehen, hört die Energieerzeugung im Zentrum auf, und der Stern muss durch weiteres Schrumpfen die Energie für seine Abstrahlung liefern.

Je größer die Masse eines Sterns ist, desto höher ist seine Dichte und Temperatur im Inneren und desto stärker geschieht die Energieerzeugung durch Kernverschmelzung. Damit ist aber auch der Verbrauch von Wasserstoff-Atomen viel höher, und der Stern kommt wesentlich schneller dazu, dass der Wasserstoff im Zentrum aufgebraucht ist.

Unser Begleitstern des Sterns HD19467 ist beinahe, aber nicht mehr ganz ein Fixstern, weil seine Masse ganz knapp unter der Grenze liegt, ab der es zum stabilen Wasserstoff-Brennen kommt.