

Die Lagrange-Punkte – mehr als nur eine Lösung einer Differentialgleichung

Experiment: Lissajous-Figuren

Versuchsmaterialien:

Wir benötigen einen Becher mit Loch oder einen Trichter, etwas gut rieselndes Salz, Faden, einen Gefrierklipp, eine Stange (waagrecht montiert, an dem das Pendel aufgehängt wird) oder zwei an der Decke befestigte Haken im Abstand von ca. 50cm, eine schwarze Decke oder einen Bogen schwarzes Tonpapier als Unterlage, eine Stoppuhr, ein cm-Maß und einen Fotoapparat.

Versuch 1

Aufbau: Wir stellen ein Fadenpendel her, das frei über einer schwarzen Stoffdecke oder Tonpappe schwingen kann und an einem der Haken an der Decke befestigt ist. Als Gewicht verwenden wir einen mit streufähigem Salz oder Sand gefüllten Pappbecher, der am Boden ein kleines Loch hat (darf nicht zu klein sein).

Durchführung: Wir lassen das Pendel sowohl eindimensional als auch zweidimensional schwingen.

Auswertung: Aus der Größe der Salzbahn lassen sich die Schwingungsamplituden (X_0, Y_0) in x- als auch in y-Richtung abmessen, die Schwingungsdauer T messen wir mit einer Stoppuhr. Damit ergeben sich die Schwingungsgleichungen

$$x(t) = X_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_1)$$

$$y(t) = Y_0 \cdot \sin(\omega t + \phi_2)$$

$$\text{mit } \omega = \frac{2\pi}{T} .$$

Die Schwingungsdauer T bei einem Fadenpendel der Länge l lässt sich berechnen aus

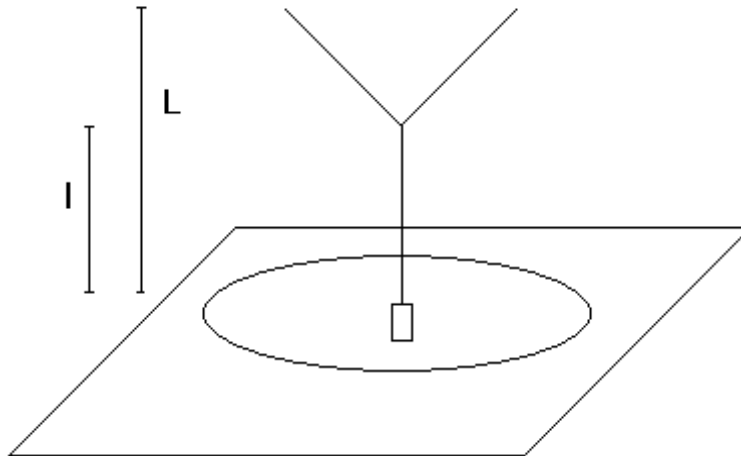
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} .$$

Das Pendel schwingt in beiden Richtungen mit derselben Frequenz, da diese nur von der Fadenlänge abhängt!

Versuch 2

Wir wollen jetzt, dass die Schwingungen in x- und y-Richtungen mit unterschiedlichen Frequenzen stattfinden. Dazu müssen wir die Pendellängen für beide Richtungen unabhängig voneinander variieren können. Das geht mit einem gekoppelten Pendel.

Aufbau: Wir befestigen jeweils einen Faden an einen der beiden Haken an der Decke, bzw. an den Enden der aufgehängenen Stange. Dann klippen wir die beiden herunterhängenden Fäden so zusammen, dass sie oberhalb des Klipps ein Dreieck bilden. An den unteren Enden befestigen wir wieder unseren mit Salz gefüllten Becher. Nun kann das System in der einen Richtung mit der Fadenlänge L (Decke bis Becher) und der Frequenz $f(L) = 1/T(L)$ schwingen, aber im rechten Winkel dazu nur mit der Fadenlänge l (Klipp bis Becher) und der dazugehörigen Frequenz $f(l)=1/T(l)$, da das Fadendreieck ein Schwingen der oberen Versuchsanordnung verhindert.



Durchführung: Stelle verschiedenen Salzbahnen her, indem Du die Fadenlängen mit dem Gefrierklipp variiert.

Auswertung: Dokumentiere Deine Ergebnisse mit einem Fotoapparat. Vergleiche deine Bilder mit denen aus den Literatur.