Tempel 1 – wir landen auf einem Kometenkern

Lutz Clausnitzer

Das folgende **ARBEITSBLATT** führt die Schüler der gymnasialen Oberstufe (möglicherweise auch schon ab Klassenstufe 9) als fiktive Astronauten auf die Oberfläche eines Kometenkerns, wo sie ihr eigenes Gewicht ermitteln und Experimente durchführen. Anschließend errechnen sie die beim 2005-er Einschlag (Deep Impact) freigesetzte Energie und untersuchen, ob der Himmelskörper dadurch aus der Bahn geworfen werden konnte.
Kometen gelten nicht nur als „schmutzige Schneebälle“, sondern auch als „kosmische Tiefkühltruhen“. Weil sie aus der Frühphase des Sonnensystems stammen und so quasi die Physik und Chemie des damaligen solaren Urnebels konserviert haben, helfen sie, die Entstehung des Sonnensystems zu rekonstruieren. Das ist der Hauptgrund jenes großen Interesses, welches den Kometen entgegengebracht wird. Mit Tempel 1 wird erstmals in der Geschichte der Kometenastronomie ein Komet ein zweites Mal von einer Raumsonde besucht.

Foto: Clausnitzer

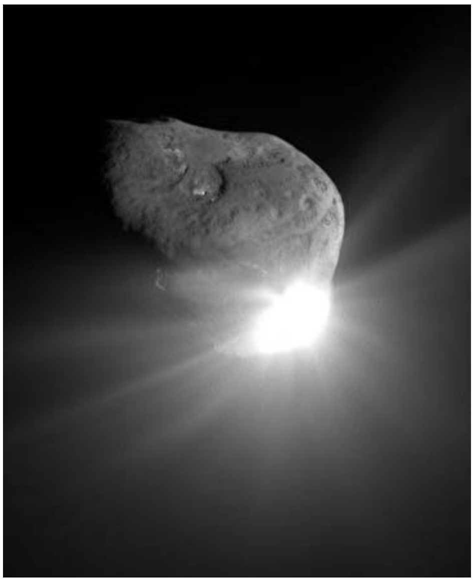

Foto: NASA

1. **Deep Impact** bezeichnet nicht nur einen Actionfilm, der 1998 den Einschlag eines Himmelskörpers auf die Erde in Szene setzte, sondern auch eine NASA-Sonde, die 2005 den Kometen 9P/Tempel 1 anflog. Sie fotografierte seinen Kern und ermittelte seine stoffliche Zusammensetzung. Indem sie ihn mit einem klavierschweren Kupfer-Geschoss bombardierte (daher auch der Name des Raumfahrtprojekts), sah sie sogar erstmals unter die Oberfläche eines Kometenkerns.

2. Der beim Einschlag freigesetzte Staub war überraschend fein und verwehrte der Muttersonde den Blick zum Krater. Die fehlenden Fotos sollen nun von **Stardust** nachgereicht werden, die 2004 schon den Kometen Wild 2 aus der Nähe erkundete und sogar Kometenstaub auf die Erde zurückgeschickt hatte. Bei ihrer Zusatzmission "New Exploration of Tempel 1", NExT, soll sie am 14. 02. 2011 Tempel 1 kartieren und Veränderungen gegenüber 2005 aufspüren.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Physik	**Mechanik**	**Körper und Stoff, Kreisbewegung, Gravitation, Energie, unelastischer Stoß, freier Fall, Fadenpendel**
Astronomie	**Kleinkörper, Raumfahrt**	**Kometen, Forschungsmethoden, Flugbahnen, Impaktgefahr, Naherkundung im Sonnensystem, Raumfahrtmissionen Deep Impact und Stardust**
Lehre allgemein	**Kompetenzen (Erkenntnis, Bewertung)**	**Beobachtung, Experiment, Messung, Modellierung und Berechnung, Wechselbeziehungen zwischen Natur, Menschheit, Wissenschaft und Technik**

ARBEITSBLATT: Tempel 1 – wir landen auf einem Kometenkern

Manchmal zeigt sich ein Komet am Himmel, der schon mit einem Fernglas oder gar mit bloßem Auge zu sehen ist. 1997 konnte man den Kometen Hale-Bopp mehrere Wochen lang freisichtig beobachten. Man sah seine Koma (Kometenatmosphäre) und seinen Schweif. Der darin verborgene 40 km große, feste Himmelskörper war viel zu klein und zu dunkel, um aus der großen Entfernung gesehen zu werden.

Komet Hale-Bopp im April 1997 im Sternbild Perseus über den Bautzener Bergen. (Foto: Lutz Clausnitzer)

Nach heutiger Ansicht besteht ein solcher Kometenkern aus festen Formen von Wasser, gefrorenen Gasen und Staub. Erst wenn er in den inneren Bereich des Sonnensystems gelangt, z. B. in die Nähe der Marsbahn, gast der Kern unter dem Einfluss der Sonnenstrahlung aus und bildet die bis zu Millionen von Kilometern große Koma, die den dunklen Winzling nun in eine riesige „Leuchtkugel" mit Schweif verwandelt und weithin sichtbar macht. Kometen werden nicht nur mit terrestrischen Teleskopen, sondern auch mit Raumsonden erforscht. Die NASA-Mission Deep Impact blickte 2005 bei 9P/Tempel 1, der 1867 von dem deutschen Astronomen Wilhelm Tempel (1821-1889) entdeckt wurde, sogar unter die Oberfläche.

Einen zweiten Besuch erhält der Himmelskörper am 14. Februar 2011 durch die ebenfalls von der NASA gebauten Sonde Stardust. Tempel 1 umläuft die Sonne bei einer mittleren Entfernung von $a = 3{,}11767\,\mathrm{AE} = 466{,}4 \cdot 10^6\,\mathrm{km}$ einmal in $T = 5{,}505$ Jahren.

a) Wir können Tempel 1 in guter Näherung als eine Kugel mit 6 km Durchmesser und einer mittleren Dichte von $0{,}35\ \mathrm{g \cdot cm^{-3}}$ (!) beschreiben. Errechnen Sie seine Masse!

b) Sie wissen, dass ein Mensch auf dem Mond nur etwa ein Sechstel seines irdischen Gewichts hat. Wenn Sie z. B. 75 kg Masse haben, so besitzen Sie auf der Erde ein Gewicht von $F_G = m \cdot g_{\mathrm{Erde}} = 75\,\mathrm{kg} \cdot 9{,}81\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} = 736\,\mathrm{N}$ und auf dem Mond ein solches von $F_G = m \cdot g_{\mathrm{Mond}} = 75\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}62\,\mathrm{m \cdot s^{-2}} = 122\,\mathrm{N}$. Welches Gewicht hätten Sie auf dem Kometenkern? Ermitteln Sie zunächst die Fallbeschleunigung auf seiner Oberfläche!

c) Ein Gegenstand fällt aus 1m Höhe zu Boden. Wie lange dauert sein freier Fall? Nun bauen Sie ein 50 cm langes Fadenpendel auf. Welche Periodendauer besitzt es?

d) Ein Erdsatellit, der die Erde in 300 km Höhe umrundet, besitzt eine Geschwindigkeit von 7,7 $\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ und benötigt für einen Umlauf 90 min. Angenommen, Tempel 1 bekäme einen Satelliten, der seine Kernoberfläche in 100 m Höhe umkreist. Welche Geschwindigkeit und welche Umlaufdauer hätte dieser?

e) Am 4. Juli 2005 entließ Deep Impact ihre 372 kg schwere Tochtersonde in Richtung Tempel 1, wo sie mit 10,3 $\mathrm{km \cdot s^{-1}}$ in die Oberfläche des Kometenkerns einschlug. Das Infrarot-Spektrometer der vorbei fliegenden Muttersonde und terrestrisch gewonnene optische Spektren verrieten die stoffliche Zusammensetzung des darunter verborgenen Materials. Errechnen Sie die beim Impakt freigesetzte Energie!

f) Hat der Einschlag die Bewegung des Himmelskörpers nennenswert beeinflusst? Um wie viel Prozent würde der Himmelskörper schneller werden, wenn er genau von hinten in Flugrichtung getroffen würde? Um wie viel Meter würde die als Kreis angenommene Kometenbahn dann angehoben? Interpretieren Sie Ihre Ergebnisse! Hinweis: Zur Bahnanhebung von r_1 auf r_2 ist die Arbeit $W = G \cdot m_{Sonne} \cdot m_{Komet} \cdot (r_1^{-1} - r_2^{-1})$ nötig.

Lösungen:

a) Der Kometenkern besitzt das Volumen $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot (3000\,\text{m})^3 = \underline{11{,}3 \cdot 10^{10}\,\text{m}^3}$ und somit eine Masse von $m_{\text{Kern}} = \rho \cdot V = 0{,}35 \frac{\text{t}}{\text{m}^3} \cdot 11{,}3 \cdot 10^{10}\,\text{m}^3 = 3{,}955 \cdot 10^{10}\,\text{t} \approx \underline{\underline{4{,}0 \cdot 10^{10}\,\text{t}}}$.

b) Aus Gleichheit von Gewicht (des Menschen) und Gravitation, $m \cdot g_{\text{Kern}} = G \cdot \frac{m_{\text{Kern}} \cdot m}{r^2}$, ergibt sich mit $r = R_{\text{Kern}}$ auf der Oberfläche des Kometenkerns eine Fallbeschleunigung von $g_{\text{Kern}} = \frac{G \cdot m_{\text{Kern}}}{R_{\text{Kern}}^2} = \frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{m}^3 \cdot 3{,}39 \cdot 10^{13}\,\text{kg}}{(3000\,\text{m})^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^2} = \underline{0{,}000293 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$.

Gegenüber dem irdischen Wert ist das $\frac{0{,}000293}{9{,}81} = 0{,}00002987 \approx 0{,}003\%$ oder der 30000-ste Teil. Sie verspürten also nur den 30000-sten Teil Ihres Gewichts. Das sind $\underline{\underline{0{,}0220\,\text{N}}}$.

Tempel 1 zöge Sie kaum mehr an als die Erde ein 2-g-Wägestück.

c) Für die Fallzeit erhält man $t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g_{\text{Kern}}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1\,\text{m}}{0{,}000293\,\text{m} \cdot \text{s}^{-2}}} = 82{,}6\,\text{s}$.

Die Periodendauer ist $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g_{\text{Kern}}}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{0{,}5\,\text{m} \cdot \text{s}^2}{0{,}000293\,\text{m}}} = \underline{\underline{260\,\text{s}}}$, also mehr als 4 min!

d) Aus der Gleichheit von Radialkraft und Gravitationskraft, $\frac{m_{\text{Sat}} \cdot v_{\text{Sat}}^2}{r} = G \cdot \frac{m_{\text{Kern}} \cdot m_{\text{Sat}}}{r^2}$, folgt $v_{\text{Sat}} = \sqrt{\frac{G \cdot m_{\text{Kern}}}{r}} = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{m}^3 \cdot 3{,}955 \cdot 10^{13}\,\text{kg}}{3100\,\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^2}} = \underline{\underline{0{,}9225 \frac{\text{m}}{\text{s}}}}$ und für die Umlaufdauer erhält man $T_{\text{Sat}} = \frac{2\pi \cdot r}{v_{\text{Sat}}} = \frac{2\pi \cdot 3100\,\text{m} \cdot \text{s}}{0{,}92254\,\text{m}} = 21114\,\text{s} = 35{,}9\,\text{min} = \underline{\underline{5\,\text{h}\,52\,\text{min}}}$.

Bemerkung: Das Ergebnis für v_{Sat} lässt erahnen, dass ein Mensch auf der Kernoberfläche bereits bei einem Spaziergang die Fluchtgeschwindigkeit erreicht, d. h. schon schnell genug ist, um dem Gravitationsfeld des Kometen zu entfliehen. Für die Teilnehmer eines fiktiven Hochsprungwettkampfes wäre es gewiss ihr letzter Sprung.

e) Die gesuchte Energie ist die Bewegungsenergie der einschlagenden Sonde:

$$E_{\text{kin}} = \frac{m}{2}v^2 = \frac{372\,\text{kg} \cdot 10300^2\,\text{m}^2}{2 \cdot \text{s}^2} = 1{,}916 \cdot 10^{10}\,\text{J} = \underline{\underline{19{,}19\,\text{GJ}}}\,.$$

f) Der Vorgang kann annähernd als unelastischer Stoß interpretiert werden, für welchen die Geschwindigkeit *u* beider Körper nach dem Stoß

$u = \dfrac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$ ist.

Nimmt man den Kometen als Bezugssystem, so ist seine Geschwindigkeit vor dem Stoß $v_2 = 0$. Nach dem Einschlag ergibt sich

$$u = \frac{m_1 \cdot v_1}{m_1 + m_2} = \frac{372\,\text{kg} \cdot 10300\,\text{m}}{3{,}995 \cdot 10^{13}\,\text{kg} \cdot \text{s}} = 0{,}0000000959\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,.$$

Um so viel wird der Komet schneller.

Die ursprüngliche Kreisbahngeschwindigkeit errechnet man mit $v = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot r}{T}$ <u>oder</u> mit dem Ansatz aus e). Letzterer liefert: $v_{\text{Kern}} = \sqrt{\dfrac{G \cdot m_{\text{Sonne}}}{r}} = \sqrt{\dfrac{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\text{m}^3 \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}\,\text{kg}}{466{,}4 \cdot 10^9\,\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^2}} = \underline{\underline{16870\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}}\,.$

Der relative Geschwindigkeitszuwachs ist nun: $\dfrac{0{,}0000000959}{16870} = 6{,}58 \cdot 10^{-12} = \underline{\underline{5{,}68 \cdot 10^{-10}\,\%}}\,.$

In Wirklichkeit ist er etwas kleiner, weil die Geschwindigkeit im Perihel größer ist als die berechnete Kreisbahngeschwindigkeit v_{Kern} und der Zuwachs u somit einen kleineren Anteil bildet. Um wie viel Meter würde die als Kreis angenommene Kometenbahn angehoben? Oder anders formuliert: Um wie viel Meter wächst der Bahnradius?

Um den Bahnradius einer Masse m, die einen Zentralkörper M umläuft, von r_1 auf r_2 zu vergrößern, muss die Arbeit $W = G \cdot m \cdot M \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$ verrichtet werden.

Diese Gleichung kann in der Raumfahrtliteratur gefunden oder wie folgt hergeleitet werden:

Beim Verrichten von Hubarbeit im Gravitationsfeld muss wegen der vom Abstand abhängigen Hubkraft über den Abstand integriert werden: $W = \int_{r_1}^{r_2} F_{\text{G}}\,dr$.

Nach dem Einsetzen des Newtonschen Gravitationsgesetzes erhält man: $W = \int_{r_1}^{r_2} \dfrac{G \cdot m \cdot M}{r^2}\,dr$.

Daraus folgt schließlich: $W = G \cdot m \cdot M \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$.

Für den die Sonne umlaufenden Kometenkern gilt somit: $W = G \cdot m_{\text{Sonne}} \cdot m_{\text{Kern}} \cdot (\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})$.

Diese Arbeit ist gleich der kinetischen Energie der einschlagenden Sonde. Daher gilt:

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} - \frac{E_{\mathrm{kin}}}{G \cdot m_{\mathrm{Sonne}} \cdot m_{\mathrm{Kern}}} = \frac{1}{4{,}664 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m}} - \frac{1{,}919 \cdot 10^{10}\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2\mathrm{s}^{-2}}{6{,}67 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{m}^3\mathrm{kg} \cdot \mathrm{s}^{-2} \cdot 3{,}955 \cdot 10^{13}\,\mathrm{kg} \cdot 1{,}99 \cdot 10^{30}\,\mathrm{kg}}$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{1}{r_1} - \frac{E_{\mathrm{kin}}}{G \cdot m_{\mathrm{Sonne}} \cdot m_{\mathrm{Kern}}} = 2{,}144 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}^{-1} - 3{,}656 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{m}^{-1}.$$

Da die Werte vor und hinter dem Minuszeichen zwölf Zehnerpotenzen voneinander abweichen, liefert der Taschenrechner i. d. R. kein vernünftiges Ergebnis. Nur der „Solver“ eines graphikfähigen Taschenrechners löst die Gleichung in einem Zug. Andernfalls kann man fragen, welchen Bruchteil der zweite Term vom ersten ausmacht: $\frac{3{,}656 \cdot 10^{-24}\,\mathrm{m}^{-1}}{2{,}144 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{m}^{-1}} = 1{,}705 \cdot 10^{-12}$

Damit ist r_2 um $1{,}705 \cdot 10^{-12} \cdot a = 1{,}705 \cdot 10^{-12} \cdot 4{,}664 \cdot 10^{11}\,\mathrm{m} = \underline{\underline{0{,}7953\,\mathrm{m}}}$ größer als r_1.

Die Bahn würde also um lediglich 80 cm angehoben. Obwohl Deep Impact mit seinem Forschungsobjekt nicht gerade zimperlich umgeht, wird der Himmelskörper doch aber nicht aus der Bahn geworfen. Die Geschwindigkeit des Kometen wird nicht nennenswert beeinflusst und die Bahnänderung liegt vier Zehnerpotenzen unter den Abmessungen des Himmelskörpers!

Sollte die in a) angenommene Dichte um den Faktor 2 größer sein, würden sich auch der Geschwindigkeitszuwachs und die Bahnanhebung verdoppelten, was an der prinzipiellen Feststellung nichts ändern könnte.

Das Ergebnis macht ferner auch klar, dass die „Methode des unelastischen Stoßes“ zur Abwehr von auf die Erde zu rasenden Kometen oder Planetoiden nur dann geeignet ist, wenn sie sehr lange vor dem vermeintlichen Einschlag erfolgt.