Lösungsblatt zum WiS!-Artikel: Schau ich an Dir vorbei, erkenn ich Deine Atmosphäre :

1) Der Planet Saturn hat einen Abstand von $1{,}425 \cdot 10^9$ km von der Sonne (9,5 AU). Da die Erde die Sonne im Abstand $0{,}15 \cdot 10^9$ km umkreist, betrachten wir den Abstand Saturn-Sonne als mittlere Entfernung Saturns von der Sonne. Eine 100 km dicke Atmosphärenschicht des Saturn erschiene dann unter einem Winkel von $360^o \cdot (100\text{ km} / \ 1{,}425 \cdot 10^9\text{ km}) = 2{,}5 \cdot 10^{-5\ o} = 0{,}09$ Bogensekunden.
Saturn erschiene unter $360^o \cdot (2 \cdot 60000\text{ km} / \ 1{,}425 \cdot 10^9\text{ km}) = 1{,}82$ Bogenminuten

2) $½ = \exp(-k \cdot n) = \exp(-10^{-21} \cdot n) \Rightarrow \ln(0{,}5) = -10^{-21} \cdot n \Rightarrow n = \ln(2) \cdot 10^{21} = 6{,}9 \cdot 10^{20}$

3) Wir betrachten die Abstände vom Zentrum des Planeten: $r_0 = R = 6000$ km. Die Schicht 1 mit der Dicke d_1 geht bis zum Abstand $r_1 = r_0 + d_1 = 6016$ km; die Oberkanten der weiteren Schichten haben die Höhen $r_2 = 6032$ km, $r_3 = 6048$ km, $r_4 = 6064$ km, $r_5 = 6080$ km.
Ein Lichtstrahl mit der Tangentenhöhe h_0 legt in den Schichten 1, 2, 3, 4, und 5 folgende Wege zurück:

In der Schicht 1: $s_1(h_0) = 2 \cdot \sqrt{r_1^2 - r_0^2} = 876{,}94$ km

In der Schicht 2: $s_2(h_0) = 2 \cdot \sqrt{r_2^2 - r_0^2} - 2 \cdot s_1 = 2 \cdot [\sqrt{r_2^2 - r_0^2} - \sqrt{r_1^2 - r_0^2}] = 364{,}07$ km

entsprechend:

$$s_3(h_0) = 2 \cdot [\sqrt{r_3^2 - r_0^2} - \sqrt{r_2^2 - r_0^2}] = 279{,}92\text{ km}$$
$$s_4(h_0) = 2 \cdot [\sqrt{r_4^2 - r_0^2} - \sqrt{r_3^2 - r_0^2}] = 236{,}45\text{ km}$$
$$s_5(h_0) = 2 \cdot [\sqrt{r_5^2 - r_0^2} - \sqrt{r_4^2 - r_0^2}] = 208{,}73\text{ km}$$

Für Tangentenhöhe $h_1 = 16$ km gilt: $s_1(h_1) = 0$

$$s_2(h_1) = 2 \cdot \sqrt{r_2^2 - r_1^2} = 878\text{ km}$$
$$s_3(h_1) = 2 \cdot [\sqrt{r_3^2 - r_1^2} - \sqrt{r_2^2 - r_1^2}] = 365\text{ km}$$
$$s_4(h_1) = 2 \cdot [\sqrt{r_4^2 - r_1^2} - \sqrt{r_3^2 - r_1^2}] = 280\text{ km}$$
$$s_5(h_1) = 2 \cdot [\sqrt{r_5^2 - r_1^2} - \sqrt{r_4^2 - r_1^2}] = 237\text{ km}$$

Für $h_2 = 32$ km gilt:

$$s_3(h_2) = 2 \cdot \sqrt{r_3^2 - r_2^2} = 879\text{ km}$$
$$s_4(h_2) = 2 \cdot [\sqrt{r_4^2 - r_2^2} - \sqrt{r_3^2 - r_2^2}] = 365\text{ km}$$
$$s_5(h_2) = 2 \cdot [\sqrt{r_5^2 - r_2^2} - \sqrt{r_4^2 - r_2^2}] = 281\text{ km}$$

Für $h_3 = 48$ km gilt:

$$s_4(h_3) = 2 \cdot \sqrt{r_4^2 - r_3^2} = 880\text{ km}$$
$$s_5(h_3) = 2 \cdot [\sqrt{r_5^2 - r_3^2} - \sqrt{r_4^2 - r_3^2}] = 366\text{ km}$$

Für $h_4 = 64$ km gilt:

$$s_5(h_4) = 2 \cdot \sqrt{r_5^2 - r_4^2} = 882\text{ km}$$

4) Auf dem Weg mit Tangentenhöhe $h_0 = 0$ km erfasst ein Lichtstrahl mit 1 cm² Querschnittsfläche:
$N(h_0) = s_1 \cdot \rho_1 + s_2 \cdot \rho_2 + s_3 \cdot \rho_3 + s_4 \cdot \rho_4 + s_5 \cdot \rho_5 =$
$876{,}94 \cdot 10^5\text{ cm} \cdot 10^{19}\text{ cm}^{-3} + 364{,}1 \cdot 10^5\text{ cm} \cdot 10^{18}\text{ cm}^{-3} + 280 \cdot 10^5\text{ cm} \cdot 10^{17}\text{ cm}^{-3}$
$+ 236 \cdot 10^5\text{ cm} \cdot 10^{16}\text{ cm}^{-3} + 209 \cdot 10^5\text{ cm} \cdot 10^{15}\text{ cm}^{-3} = 9{,}1640 \cdot 10^{26}\text{ cm}^{-2}$
$N(h_1) = 9{,}176 \cdot 10^{25}\text{ cm}^{-2}$, $N(h_2) = 9{,}19 \cdot 10^{24}\text{ cm}^{-2}$, $N(h_3) = 9{,}2 \cdot 10^{23}\text{ cm}^{-2}$, $N(h_4) = 9 \cdot 10^{22}\text{ cm}^{-2}$

Um die Säulendichten von Ozon zu erhalten, muss man in den einzelnen Schichten die Teilchendichten noch mit der Ozon-Konzentration multiplizieren:
$N_{Ozon}(h_0) = s_1 \cdot \rho_1 \cdot 10^{-7} + s_2 \cdot \rho_2 \cdot 10^{-7} + s_3 \cdot \rho_3 \cdot 10^{-8} + s_4 \cdot \rho_4 \cdot 10^{-8} + s_5 \cdot \rho_5 \cdot 10^{-8} = 9{,}137 \cdot 10^{19}\text{ cm}^{-2}$
$N_{Ozon}(h_1) = 8{,}82 \cdot 10^{18}\text{ cm}^{-2}$, $N_{Ozon}(h_2) = 9{,}19 \cdot 10^{16}\text{ cm}^{-2}$, $N_{Ozon}(h_3) = 9{,}2 \cdot 10^{15}\text{ cm}^{-2}$, $N_{Ozon}(h_4) = 9 \cdot 10^{14}\text{ cm}^{-2}$

5) Durch Messungen erhält man für die Tangentenhöhen h_0, h_1, h_2, h_3, und h_4 und die Säulendichten N_0, N_1, N_2, N_3 und N_4. Für jede der Tangentenhöhen bestimmt man die Abschnitte, die der betreffende Lichtstrahl in den einzelnen Atmosphärenschichten zurücklegt (siehe Aufg. 3), um die Dichten ρ_1, ρ_2, ρ_3, ρ_4 und ρ_5 in den einzelnen Atmosphärenschichten zu berechnen. Man beginnt von oben:

$N_4 = s_5(h_4) \cdot \rho_5 \Rightarrow \qquad \rho_5 = N_4 / s_5(h_4)$.

$N_3 = s_5(h_3) \cdot \rho_5 + s_4(h_3) \cdot \rho_4 \Rightarrow \qquad \rho_4 = [N_3 - s_5(h_3) \cdot \rho_5] / s_4(h_3)$.

$N_3 = s_5(h_2) \cdot \rho_5 + s_4(h_2) \cdot \rho_4 + s_3(h_2) \cdot \rho_3 \Rightarrow \rho_3 = [N_3 - s_5(h_2) \cdot \rho_5 + s_4(h_2) \cdot \rho_4] / s_3(h_2)$

Entsprechend: $\rho_2 = [N_2 - s_5(h_1) \cdot \rho_5 + s_4(h_2) \cdot \rho_4 + s_3(h_1) \cdot \rho_3] / s_2(h_1)$ und

$\rho_1 = [N_1 - s_5(h_0) \cdot \rho_5 + s_4(h_0) \cdot \rho_4 + s_3(h_0) \cdot \rho_3 + s_2(h_0) \cdot \rho_2] / s_1(h_0)$

6) Der Planet Pluto bewegt sich mit einer Geschwindigkeit von etwa

$$v = 2\,\pi \cdot 365\ 5{,}9 \cdot 10^9 \text{ km} / (247{,}7 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ s}) = 4{,}75 \text{ km / s}$$

Bei einem Durchmesser von 2300 km dauert eine solche Bedeckung etwa 484 s. Wäre Plutos Atmosphäre 100 km dick, hätte man 20 s Zeit, sie zu beobachten. Da Plutos Atmosphäre viel dünner sein dürfte als die der Erde, dürfte man nur wenige Sekunden Messzeit für sie haben.

7) Helle Sterne erscheinen punktförmig. Die minimale Dicke eine Schicht hängt deshalb nur ab von der Geschwindigkeitsdifferenz Δv zwischen Sonne und Jupiter und der Messzeit τ, die pro Schicht erforderlich ist. Falls $\Delta v = 5$ km / s und $\tau = 1$ s, erhält man eine minimale Schichtdicke von 5 km.

8) Der Satellit muss die Strahlung der Sonne genau dann messen, wenn die Sonne von ihm aus gesehen aufgeht, also hinter dem Horizont hervor kommt, oder untergeht, das heißt hinter dem Horizont verschwindet.

9) Wenn die Sonne hoch am Himmel steht, dann legt ein Lichtstrahl einen kurzen Weg durch die Atmosphäre zurück, kurz nach dem Sonnenaufgang oder kurz vor Sonnenuntergang einen langen Weg. Bei einem langen Lichtweg erscheint uns das Sonnenlicht viel rötlicher als bei einem kurzen. Bei einer Mondfinsternis ist deshalb der vom Erdschatten bedeckte Mond rot.

10) Sieht man direkt nach oben, so haben die fünf Schichten unseres Beispiels eine Gesamtdicke von 80 km. Die Säulendichte des Ozons wäre in diesem Fall

$$N = 16 \cdot 10^5 \text{ cm} \cdot (10^{19} \text{ cm}^{-3} \cdot 10^{-7} + 10^{18} \text{ cm}^{-3}\, 10^{-7} + 10^{17} \text{ cm}^{-3}\, 10^{-8} + 10^{16} \text{cm}^{-3}\, 10^{-8} + 10^{15} \text{cm}^{-3}\, 10^{-8}) =$$
$$\cdot \qquad = 1{,}76 \cdot 10^{18} \text{ cm}^{-2}.$$

Das Verfahren in den Aufgaben vorher hat wesentlich größere Weglängen in der Atmosphäre, und man hat deshalb wesentlich größere Säulendichten. Damit lassen sich Gase mit geringer Absorption oder mit sehr geringen Dichten besser messen.