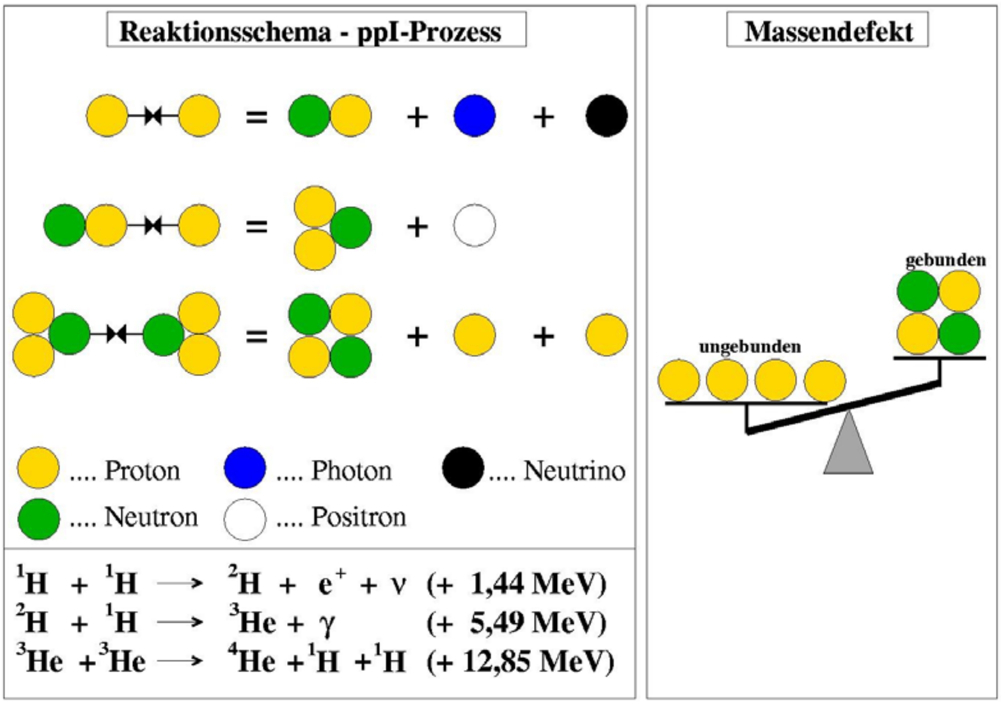
Neutrinos in Aufgaben
Von der Entstehung bis zum Nachweis eines Neutrinos

Die Teilchenvorstellung spielt im Physikunterricht eine grundlegende Rolle bei der Erklärung verschiedenster Phänomene. Dieses Konzept, das Verhalten der makroskopischen Natur auf den Aufbau der Materie zurückzuführen, gilt ebenso im kosmischen „Physiklabor". Im Folgenden wird eine für die Astronomie zunehmend interessanter werdende Teilchenart, die Neutrinos, durch vier Aufgaben ins Blickfeld gerückt. Die Aufgaben reihen sich so aneinander, dass der „Lebensweg" eines Neutrinos von seiner Entstehung (hier in der Sonne) bis zu seiner Wechselwirkung mit einem Detektorteilchen verfolgt wird. Die Lösung der Aufgaben erlaubt die Anwendung von Formalismen, die im Rahmen der Schulphysik behandelt werden oder aus diesen einfach abzuleiten sind. Im Rahmen der Beantwortung der Aufgaben wird der Schüler zu faszinierenden Sachverhalten geführt.

AUFGABE 1: Wie viele Neutrinos entstehen in der Sonne pro Sekunde?

Hinweise zur Lösung:
Die Sonne bezieht ihre Strahlungsenergie aus der Fusion von Wasserstoffkernen zu Heliumkernen, wobei der dargestellte Fusionsprozess (Proton-Proton-Prozess I oder kurz ppI-Prozess) die dominierende Rolle spielt.



Zur Beantwortung der Frage ist das Augenmerk auf zwei Merkmale des ppI-Prozesses zu lenken. Zum einen muss der Massendefekt als Ansatz zur Berechnung der pro Heliumkern frei werdenden Energie erkannt werden. Zum anderen gilt es die Anzahl der pro fusioniertem Heliumkern erzeugten Neutrinos zu registrieren. Man beachte dabei die Anzahl der jeweils notwendigen Reaktionen. Nun gilt es nur noch die Gesamtstrahlungsleistung (Leuchtkraft) der Sonne ins Feld zu führen, um aus ihr die Anzahl der pro Sekunde notwendigen Heliumkernfusionen zu ermitteln.

[Lösung zu Aufgabe 1](#)

AUFGABE 2: Wie groß ist die Neutrino-Leuchtkraft der Sonne im Verhältnis zur (elektromagnetischen) Leuchtkraft?

Hinweise zur Lösung:
Mit dieser Aufgabe wird der Begriff der Gesamtstrahlungsleistung (Leuchtkraft) relativiert, indem eine Neutrino-Leuchtkraft eingeführt wird. Grundlage der Berechnung sind die zu nennenden Tatsachen, dass die Neutrinos die Sonne nahezu ohne „Verluste“ verlassen und jedes Sonnenneutrino dabei im Mittel ca. 0,26 MeV an Energie mitnimmt.
Im Zusammenhang mit der Aufgabe kann die interessante Tatsache erwähnt werden, dass ein im Zentrum der Sonne erzeugtes Neutrino beinahe sofort (nach etwa 2 s) die Sonne verlässt, während ein gleichzeitig entstandenes Photon keine Chance für ein sofortiges Entweichen hat, sondern in Form eines seiner „Nachkommen“ erst nach etlichen zehntausend Jahren aus der Photosphäre frei wird (die Photonen „diffundieren“ durch sie Sonne). Während die Photonen uns ein nur Bild von der Sonnenoberfläche geben, tragen die Neutrinos das aktuelle Bild von der Kernfusionszone der Sonne mit sich, ein Bild, dass jeden Astronomen brennend interessiert.

Lösung zu Aufgabe 2

AUFGABE 3: Wie viele Neutrinos treffen pro Sekunde auf einen Quadratmeter Erdoberfläche („Solarkonstante“ für Neutrinos)?

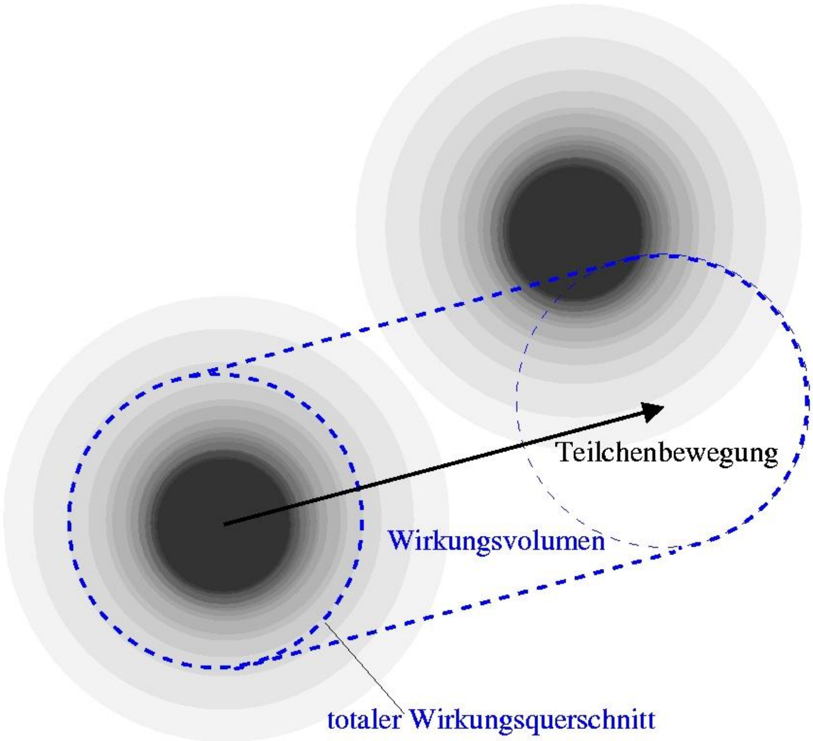
Hinweise zur Lösung:
Normale Sterne geben ihre Strahlung isotrop, d. h. in alle Richtungen gleichberechtigt ab. Mit zunehmender Entfernung verdünnt sich die Strahlungsdichte bzw. die Zahl der pro Flächeneinheit einfallenden Teilchen. Analog zur bekannten elektromagnetischen Solarkonstante kann nun aus der solaren Neutrinorate eine Solarkonstante für den Neutrinofluss berechnet werden.

Lösung zu Aufgabe 3

AUFGABE 4: Wie oft kommt es zu einer Wechselwirkung zwischen einem mit Lichtgeschwindigkeit fliegenden Sonnenneutrino und einem Elektron in ultrareinem Wasser (wie groß ist die mittlere Stoßrate *z*) und wie weit muss das Neutrino im Mittel darin fliegen, um auf ein Elektron zu stoßen?

Vorbetrachtungen und Hinweise zur Lösung:
Der Nachweis eines Teilchens geschieht im Allgemeinen dadurch, dass das Teilchen durch Kraftwirkung mit einem andersartigen Teilchen Energie austauscht und dabei nachweisbare Spuren hinterlässt. Der Nachweis der Sonnenneutrinos geschieht z. B. im Super-Kamiokande genannten Detektor über Stöße von Neutrinos mit den Elektronen in hochreinem Wasser, indem das von den auf Überlichtgeschwindigkeit (in Bezug auf die Lichtgeschwindigkeit in Wasser) beschleunigten Elektronen abgestrahlte Licht nachgewiesen wird. Das Problem des Neutrinonachweises liegt darin, dass sich die Neutrinos nur durch die äußerst kurzreichweitige schwache Wechselwirkung (und die Gravitation) beeinflussen lassen.

Zur Beschreibung der Wechselwirkung verwendet man den Wirkungsquerschnitt. Diese Größe kann anhand einer Modellvorstellung wie folgt eingeführt werden. Damit es zu einer Wechselwirkung zwischen einem fliegenden und einem aufgehängten Tischtennisball kommt, müssen sich diese berühren. Dazu kommt es, wenn der fliegende Ball mit dem Radius R_1 den hängenden Ball mit dem Radius R_2 maximal in einem Abstand von (R_1+R_2) passiert. Die mögliche kreisförmige Trefferfläche mit dem Radius (R_1+R_2) nennt man geometrischen Wirkungsquerschnitt. Versieht man nun die beiden Tischtennisbälle mit einer elektrischen Ladung, so wird der fliegende Ball auch dann abgelenkt werden, wenn er den hängenden Ball in größerem Abstand passiert. Die nun zur Geltung kommende Trefferfläche nennt man den totalen Wirkungsquerschnitt.



Für den Nachweis von solaren Neutrinos durch Stoss mit Elektronen hat man einen totalen Wirkungsquerschnitt von etwa 10^{-49} m². Es wird nun angenommen, dass sich das Neutrino mit Lichtgeschwindigkeit bewegt und die Elektronen ruhen. Das Neutrino mit dem Wirkungsquerschnitt σ_ν überstreicht in der Zeit $t = 1$ s einen Zylinder, in dem sich N Elektronen befinden. Zur Lösung der Aufgabe gilt es also zunächst auszurechnen, wie viele Elektronen im zylinderförmigen „Wirkungsvolumen" im Mittel vorzufinden sind. Nun kann man sich überlegen, wie viele Elektronen sich entlang des Zylinders dem Neutrino in den Weg stellen und daraus die so genannte mittlere freie Weglänge l berechnen.

Lösung zu Aufgabe 4

Lösungen

Zu Aufgabe 1

Wie viele Neutrinos entstehen in der Sonne pro Sekunde?

<u>Geg.:</u> Ruhemasse Proton $m_P = 1{,}67265 \cdot 10^{-27}$ kg
Ruhemasse Heliumkern $m_\alpha = 6{,}64295 \cdot 10^{-27}$ kg
Vakuumlichtgeschwindigkeit $c = 2{,}9979 \cdot 10^{8}$ m/s
Leuchtkraft der Sonne $L_S = 3{,}846 \cdot 10^{26}$ W

<u>Ges.:</u> Neutrinorate n_ν

<u>Lös.:</u>
Ausgangspunkt der Berechnung ist die Überlegung, dass die Sonne ihre Energie aus der Fusion von Wasserstoff zu Helium gewinnt. Der dabei eintretende Massendefekt, d. h. die Differenz zwischen der Summe der Massen von vier ungebundenen Protonen und der Masse des Heliumkerns beträgt $0{,}04765 \cdot 10^{-27}$kg.
Aus dem Massendefekt kann entsprechend der von Einstein gefundenen Beziehung die bei der Bildung eines Heliumkerns frei gewordene Energie E berechnet werden.

$$E = m \cdot c^2,$$

$$E = 0{,}04765 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg} \cdot \left(2{,}9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s}\right)^2,$$

$$E = 4{,}5206 \cdot 10^{-12}\ \mathrm{J}.$$

Zur Erzeugung der Sonnenleuchtkraft muss eine große Zahl von Heliumkernen pro Sekunde gebildet werden. Pro Heliumkern werden zwei Neutrinos erzeugt. Für die Neutrinorate erhält man folglich

$$n_\nu = \frac{L_S}{E} \cdot 2,$$

$$n_\nu = \frac{3{,}846 \cdot 10^{26}\,\mathrm{W}}{4{,}5206 \cdot 10^{-12}\,\mathrm{Ws}} \cdot 2,$$

$$n_\nu \approx 1{,}8 \cdot 10^{38}\,\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

Pro Sekunde verlassen $1{,}8 \cdot 10^{38}$ Neutrinos die Sonne.

Zu Aufgabe 2

Wie groß ist die Neutrino-Leuchtkraft der Sonne im Verhältnis zur (elektromagnetischen) Leuchtkraft?

Geg.: solare Neutrinorate $n_\nu = 1{,}8 \cdot 10^{38}$ /s
mittlere Energie eines Sonnenneutrinos $E_\nu = 0{,}26$ MeV
Leuchtkraft der Sonne $L_S = 3{,}846 \cdot 10^{26}$ W
$1 \text{ eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}$ J

Ges.: Verhältnis Neutrino-Leuchtkraft der Sonne $L_{S,\nu}$ zur Leuchtkraft L_S

Lös.:

$$L_{S,\nu} = n_\nu \cdot E_\nu,$$

$$L_{S,\nu} = 1{,}8 \cdot 10^{38} \,/\text{s} \cdot 0{,}26 \cdot 10^{6} \text{ eV} \cdot 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ J/eV},$$

$$L_{S,\nu} \approx 7{,}5 \cdot 10^{24} \text{ J}.$$

Das Verhältnis Neutrino-Leuchtkraft der Sonne $L_{S,\nu}$ zur Leuchtkraft L_S ergibt sich nun zu

$$\frac{L_{S,\nu}}{L_S} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{24} \text{ J}}{3{,}846 \cdot 10^{26} \text{ J}},$$

$$\frac{L_{S,\nu}}{L_S} \approx 0{,}02.$$

2 % der bei der Kernfusion erzeugten Energie gehen mit den Neutrinos „verloren“.

Zu Aufgabe 3

Wie viele Neutrinos treffen pro Sekunde auf einen Quadratmeter Erdoberfläche („Solarkonstante" für Neutrinos)?

Geg.: solare Neutrinorate $n_\nu = 1{,}8 \cdot 10^{38}\,/\mathrm{s}$
mittlerer Abstand Sonne-Erde $r = 1{,}5 \cdot 10^{11}\ \mathrm{m}$

Ges.: Solarkonstante für Neutrinofluss S_ν

Lös.:

$$S_\nu = \frac{n_\nu}{A_{\text{Kugel}}},$$

$$S_\nu = \frac{n_\nu}{4\pi \cdot r^2},$$

$$S_\nu = \frac{1{,}8 \cdot 10^{38}\,/\mathrm{s}}{4\pi \cdot \left(1{,}5 \cdot 10^{11}\right)^2 \mathrm{m}^2},$$

$$S_\nu \approx 6{,}4 \cdot 10^{14}\,/\mathrm{m}^2\mathrm{s}.$$

Etwa 640 Billionen solare Neutrinos strömen pro Sekunde durch einen Quadratmeter Erdoberfläche. Angesichts des hohen Energiegehalts der Sonnenneutrinos, der mit dem von niederenergetischen Gammaphotonen vergleichbar ist, ist diese geisterhafte Neutrinoflut faszinierend.

Zu Aufgabe 4

Wie oft kommt es zu einer Wechselwirkung zwischen einem mit Lichtgeschwindigkeit fliegenden Sonnenneutrino und einem Elektron in ultrareinem Wasser (wie groß ist die mittlere Stoßrate *z*) und wie weit muss das Neutrino im Mittel darin fliegen, um auf ein Elektron zu stoßen?

Geg.:

totaler Wirkungsquerschnitt Neutrino	$\sigma_\nu = 10^{-49} \mathrm{m}^2$
Dichte Wasser	$\rho = 1000\ \mathrm{kg/m^3}$
relative Atommasse von Wasserstoff	$M_{\mathrm{r,H}} = 1{,}008$
relative Atommasse von Sauerstoff	$M_{\mathrm{r,O}} = 15{,}999$
atomare Masseneinheit	$m_\mathrm{u} = 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\ \mathrm{kg}$
Lichtgeschwindigkeit	$c = 2{,}9979 \cdot 10^8\ \mathrm{m/s}$

Ges.: mittlere Stoßrate *z*, mittlere freie Weglänge *l*

Lös.:

Zuerst wird das „Wirkungsvolumen“, d. h. das vom Wirkungsquerschnitt in der betrachteten Zeitspanne t=1s überstrichene zylinderförmige Wirkungsvolumen V berechnet.

$$V = \sigma_\nu \cdot \mathrm{c} \cdot t,$$

$$V = 10^{-49}\,\mathrm{m}^2 \cdot 2{,}9979 \cdot 10^8\,\mathrm{m/s} \cdot 1\mathrm{s},$$

$$V \approx 3 \cdot 10^{-41}\,\mathrm{m}^3.$$

Im betrachteten Wirkungsvolumen befindet sich die Wassermasse von

$$V \cdot \rho = 3 \cdot 10^{-41}\,\mathrm{m}^3 \cdot 1000\,\mathrm{kg/m^3} = 3 \cdot 10^{-38}\,\mathrm{kg}.$$

Die Masse eines Wassermoleküls berechnet sich zu

$$m_{\mathrm{H2O}} = \left(2 \cdot M_{r,\mathrm{H}} + M_{r,\mathrm{O}}\right) \cdot m_u,$$

$$m_{\mathrm{H2O}} = \left(2 \cdot 1{,}008 + 15{,}999\right) \cdot 1{,}6605 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg},$$

$$m_{\mathrm{H2O}} \approx 3 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}.$$

Nun kann die mittlere Anzahl N der im Wirkungsvolumen befindlichen Elektronen berechnet werden, wobei in Rechnung gestellt wird, dass pro Wassermolekül 10 Elektronen beigesteuert werden.

$$N = \frac{V \cdot \rho}{m_{\mathrm{H2O}}} \cdot 10,$$

$$N = \frac{3 \cdot 10^{-38}\,\mathrm{kg}}{3 \cdot 10^{-26}\,\mathrm{kg}} \cdot 10,$$

$$N = 10^{-11}.$$

Die mittlere Stoßrate ergibt sich nun aus

$$z = \frac{N}{t},$$

$$z = 10^{-11}\,/\mathrm{s}.$$

Ein Neutrino müsste also etwa 3200 Jahre durch ultrareines Wasser fliegen, um einen Stoß zu erleiden.

Teilt man die Länge des Wirkungszylinders c·t durch die Zahl der darin befindlichen Elektronen, so erhält man die mittlere freie Weglänge.

$$l = \frac{\mathrm{c} \cdot t}{N},$$

$$l = \frac{2{,}9979 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m/s} \cdot 1\mathrm{s}}{10^{-11}},$$

$$l \approx 3 \cdot 10^{19}\,\mathrm{m}.$$

Entsprechend dem vorherigen Ergebnis müsste das Neutrino eine Strecke von ca. 3200 Lichtjahren (≈ $3 \cdot 10^{19}$ m) durch Wasser fliegen, bis es im Mittel zu einem Zusammenstoß mit einem Elektron kommt. Der Neutrinonachweis erfordert daher viel Wartezeit bzw. eine große Menge von „Zielscheibenteilchen". Neutrinodetektoren nehmen daher naturgemäß riesige Ausmaße an.