

## Einblicke in das Werden und Vergehen planetarer Himmelskörper

Im Jahre 1754 soll der Philosoph Immanuel Kant gesagt haben: „Gebt mir Materie und ich werde eine Welt daraus bauen“. Kant begründete mit seiner Meteoritenhypothese die Kosmogonie (Lehre von der Entstehung kosmischer Objekte) des Sonnensystems ausgehend von einem „Urnebel“ aus kleinen Teilchen der interstellaren Materie. Auch wenn er in manchem falsch lag, so hat er doch die Planetenentstehung als Wachstumsprozess richtig vorhergesagt.

Heute gilt es als gesichert, dass Planeten in zirkumstellaren Staubscheiben entstehen. Ein Übung zur Identifikation einer zirkumstellaren Staubscheibe in einer Astroaufnahme wird im Abschnitt [„Astrobilder lesen lernen“](#) vorgestellt. Astroaufnahmen können Handlungsspielräume eröffnen und an Faszination gewinnen, wenn der Betrachter sie „lesen kann“.

Die Planetenentstehung beginnt auf mikroskopischer Skala. Kleine Staubteilchen verbinden sich zu größeren, nachdem sie durch die Brownsche Teilchenbewegung zu Zusammenstößen gebracht wurden. Einmal mehr zeigt sich die fundamentale Bedeutung der Teilchenvorstellung für die Physik. Die Brownsche Bewegung erweist sich als Indikator einer nicht nachlassenden Molekülbewegung, die das Wesen der Wärme darstellt. Der historische Gang der Erkenntnis dazu wird im Abschnitt [„Brownsche Teilchenbewegung: Etwas Wissenschaftsgeschichte“](#) dargestellt. Ein Bild der Brownschen Bewegung vor dem geistigen Auge ist eine grundlegende Vorstellung. [Analogien, Modelle und Experimente](#) ermöglichen Anschaulichkeit und Erlebnis und liefern so dem geistigen Auge die notwendigen Eindrücke. Im Rahmen einer [Aufgabe](#) werden konkrete Bedingungen für die Anfänge des Planetenwachstums, d. h. des Staubwachstums durch Brownsche Bewegung aufgezeigt.

Für den Verbund zweier Staubteilchen nach dem Zusammentreffen sind die so genannten van der Waals-Kräfte zuständig. Bei der [Hinterfragung dieses Begriffs](#) werden Bezüge zur Chemie wie auch zur Physik deutlich.

Der Laborastrophysiker kann Staubteilchen im Mikroskop wachsen sehen. Wie kann aber der beobachtende Astronom diesen Prozess bei einer fernen zirkumstellaren Staubscheibe mit dem Fernrohr aufspüren? Dabei hilft ihm die Spektralanalyse, d. h. [die Suche nach spektralen Merkmalen von größer werdenden Staubteilchen](#).

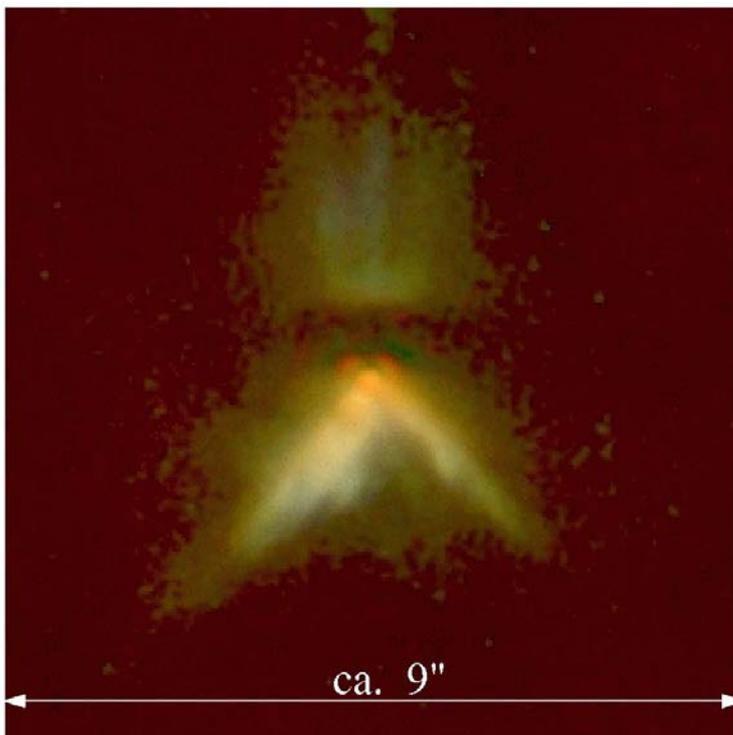
Nach weiteren Wachstumsphasen, die nicht mehr auf der Brownschen Bewegung beruhen sind die Planetesimale, kilometergroße Planetenbausteine, entstanden. Diese noch eher unförmigen Körper ballen sich infolge ihrer Gravitation zusammen (Akkretion) und können bei ausreichender Gesamtmasse kugelförmige Himmelskörper bilden. Die Kugelform der Planeten wird im Abschnitt [„Der Plateau-Versuch und die Kugelgestalt der Himmelskörper“](#) ins Blickfeld gerückt.

Abschließend soll auch kurz der Prozess der Zerstörung von kleinen Himmelskörpern infolge von Zusammenstößen zur Betrachtung kommen. Dazu wird der Blick auf das heutige Sonnensystem gerichtet ([„Der Planetoidengürtel - „Gesteinsmühle“ des Sonnensystems“](#)). Im Rahmen einer Wahrscheinlichkeitsbetrachtung wird die Größenverteilung der Körper des Planetoidengürtels angeschätzt.

**Die zirkumstellare Staubscheibe – „Gebärmutter“ der Planeten**

Für Astrobilder gilt wie für jedes andere Bild, dass der „rationale Genuss“ und das damit im Zusammenhang stehende Interesse davon abhängen, wie das von der Augen Erblickte gesehen wird, d. h. was der Betrachter abstrahieren kann. Für das Interpretieren von Astrobildern sind Kenntnisse über die Entstehung von Strahlung, deren Wechselwirkung mit Körpern und Ausbreitung in Medien sowie räumliches Vorstellungsvermögen wichtig.

Abb. 1 zeigt eine Aufnahme der zirkumstellaren Umgebung des jungen Sterns DG Tau B (Bild unter [SCHEIBE0.JPG](#) abrufbar). Das wesentliche Strukturelement ist die zirkumstellare Scheibe, deren Staubkomponente das Urmaterial für die Planetenbildung darstellt. Entlang der Achse der Scheibe erstreckt sich ein bipolarer Reflexionsnebel. Die Scheibe ist im Wesentlichen durch ihre abdunkelnde Wirkung auf die zentrale Region der zwei Flügel des Reflexionsnebels erkennbar.



**Abbildung 1:** Falschfarbendarstellung einer NIR-Aufnahme (Bereich um  $1,1 \mu\text{m}$ ) von der nahen zirkumstellaren Umgebung des jungen Sterns DG Tau B. Da die Strahlung im Bereich des Nahen Infrarot (NIR) nicht so stark absorbiert und gestreut wird, wie die sichtbare Strahlung, ist ein tieferer Einblick in die zirkumstellare Hülle möglich. Das so erkennbare dunkle leicht gekrümmte Band oberhalb des jungen Sterns lässt die zirkumstellare Staubscheibe erahnen. Die sichtbaren „Flügel“ sind Reflexionsnebel (unterhalb des dunklen Bandes, v-förmig, hell, zum Beobachter gerichtet und oberhalb des Bandes vom Beobachter weg gerichtet), im oberen Flügel erscheint ein axialer Jet durch Emission. ©: HUBBLE / NICMOS, Padgett / IPAC, Brandner / IPAC, Stapelfeldt / JPL). <https://hubblesite.org/image/761/news/25-stellar-jets>.

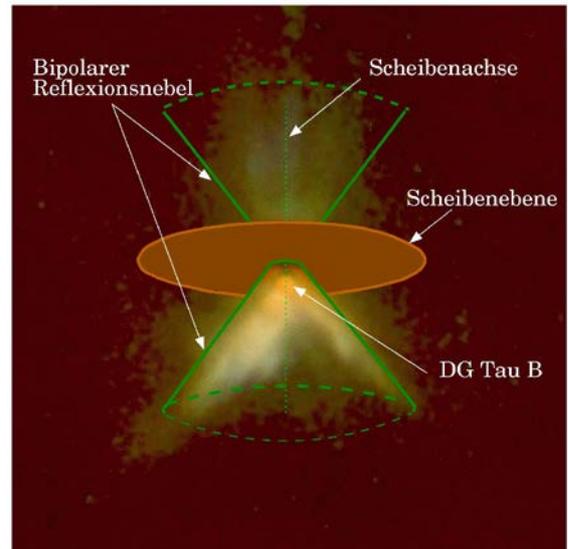
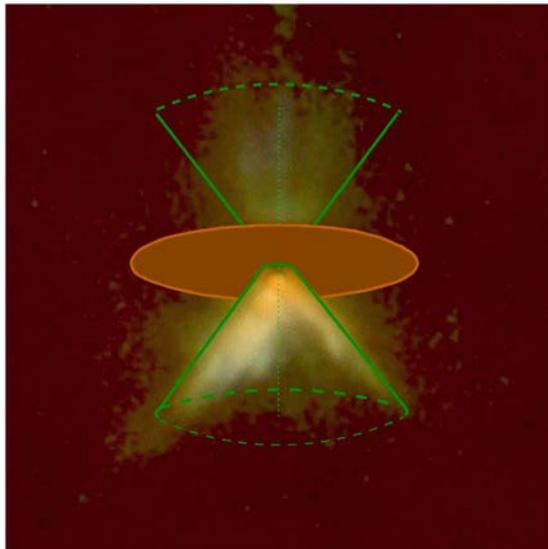
Zur Interpretation der in Abb. 1 gezeigten Astrobildaufnahme sollen folgende Aufgaben bearbeitet werden (Ergebnisse im [folgenden Abschnitt](#)).

1. Man markiere zunächst die Scheibenebene und die Scheibenachse in Abb. 1. Die zirkumstellare Staubscheibe ist kreisförmig, der Betrachter sieht sie aber im Allgemeinen perspektivisch. Des Weiteren sollen die Umriss der beiden Flügel des Reflexionsnebels angedeutet und der Ort des Sterns gezeigt werden.
2. Im nächsten Schritt ist die Scheibengröße von DG Tau B abzuschätzen und mit den Ausmaßen des Sonnensystems zu vergleichen. Dazu ist der scheinbare Durchmesser der zuvor eingezeichneten Ellipse zu ermitteln und in den wahren Durchmesser umzurechnen, wobei vorausgesetzt wird, dass DG Tau B etwa 450 Lichtjahre entfernt ist.
3. Aus den Proportionen der Ellipse kann nun auch auf die Neigung der Scheibenebene in Bezug auf den irdischen Beobachter geschlossen werden.

## Ergebnisse der Bildinterpretation

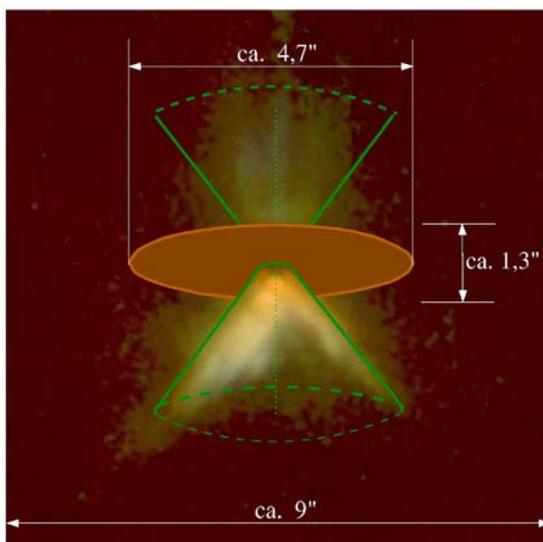
[\(→zurück zum Anfang\)](#)

- Die zirkumstellare Staubscheibe erscheint aus irdischer Sicht elliptisch. Der junge Stern DG Tau B befindet sich im hellen zentralen Knoten.



Bilder sind als Zusatzmaterial abrufbar.  
©: Hintergrundbild wie in Abb. 1.

- Den scheinbaren Durchmesser (Winkeldurchmesser) der Staubscheibe um DG Tau B von ca. 7,2" erhält man einfach durch Vergleich des Scheibendurchmessers (große Halbachse ihres elliptischen Erscheinungsbildes) mit der angegebenen Bildfeldbreite von ca. 9". Der wahre Durchmesser  $d$  kann dann vereinfachend als Ausschnitt des Umfangs vom Kreis mit dem Radius  $r=450$  Lichtjahre (Entfernung von DG Tau B) betrachtet werden. Die Neigung berechnet sich aus der projektiven Verkürzung des Scheibendurchmessers.



$$d = \frac{\delta}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot r,$$

$$d = \frac{4,7''}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 450 \text{ Lj},$$

$$d \approx 0,01 \text{ Lj},$$

$$d \approx 600 \text{ AE}, \quad (1 \text{ Lj} \approx 63242 \text{ AE}).$$

$$\sin \alpha = \frac{1,3''}{4,7''},$$

$$\alpha \approx 16^\circ.$$

Bild ist als Zusatzmaterial abrufbar.  
©: Hintergrundbild wie in Abb. 1.

Der Scheibendurchmesser entspricht etwa dem 10-fachen Durchmesser des Orbits von Neptun (mittlere Entfernung Sonne-Neptun: 30,06 AE).

Der schottische Botaniker Robert Brown (1773-1858) beobachtet 1827 die nach ihm benannte unregelmäßige Bewegung von im Mikroskop sichtbaren kleinsten Samenkörnchen in Wasser. Er vermutete zunächst biologische Aktivität, musste dies jedoch nach weiteren Beobachtungen ausschließen. Erst, nachdem die falschen Vorstellungen über das Wesen der Wärme (z. B. Wärme als feiner Stoff („Caloricum“), der bei der Berührung zweier Körper von verschiedenen Temperaturen aus dem wärmeren in den kälteren Körper hinüberströmt) überwunden waren, konnte die Natur der Brownschen Bewegung geklärt werden. Es waren Versuche zur Reibung, die zeigten, dass die einem Körper, dem nach der Wärmestofftheorie nur ein bestimmtes Maß an Caloricum entzogen werden kann, die entstehende Wärmemenge allein von der mechanischen Beanspruchung abhängt. In der Zeit der Entdeckung des mechanischen Wärmeäquivalents entstand die kinetische Theorie der Wärme, aufbauend auf der uralten atomistischen Idee. B. Thompson (Graf Rumford, 1753-1814) sagte zum Wesen der Wärme: „Ein Körper ist um so heißer, je intensiver sich die Teilchen bewegen, aus denen er aufgebaut ist, etwa so, wie eine Glocke um so lauter läutet, je stärker sie schwingt“ (Landau, K. D., Kitaigorodski, A. I.: Physik für alle, Band 2, S. 19). Die Beobachtung, dass eine höhere Temperatur der Flüssigkeit eine stärkere Brownsche Bewegung hervorruft, unterstützte die Entstehung der kinetischen Theorie der Wärme. Geburtshelfer dieser neuen Wärmetheorie waren Physiker wie Maxwell, Boltzmann und Clausius. Die Theorie besagt im Kern, dass die Wärme der Ausdruck der ununterbrochenen Bewegung der Teilchen (z. B. der Moleküle eines Gases) ist und die Temperatur die mittlere kinetische Energie der Teilchen repräsentiert (Proportionalität).

$$T \propto \overline{E_{\text{kin}}}$$

Albert Einstein war es dann, der in seinem „Wunderjahr“ (1905) in seinem Aufsatz „Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen“ eine (quantitative) Theorie der Brownschen Bewegung formulierte (etwa später tat dies auch M. Smoluchowski). Er beschrieb sie als Folge von unregelmäßigen Stößen der sich ständig bewegenden unsichtbaren Atome und Moleküle auf die im Mikroskop gerade sichtbaren Teilchen. Auf Grund der Zufälligkeit von Anzahl, Stärke und Richtung der stoßenden Moleküle entsteht die beobachtbare zufällige Bewegung der Teilchen, aufgrund derer diese sich in der Zeit  $t$  um die Strecke  $\Delta x$  fortbewegen. Mit Hilfe der Einstein-Smoluchowki-Gleichung kann berechnet werden, um welchen Abstand  $\Delta x$  sich ein Teilchen vom Radius  $r$  aufgrund seiner Brownschen Bewegung in einem Medium der Temperatur  $T$  und mit der Viskosität  $\eta$  (innere Reibung in Flüssigkeiten und Gasen) in der Zeit  $t$  im Mittel wegbewegt.

$$\overline{\Delta x^2} = \frac{k \cdot T}{3 \cdot \pi \cdot \eta \cdot r} \cdot t.$$

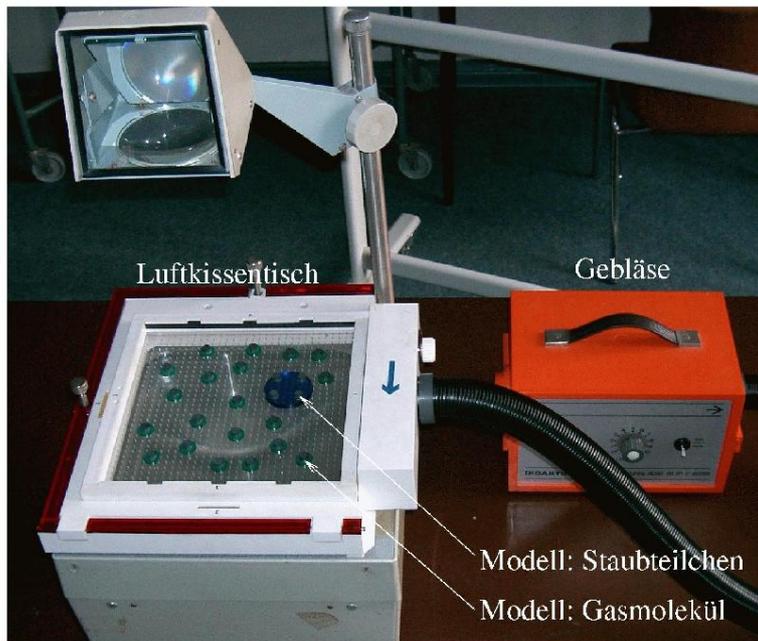
Jean-Baptiste Perrin konnte die Ergebnisse von Einstein und Smoluchowski auf Grundlage ultramikroskopischer Untersuchungen der Brownschen Bewegung bestätigen und für Drehbewegungen der Teilchen erweitern. Außerdem nutzte er die Tatsache, dass sich die Teilchen bei der Brownschen Bewegung im Schwerfeld mit einer Dichteverteilung übereinander schichten, wie es auch die Luftmoleküle der Erdatmosphäre und verwendete eine verallgemeinerte barometrische Höhenformel zur Bestimmung der Avogadro-Konstante, wofür er 1926 den Nobelpreis für Physik erhielt.

Etwa ein Jahrhundert später untersuchen wir wieder die Brownsche Bewegung als ersten Prozess im Rahmen der Planetenentstehung, diesmal unter Bedingungen der Schwerelosigkeit.

## Analogien, Modelle und Experimente zur Brownschen Bewegung [\(→zurück zum Anfang\)](#)

Der Physiker R. W. Pohl verglich die Brownsche Bewegung eines Teilchens mit der Bewegung eines Papierschnitzels auf einem Ameisenhaufen. Steht man weit genug entfernt von den Ameisen, so kann man nur noch den Papierschnitzel sehen und vermuten, dass seine Ortsveränderungen auf das Gewimmel der Ameisen zurückzuführen sind, die den Schnitzel hin und her schieben. Wer findet eine andere Analogie?

Abb. 2 zeigt einen Modellversuch zur Brownschen Bewegung mit einem Luftkissentisch. Auf einem Luftkissen schwimmende Scheiben repräsentieren dabei die Gasmoleküle und ein Staubteilchen. Mit Hilfe von Magneten, die auf den Scheiben und entlang der Banden angebracht sind, wird gemeinsam mit dem Luftstrom die Unruhe der Teilchen aufrecht erhalten. Die große Scheibe bewegt sich dabei durch die Wechselwirkung mit den kleinen Scheiben und teils durch eigenen Antrieb. Eine Filmsequenz des Modellexperiments kann unter ‚**Modellexperiment zur Brownschen Bewegung (Blick auf Overheadprojektor)**‘ abgerufen werden. Eine weitere Filmsequenz zu diesem Modellexperiment, welches das Projektionsbild samt Experimentalaufbau, d. h. die Schülersicht zeigt, ist unter ‚**Modellexperiment zur Brownschen Bewegung (Blick auf Projektionswand)**‘ erhältlich. Wichtig bei der Nutzung des Modellexperiments ist der Vergleich und die Abgrenzung zur Realität.



**Abbildung 2:** Modellversuch zur Brownschen Bewegung.  
©: Olaf Fischer

Die eigene Beobachtung des realen Naturvorganges bietet immer noch die eindrucklichste Erfahrung. Während zum Erkennen der Brownschen Bewegung von Rauchteilchen (z. B. Zigarettenrauch) in Luft ein Mikroskop von etwa 100-facher Vergrößerung nötig ist, braucht man zur Beobachtung der Bewegung von z. B. Tuscheteilchen in Wasser schon ein Mikroskop von 200- bis 500-facher Vergrößerung. Dieser Unterschied begründet sich wesentlich durch die unterschiedliche Ortsveränderung  $\Delta x$  der beobachteten Teilchen in der Zeit  $t$ , welche nach der die Brownsche Bewegung beschreibenden Gleichung von Einstein und Smoluchowski auch von der Viskosität  $\eta$  des Mediums abhängt.

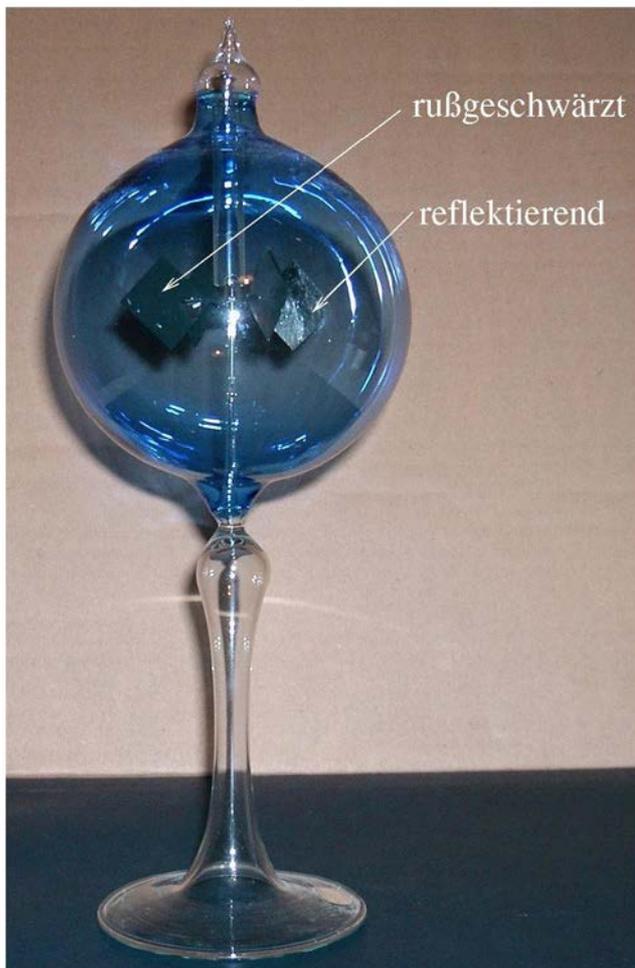
$$\overline{\Delta x^2} \propto \frac{1}{\eta}$$

Während Luft bei 20°C und Normaldruck eine Viskosität von 0,0000182 Pa·s besitzt, beträgt die Viskosität von Wasser bei 20°C den ca. 55-fachen Wert von 0,001002 Pa·s.

Auch Astronomen, oder genauer Laborastrophysiker, beobachten mikroskopisch die Brownsche Bewegung, um Aussagen z. B. über die Dauer des Staubwachstums zu gewinnen. Die unter ‚**Weltraumexperiment brownsche Bewegung**‘ abrufbare Filmsequenz (Quelle: J. Blum) zeigt links die Originalaufnahmen der Brownschen Bewegung eines Testteilchens in der Schwerelosigkeit beim Raketenexperiment CODAG-SRE. Das Bildfeld hat eine Größe von 0.077 mm x 0.077 mm. Der Zeitunterschied zwischen zwei Bildern betrug bei der Aufnahme 0,005 s (also 200 Bilder/Sekunde). Abgespielt wird der Film mit 2 Bildern/Sekunde (also in 100-facher Zeitlupe). Das Testteilchen ist ein Agglomerat aus zwei Glaskugeln mit einem Durchmesser von je 1,0 Mikrometern. Rechts ist die Position der Teilchenmitte festgehalten. Die unregelmäßige Bewegung des Testteilchens auf einem Zufallsweg wird erkennbar.

Die folgende Computersimulation gibt einen Eindruck vom Wachstum von Staubteilchen, die aufgrund ihrer Brownschen Bewegung mit anderen Staubteilchen zusammenstoßen (Quelle: J. Blum). Die Simulation ist abrufbar bei den Zusatzmaterialien unter dem Namen ‚**Simulation Teilchenwachstum**‘.

Indirekte Belege für die Brownsche Bewegung liefern Experimente zur Diffusion und Osmose. Die Teilchen eines in ein Wasserglas gegebenen Tuschetropfens verteilen sich so durch Diffusion nach kurzer Zeit gleichmäßig im gesamten Wasservolumen.



Auch der Lauf eines Radiometers (ein von Glasbläsern gern hergestelltes Kunstobjekt und Spielzeug) kann als ein indirekter Hinweis auf die Brownsche Bewegung gelten. Das Radiometer (Abb. 3) besteht aus einem leichtgewichtigen und leicht drehbaren Flügelrad in einem nicht völlig evakuierten Glaskolben. Die Flügel sind auf der einen Seite blank reflektierend und auf der anderen Seite rußgeschwärzt. Beim Auftreffen von Licht- und Wärmestrahlung werden die berußten Seiten stärker erwärmt als die blanken Seiten, so dass die in der Nähe der schwarzen Flächen befindlichen Luftmoleküle eine höhere Geschwindigkeit erlangen als die Luftmoleküle bei den reflektierenden Rückseiten. So wie die schnelleren Luftmoleküle ein Rauchteilchen bei seiner Brownschen Bewegung in ihre Richtung zwingen, so tun sie dies auch mit dem Flügelrad und setzen es in Bewegung. Eine Filmsequenz zum Radiometer, wie es bei Bestrahlung in Gang kommt, kann unter ‚**Videoclip Radiometer**‘ abgerufen werden.

**Abbildung 3:** Radiometer („Lichtmühle“). ©: Olaf Fischer

## Aufgabe: Die Anfänge des Planetenwachstums

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Die Planetenentstehung beginnt mit dem „Zusammenkleben“ zirkumstellarer Staubteilchen zu größeren Teilchen auf Grundlage von Zusammenstößen, die durch die Brownsche Bewegung ermöglicht werden. Damit die Staubteilchen nach dem Zusammenstoß nicht voneinander „abprallen“, darf die Relativgeschwindigkeit nicht größer als 1 m/s sein.

Man berechne Größe und Temperatur von Staubteilchen in einer zirkumstellaren Scheibe, bei der die Brownsche Bewegung zu einem Teilchenwachstum führt. Die Staubteilchen werden kugelförmig angenommen und sollen aus Silikat mit einer Dichte von 2,8 g/cm<sup>3</sup> bestehen. Die Radien der Staubteilchen liegen zu Beginn des Wachstums im Bereich von 0,005 µm bis 0,25 µm. Die Temperatur in der zirkumstellaren Scheibe soll am inneren Rand 1400 K betragen.

Der Rechnung zugrunde liegt die interessante Tatsache, dass jedem Teilchen eines Gases die gleiche mittlere kinetische Energie zukommt, egal welche Masse es besitzt. Auch die mikroskopisch kleinen „Indikatorteilchen“ der Brownschen Bewegung können noch derart betrachtet werden.

Abschließend soll die Aussage diskutiert werden, die besagt, dass die Brownsche Bewegung nur zu Beginn des Planetenwachstums eine Rolle spielt, d. h. für Staubteilchenkoagulate von z. B. 10 µm Durchmesser nicht mehr von Bedeutung ist.

<b>Geg.:</b> Boltzmannkonstante	$k = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Nm/K}$
mittlere Dichte Silikat	$\rho = 2800 \text{ kg/m}^3$
Maximalgeschwindigkeit für Wachstum	$v = 1 \text{ m/s}$
Temperatur Innenrand Scheibe	$T = 1400 \text{ K}$
Ausgangs-Teilchenradien	$r = 0,005 \text{ µm} - 0,25 \text{ µm}$

**Ges.:** Temperatur  $T$  und Teilchenradius  $r$  für Grenzfälle

### Lös.:

Die mittlere kinetische Geschwindigkeit der Staubteilchen kann mit Hilfe der grundlegenden Beziehung

$$T \propto \overline{E_{\text{kin}}} \quad \Rightarrow \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{\mu}}$$

abgeschätzt werden.

Die Schwierigkeit der Aufgabe besteht darin, dass die mittlere kinetische Geschwindigkeit der Staubteilchen sowohl von ihrer Größe als auch von ihrer Temperatur abhängt. Es muss also zumindest eine Fallunterscheidung vorgenommen werden.

Zunächst wird die maximale Größe von Teilchen, die nach Zusammentreffen aneinander haften bleiben, am Innenrand der zirkumstellaren Scheibe, d. h. für die maximale Temperatur berechnet.

$$\mu = \frac{3 \cdot k \cdot T}{\bar{v}^2} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot k \cdot T}{\bar{v}^2} \cdot \frac{3}{4\pi \cdot \rho}}$$
$$r = \sqrt[3]{\frac{3 \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Nm} \cdot 1400 \text{ K}}{\text{K} \cdot 1 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}} \cdot \frac{3}{4\pi \cdot 2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$
$$r \approx 1,7 \cdot 10^{-8} \text{ m} = 0,017 \text{ µm}.$$

Nun wird die Temperatur berechnet, bei der die kleinsten Teilchen nach Stößen noch zusammenwachsen können.

$$T = \frac{\mu \cdot \bar{v}^2}{3 \cdot k} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho$$

$$T = \frac{4\pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot \bar{v}^2}{9 \cdot k},$$

$$T = \frac{4\pi \cdot (0,005 \cdot 10^{-6} \text{ m})^3 \cdot 2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 \cdot \text{K}}{9 \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Nm}}$$

$$T \approx 35 \text{ K.}$$

Das Ergebnis zeigt, dass die kleinsten Staubteilchen in der zirkumstellaren Staubscheibe durch ihre Brownsche Bewegung nur in den äußersten Regionen, wo die Temperatur unter 35 K liegt, zusammenwachsen können. Bei der Abhängigkeit  $T \sim r^3$  brauchen die Staubteilchenradien nur etwas größer zu werden, um auch bei Temperaturen im Zentralbereich der Scheibe noch zu wachsen.

Die Brownsche Bewegung spielt nur zu Beginn des Wachstums eine Rolle, weil die gewachsenen Teilchen wegen ihrer größeren Masse eine sehr geringe Relativgeschwindigkeit aufweisen. Selbst am heißen Innenrand der zirkumstellaren Staubscheibe bewegen sich die 10- $\mu\text{m}$ -Teilchen nur mit 0,2 mm/s (siehe abschätzende Rechnung). Diese Geschwindigkeit gilt aber keineswegs für das direkte Aufeinanderzulaufen von zwei Teilchen, sondern nur für einen sehr kurzen Abschnitt der Zick-Zack-Bewegung. Ein Teilchen entfernt sich entlang eines Zick-Zack-Weges von seinem Ausgangsort in einer Zeit, die um Größenordnungen (z. B. 1000-fach) über der liegt, die für den direkten Weg benötigt werden würde. So würde ein Teilchen ein anderes im Abstand von 10 cm nach  $1000 \cdot 100 \text{ mm} / 0,2 \text{ mm} \cdot \text{s} = 500000 \text{ s} \approx 6$  Tagen treffen, wenn sich die Wege zufällig schneiden würden.

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot k \cdot T}{\mu}} \quad \text{mit} \quad \mu = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ Nm} \cdot 1400 \text{ K}}{\text{K} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot (5 \cdot 10^{-6} \text{ m})^3 \cdot 2800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}}$$

$$\bar{v} \approx 0,0002 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,2 \frac{\text{mm}}{\text{s}}.$$

Es soll hier erwähnt werden, dass die Feststellung, nach der jedem Teilchen eines Gases unabhängig von seiner Masse die gleiche mittlere kinetische Energie zukommt, auch für die Betrachtung des Gases im Inneren von Sternen von Bedeutung ist. So existiert dort das Gas der leichten und schnellen Elektronen vermischt mit dem Gas der langsamen aber massigen Atomkerne.

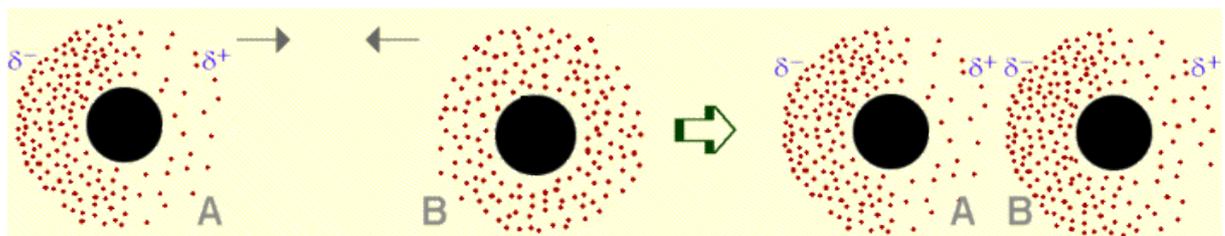
## **Staubteilchen wachsen - Verbindung durch die van der Waals-Kraft ([→zurück zum Anfang](#))**

Ordnung ist wichtig im Haushalt, aber auch im Kopf. Wissen muss systematisch aufgebaut werden, damit es beständig und zuordenbar ist. Zu den Begriffen, die in der Systematik der Physik ganz oben stehen, gehört die Kraft. Letztlich kennen wir vier fundamentale Kräfte (die Schwerkraft, die elektromagnetische Kraft, die starke und die schwache Kraft), die bestimmen, wie die Materie sich verhält. Uns begegnen jedoch weitaus mehr Begriffe, die mit dem Kraftbegriff im Zusammenhang stehen, wie z. B. die Hangabtriebskraft, die Reibungskraft oder die van der Waals-Kraft. Für die Systematik ist es wichtig herauszustellen, dass es sich dabei um spezielle Abarten der fundamentalen Kräfte handelt.

Kräfte zwischen Molekülen, die diese in Feststoffen und Flüssigkeiten aneinanderhalten, nennt man zwischenmolekulare Kräfte. Dabei handelt es sich um elektrostatische, d. h. allgemein um elektromagnetische Kräfte. Zwischenmolekulare Kräfte verursachen auch solche Erscheinungen, wie Adhäsionskräfte und Kohäsionskräfte. In der Chemie findet man diese Kräfte zum Teil versteckt hinter anderen Begriffen, wie z. B. der Ionenbindung. Die Verknüpfung der Chemie zur Physik sollte unbedingt hergestellt

Staubteilchen in einer zirkumstellaren Scheibe, die aufgrund ihrer Brownschen Bewegung zusammenstoßen, verbinden sich über die van der Waals-Kraft. Den Prozess der Vereinigung der Staubteilchen nennt man auch Koagulation. (aus dem Lateinischen von. coagulatio: Gerinnung). Die Koagulation der kolloidalen Staubteilchen in einer zirkumstellaren Scheibe (Staubteilchen zwischen Gasmolekülen) kann man mit der Koagulation frischer Milch (Fettröpfchen zwischen Wassermolekülen) vergleichen, in Folge der sich die Rahmschicht bildet.

Im Weiteren soll die van der Waals-Kraft auf bekannte physikalische Begriffe und Zusammenhänge zurückgeführt werden. Grundlegend ist die Vorstellung von der Elektronenwolke in einem abgesteckten Gebiet rund um den Kern eines Atoms. Die Elektronen sind dabei nur im statistischen Mittel gleich verteilt. Kurzzeitig kann es immer zu einer unsymmetrischen Ladungsverteilung kommen, wobei sich ein so genannter kurzzeitiger Dipol bildet, d. h. die eine Seite des Atoms besitzt dann eine etwas stärkere negative Ladung auf als die andere. Trifft nun ein Atom mit seinem kurzzeitigen Dipol auf ein anderes, das gerade keinen oder einen schwächeren Dipol besitzt, so wirkt es polarisierend (Polarisation im elektrischen Feld). Im Ergebnis wird die Elektronenwolke des getroffenen Atoms entgegengesetzt verschoben und die Atome ziehen sich elektrostatisch an. Mit Abb. 4 (Bild für Folie im Zusatzmaterial: **„Bild van der Waals-Kraft“**) kann das zuvor Gesagte anschaulich unterlegt werden.



**Abbildung 4:** Darstellung zur Erklärung der van der Waals-Kraft (Quelle: Chemie-Didaktik der Uni Essen, <http://www.uni-essen.de/chemiedidaktik/S+WM/Definitionen/Vander.htm>). Das mit A bezeichnete Atom zeigt einen kurzzeitigen Dipol, der das mit B bezeichnete neutral erscheinende Atom polarisiert. Beide Atome ziehen sich dann an. Achtung: Die Darstellung könnte zu der falschen Annahme verleiten, dass die van der Waals-Kraft auch auf größere Entfernungen hinwirkt.

## Spektrale Hinweise auf Staubteilchenwachstum im Kosmos - Zwischen Spektrallinie und Kontinuum

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Während der Laborastrophysiker den Staub („irdischen Stellvertreterstaub“) direkt untersuchen kann, muss sich der beobachtende Astronom mit der Strahlung begnügen, die der Staub z. B. in einer zirkumstellaren Scheibe abgibt. Die Kunst der Astrophysiker besteht dann darin, die Strahlungsinformation zu interpretieren. Die Strahlungsinformationen sind Helligkeit und Polarisation bei verschiedenen Wellenlängen (Spektrum) und für verschiedene Richtungen (Bild). Die spektrale Information liefert den „Fingerabdruck“ der strahlenden oder die Strahlung aufhaltenden Atome, Moleküle oder auch Staubteilchen.

Im Innenbereich einer zirkumstellaren Scheibe ist ein stärkeres Staubteilchenwachstum durch eine intensivere Brownsche Bewegung zu erwarten, weil dort sowohl mit einer größeren Staubteilchendichte als auch mit einer höheren Temperatur zu rechnen ist. Für den Planeten „bauenden“ Astrophysiker steht nun die Frage, woran man im Spektrum der Strahlung der inneren Region einer zirkumstellaren Scheibe erkennen kann, dass dort die Staubteilchen gegenüber einer weiter außen gelegenen Region gewachsen sind. Dazu gilt es darüber nachzudenken, wie aus dem Spektrum eines einzelnen Atoms das Spektrum eines kleinen Festkörpers (eines „Riesenmoleküls“) wird.

Das Lernen erfolgt in der Regel auf dem Weg vom Einfachen zum Komplizierten. Einfach sind die Spektren von Atomen, die nicht miteinander verbunden sind, d. h. die im gasförmigen Zustand vorliegen. Dabei erhält man Spektren mit Linien die entweder in Emission oder in Absorption vorliegen und naturgemäß (wegen der Begrenztheit des Strahlungsaktes) eine natürliche Linienbreite besitzen. Die Spektrallinien entstehen durch Elektronenübergänge zwischen festgelegten Energieniveaus in der Atomhülle. Die Lage der Linien, d. h. ihre zentrale Frequenz  $\nu$  wird durch die (elektronische) Energiedifferenz  $\Delta E_E$  bestimmt.

$$\nu = \frac{1}{h} \cdot \Delta E_E.$$

Je komplizierter die Elektronenhülle eines Atoms aufgebaut ist, desto mehr Linien sind möglich. Sobald man dann vom Atom zum Molekül übergeht, tauchen neue Energiekomponenten auf. Die Atome eines Moleküls können zueinander schwingen und das Molekül kann rotieren. Auch hierbei gilt die Energiequantelung. Die Energiedifferenzen der elektronischen Übergänge ( $\Delta E_E$ ), der Schwingungsübergänge ( $\Delta E_S$ ) und der Rotationsübergänge ( $\Delta E_R$ ) haben ganz verschiedene Größenordnungen:  $\Delta E_R \ll \Delta E_S \ll \Delta E_E$ . Es gilt:  $\Delta E_R \approx 0,001 \text{ eV}$  ( $\lambda \approx 1000 \text{ }\mu\text{m}$ ),  $\Delta E_S \approx 0,1 \text{ eV}$  ( $\lambda \approx 10 \text{ }\mu\text{m}$ ) und  $\Delta E_E \approx 10 \text{ eV}$  ( $\lambda \approx 0,1 \text{ }\mu\text{m}$ ). Die Zwischenräume zwischen den elektronischen Linien werden durch mehrere Schwingungslinien gefüllt und deren Zwischenräume wiederum werden durch mehrere Rotationslinien gefüllt. Der Physiker A. I. Kitaigorodski hat dieses hierarchische System verglichen mit dem System der Adressierung in einer Wohnanlage, bei dem es verschiedene Hausnummern (=elektronische Energieniveaus), Etagennummern (=Schwingungsenergieniveaus) und Wohnungsnummern (=Rotationsenergieniveaus) gibt. Die Frequenz des von einem Molekül emittierten Lichts ergibt demzufolge sich aus

$$\nu = \frac{1}{h} \cdot (\Delta E_E + \Delta E_S + \Delta E_R).$$

Bei energiearmer Strahlung (im Radiobereich) werden nur Rotationsübergänge angeregt und ein reines Rotationsspektrum kann existieren. Bei etwas energiereicherer Strahlung (Infrarotbereich) werden auch Schwingungsübergänge möglich. Diese finden jedoch stets gleichzeitig mit Rotationsübergängen statt, so dass ein Schwingungsrotationsspektrum entsteht, wobei im Bereich eines Schwingungsüberganges viele dicht beieinander liegende Linien entstehen, die sich bei geringer spektraler Auflösung scheinbar zu einem Band überlagern. Im sichtbaren Licht schließlich können die elektronischen Übergänge stattfinden,

aber nur gemeinsam mit Änderungen sowohl des Schwingungs- wie auch des Rotationszustandes. Aus vielen Bändern wächst ein Kontinuum zusammen.

Ein Kontinuum entsteht auch, wenn viele Atome in einem Gefüge zusammenrücken, wobei sich die scharfen Linien der allein stehenden Atome im Gefüge durch Stöße mit den Nachbaratomen verbreitern und in der Gesamtheit aller verbreiterten Linien ein Kontinuum ergeben. Die Stoßverbreiterung entsteht einfach durch Verkürzung bzw. Abbruch des Strahlungsaktes nach einem Stoß. Je kürzer der Strahlungsakt, desto breiter ist die Linie. Vom Unterschied zwischen dem spektralen Erscheinungsbild allein stehender und zusammengefügter Atome kann man sich leicht überzeugen, wenn man z. B. die Eisenemissionslinien der Chromosphäre der Sonne dem Kontinuum einer glühenden eisernen Herdplatte gegenüberstellt.

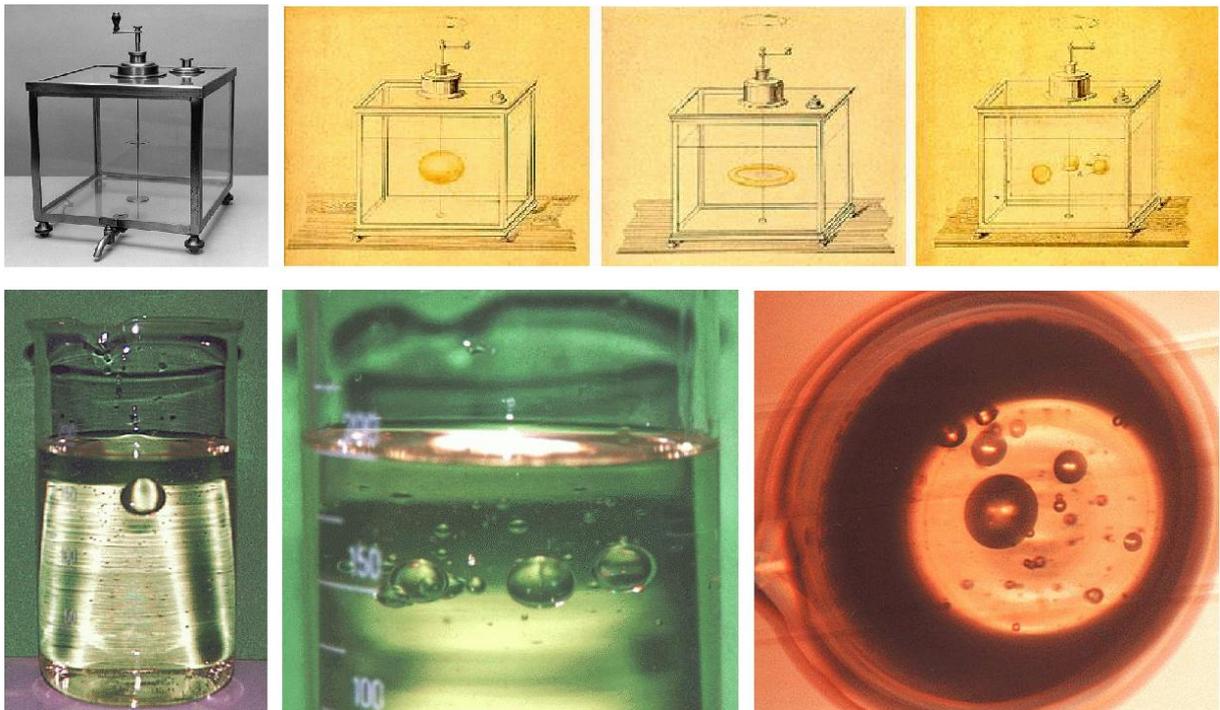
Der spektrale Fingerabdruck der kleineren Staubteilchen ( $\approx 0,1 \mu\text{m}$ ) aus Silikat ist eine glocken-förmige Bande bei  $\lambda \approx 10 \mu\text{m}$ . Das Staubteilchenwachstum äußert sich durch eine Abflachung der Bande. Eine zunehmende Kristallisation wird durch eine auftretende „Schulter“ im Emissionsprofil deutlich (siehe Sterne und Weltraum 2/2005, S. 39, Abb. 7). Für eine plausible Erklärung dieser spektralen Fingerabdrücke genügt das zuvor zu Grunde gelegte. Die Silikatbande tritt da auf, wo die (drei) Schwingungsübergänge zwischen den Atomen (Ionen) im Grundbaustein der Silikate, dem  $\text{SiO}_4$ -Tetraeder, zu erwarten sind. Rotationsübergänge sind bei einem Staubteilchen (im Festkörpergefüge) nicht möglich. Insbesondere im unregelmäßigen Gefüge (amorpher Zustand) werden die Schwingungsübergänge so weit durch Stöße verbreitert, dass sie zu dem breiten glockenförmigen Band bei  $10 \mu\text{m}$  zusammenfließen. Im Falle eines zumindest teilweise kristallinen Gefüges erkennt man die Anteile der drei Schwingungsübergänge, wozu die erwähnte „Schulter“ gehört. Im Falle eines weiteren Wachstums des Staubteilchens ist zu erwarten, dass die Stoßverbreiterung noch zunimmt, wobei sich die Bande abflacht.

## Der Plateau-Versuch und die Kugelgestalt der Himmelskörper

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Im Jahre 1840 bemerkte Joseph Plateau (1801-1883), dass Öltropfen in einer Wasser-Alkohol-Mischung eine perfekte Kugelform annehmen, die bei Rotation abflacht, einen Torus bildet und schließlich in kleine rotierende Kügelchen zerfällt (siehe Abb. 5). Das Plateausche Öltropfen-Experiment wurde früher oft zu dem Zwecke durchgeführt, die Laplace'sche Hypothese zur Entstehung der Planeten durch Abschnürung von der rotierenden Sonne zu untermauern. Heute kann der Plateau-Versuch dazu dienen, die Entstehung der Kugelgestalt der Himmelskörper zu demonstrieren und zu diskutieren.

Für den Plateau-Versuch wird ein Gemisch aus Wasser und Spiritus (etwa 40 % Wasser und 60 % Spiritus) hergestellt. Mittels einer Injektionspritze wird etwas Speiseöl in das Wasser-Spiritus-Gemisch eingebracht. Sollte die Ölkugel sinken, so muss das Gemisch mit etwas Wasser angereichert werden.



**Abbildung 5:** Oben: Bilder zum historischen Plateau-Versuch. ©: M.D. Collection J.Plateau, Ghent, <http://www.sciencemuseum.ugent.be/engl-plat9.html>. Unten: Plateausches Öltropfen-Experiment mit einfachen Hilfsmitteln. Große Kugeln erscheinen durch ein Dichtegefälle leicht abgeplattet, welches bei der Einstellung der Gemischdichte auf die Öldichte entstehen kann. Die im Becherglas sichtbaren Speiseölkugeln lassen sich gut in Projektion betrachten (rechtes Bild). ©: Olaf Fischer.

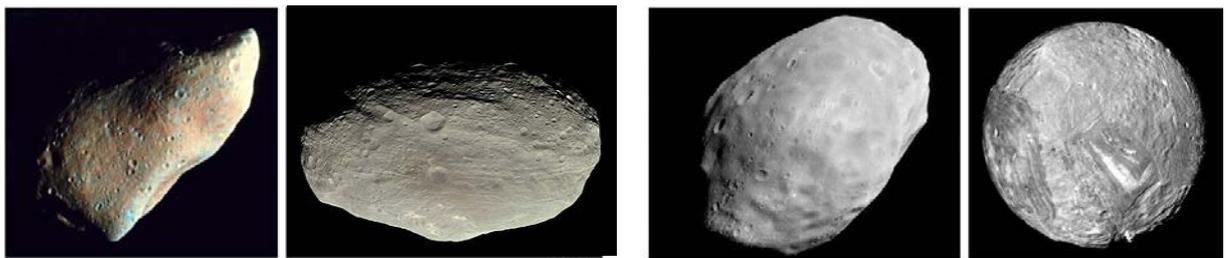
So wie die Himmelskörper im Weltraum im Zustand der Schwerelosigkeit von äußeren Kräften befreit existieren (Gezeiten seien hier nicht betrachtet), so gilt dies auch für einen frei fallenden Öltropfen. Für den im Plateau-Versuch schwebenden Öltropfen gilt eine simulierte Schwerelosigkeit. Im Unterschied zum frei fallenden Öltropfen spürt der in der Flüssigkeit schwebende Öltropfen die Schwerkraft durch einen auf ihn ausgeübten Druck, wird aber nicht platt gedrückt, weil dieser allseitig (nahezu) gleich ist. Die zwischenmolekularen Kräfte im Öltropfen (Kohäsion) bewirken, ähnlich wie die Gravitationskräfte zwischen den Masselementen eines Himmelskörpers, eine kugelsymmetrische Ansammlung der Teilchen.

Die Gravitation kann nur dann kugelförmige Himmelskörper entstehen lassen, wenn die Körper verformbar sind, d. h. wenn sie zumindest im Inneren flüssig oder wenn sie gasförmig sind. Kleine Himmelskörper (kleine Monde, Planetoiden) sind deshalb nicht kugelförmig, weil ihre geringe Masse nicht ausreicht, sie im Inneren durch entsprechend großen Druck und hohe Temperatur (ausreichend) zu verflüssigen.

Der Geophysiker und Astronom Alfred Wegener (1880-1930) half sich bei der Erklärung des Zustandekommens verschiedener geologischer Formationen mit einem Analogieversuch, der dem Zuschauer zeigen sollte, dass auch festes Material wie Gestein eine Fließfähigkeit besitzt. Er stellte dazu eine Siegellackstange waagrecht und mittig eingespannt auf und zeigte deren merkliche Durchbiegung nach einem halben Jahr (Wegener, K.: Die Physik der Erde. Eine Einführung in verständlicher Darstellung, Johann Ambrosius Barth, Leipzig, 1934, S. 9). Vor ca. dreißig Jahren konnte der Physiker Viktor F. Weisskopf (1908-2002) das Problem des „weich werdenden Gesteins“ theoretisch lösen. Er stellte eine Formel auf, welche die Atombindungskräfte gegen die Schwerkraft aufwiegt. Nach der Formel von Weisskopf gilt für die maximalen Berghöhen  $h$  auf einem Körper des Sonnensystems mit der Masse  $M$ :  $h \sim 1/3 \sqrt[3]{M}$  (Kippenhahn, R.: Wenn die Berge versinken, Sterne & Weltraum 42, Heft 6, 2003, S. 42/43). Mit  $h_{\text{Erde}} = 10$  km ergibt sich die maximale Berghöhe auf einem Himmelskörper (gültig für Sonnensystem und  $R > 300$  km) aus

$$h = \sqrt[3]{\frac{M_{\text{Erde}}}{M}} \cdot 10 \text{ km.}$$

Himmelskörper, die kleiner als etwa 300 km sind, haben nicht das Gravitationspotential, um Berge „versinken zu lassen“ und erscheinen meist nicht sphärisch (siehe Abb. 6).



**Abbildung 6:**

Links: Der 20 km × 12 km × 11 km große Planetoid 951 Gaspra, aufgenommen von der Raumsonde Galileo (Farben überhöht) hat nicht genug Masse, um sich zu einer Kugel zu formen. ©: NASA - [http://nssdc.gsfc.nasa.gov/imcat/html/object\\_page/gal\\_p40449.html](http://nssdc.gsfc.nasa.gov/imcat/html/object_page/gal_p40449.html)<http://photojournal.jpl.nasa.gov/catalog/PIA00119>, Gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=184451>.

Beim Planetoiden Vesta (Modell nach Aufnahmen des HST) mit einer Größe von ca. 280 km zeigt sich schon eine kugelähnliche Gestalt. ©: NASA / JPL / MPS / DLR / IDA / Björn Jónsson - [https://planetary.s3.amazonaws.com/assets/images/9-small-bodies/2013/20130819\\_vesta\\_rgb\\_20110724\\_0835.png](https://planetary.s3.amazonaws.com/assets/images/9-small-bodies/2013/20130819_vesta_rgb_20110724_0835.png) (description; see also other side), Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=49833725>.

Rechts: Monde müssen nicht kugelförmig sein, wie es aus Gründen der Übergeneralisierung angenommen werden könnte. Der Marsmond Phobos mit einer Ausdehnung von 24 km × 22 km × 18 km, aufgenommen vom Mars Global Surveyor (©: Malin Space Science Systems, MGS, JPL, NASA) erscheint länglich, während der etwa 470 km große Uranusmond Miranda (©: Aufnahme von Voyager 2, NASA) schon Kugelform besitzt. Abbildung bei den Zusatzmaterialien unter ‚Bild Planetoiden und Monde‘.

Die „unverbauten“ Planetenbausteine finden wir im Sonnensystem in Form von Kometen und Planetoiden. Die meisten Planetoiden laufen im Gebiet zwischen Mars- und Jupiterbahn, dem so genannten Planetoidengürtel, um die Sonne. Abb. 7 (Bild für Folie beim Zusatzmaterial: **„Modellbild Planetoidengürtel“**) zeigt die Verteilung der Kleinkörper im mittleren Teil des Sonnensystems in Draufsicht auf die Bahnebenen der Planeten bis hin zur Jupiterbahn. Die Planeten erscheinen auf ihren jeweiligen Bahnen als durchkreuzte Kreise. Die Objekte des Planetoidenhauptgürtels sind grün gekennzeichnet. Planetoiden, die sich der Erde stark nähern können erscheinen rot. Die Gruppe der Trojaner des Jupiter ist dunkelblau dargestellt. Hellblaue Quadrate kennzeichnen Kometen. Eine Animation des Umlaufs der dargestellten Kleinkörper im mittleren Sonnensystem im Zeitraum von zwei Jahren ist durch einen Mausklick auf **„Animation Planetoidenbewegung“** bei den Zusatzmaterialien abrufbar (Quelle: <http://cfa-www.harvard.edu/iau/Animations/Animations.html>, Zentrum für kleine Planeten des SAO). Die Beobachtung der animierten Bewegung ist für die Entwicklung der Vorstellung des Ablaufes wichtig.

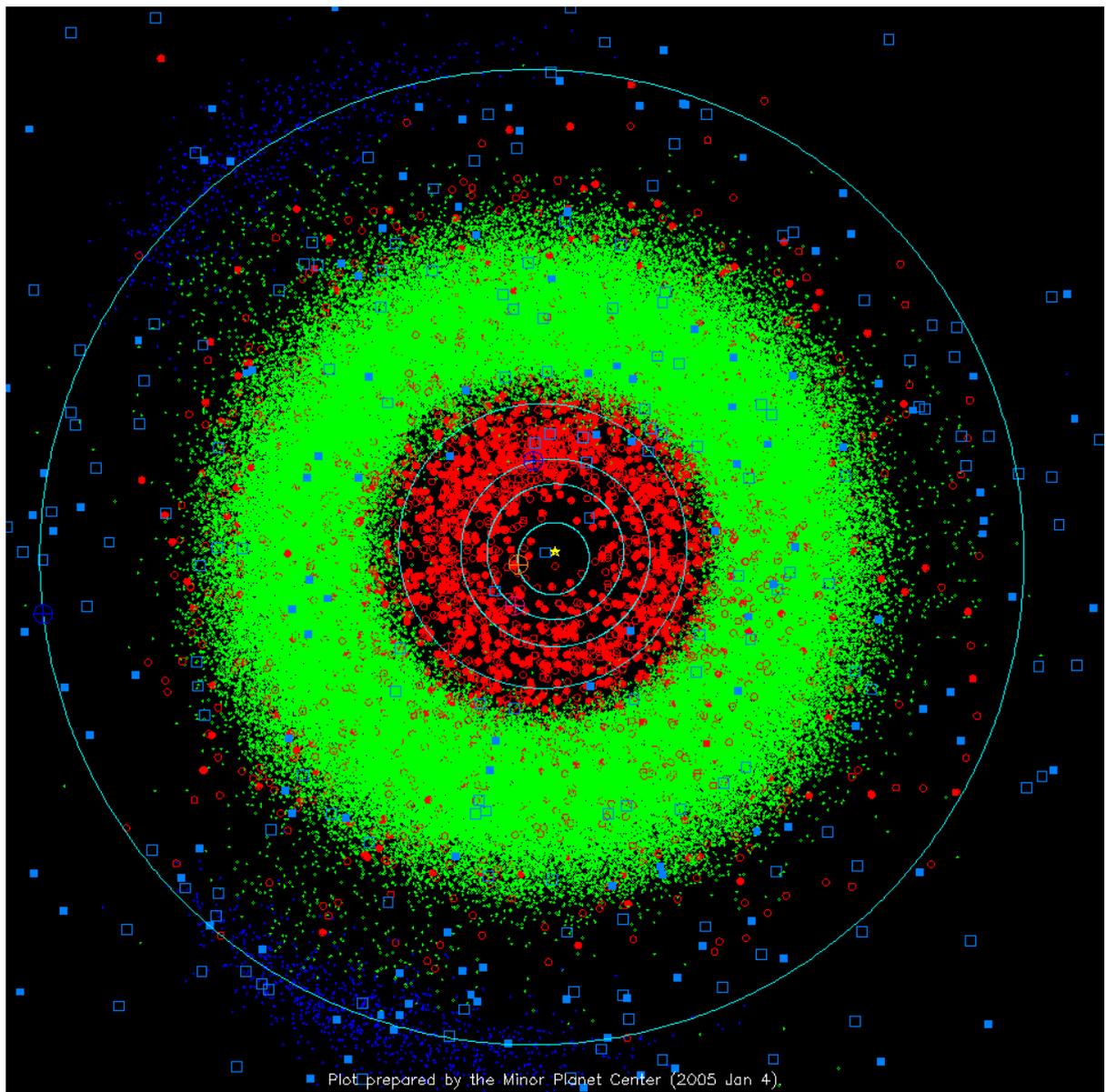
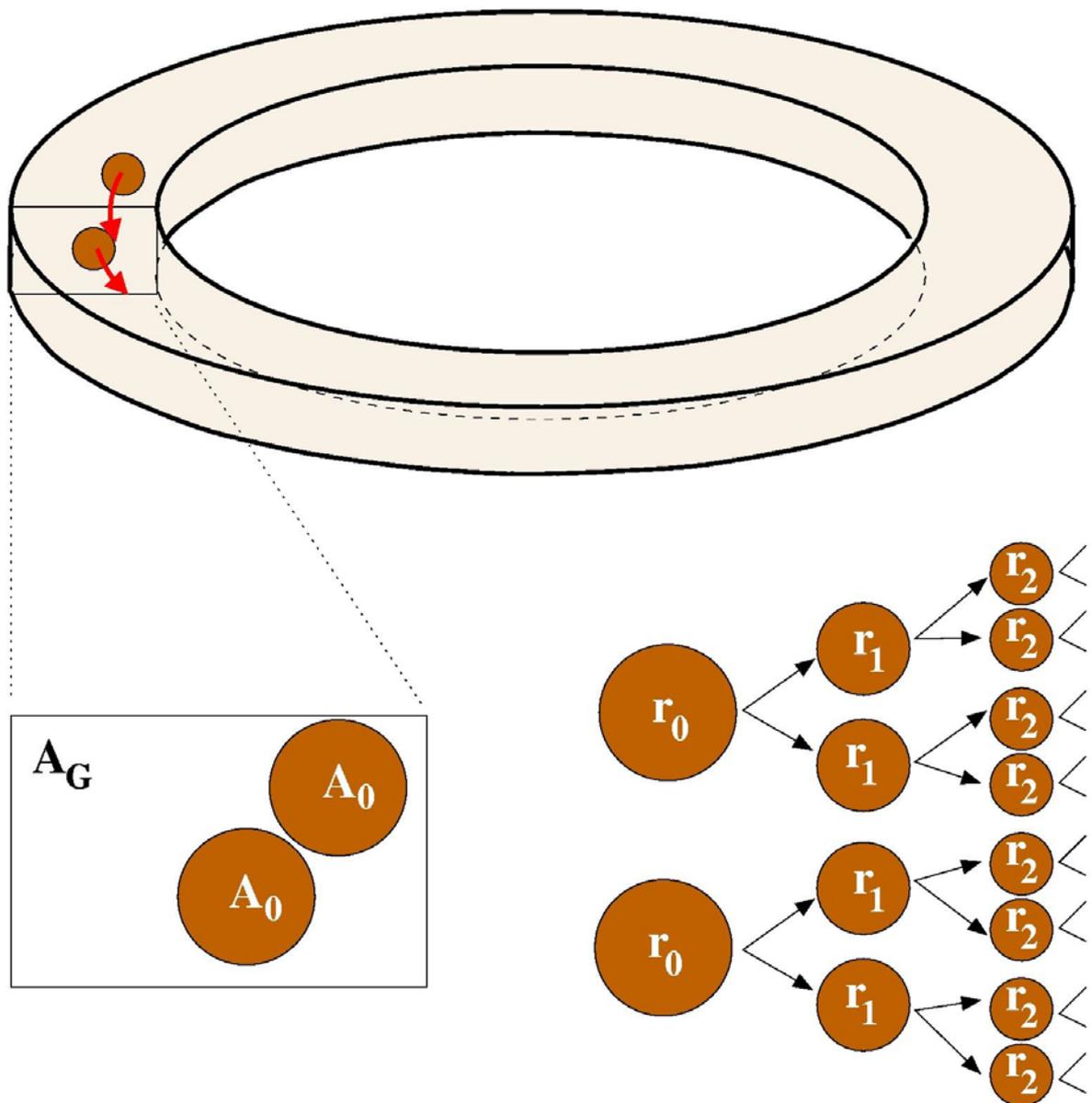


Abb. 7: Verteilung der Kleinkörper im mittleren Teil des Sonnensystems in Draufsicht auf die Bahnebenen der Planeten bis hin zur Jupiterbahn (©: Minor Planet Center, <http://cfa-www.harvard.edu/iau/lists/InnerPlot.html>).

Bei der Menge der Objekte sind Kollisionen keine Seltenheit, so dass wir heute im Planetoidengürtel die Überreste vieler Zertrümmerungen sehen. Viele, der auf die Erde fallenden Meteoriten stammen übrigens daher. Man nennt den Planetoidengürtel auch die „Gesteinsmühle des Sonnensystems“, weil die sich einstellende Größenverteilung derjenigen gleicht, die sich beim irdischen Zermahlen von Gestein einstellt.

Im Folgenden soll die Größenverteilung der Körper des Planetoidengürtels auf Grundlage einer einfachen Modellvorstellung abgeschätzt werden. Voraussetzung ist das in Abb. 8 präsentierte Modell vom Gebiet des Planetoidengürtels und die Annahme, dass alle Körper darin kugelförmig sind und nach jedem Zusammenstoß jeweils zwei wieder kugelförmige Körper entstehen.



**Abbildung 8:** Modell für Abschätzung des Größenspektrums nach Zertrümmerung. ©: Olaf Fischer.  
Bild für Folie bei den Zusatzmaterialien: ‚Modellbild Planetoidenzertrümmerung‘.

Eine weitere Voraussetzung ist die Einsicht, dass die Menge der sich bei verschiedenen Größen einstellenden Körper proportional der Wahrscheinlichkeit des Zusammenstoßes der jeweiligen Ausgangskörper ist.

Am Anfang seien zwei Körper mit dem Radius  $r_0$ , dem Volumen  $V_0$  und dem Stoßquerschnitt  $A_0$ , die sich im Gebiet  $A_G$  begegnen können. Die Wahrscheinlichkeit für einen Zusammenstoß (eine bloße Berührung soll für eine Zertrümmerung ausreichen) kann durch das Verhältnis  $2 \cdot A_0 / A_G$  ausgedrückt werden. Das heißt z. B., dass es hundertprozentig zum einem Zusammenstoß kommt wenn  $A_G$  gerade die Fläche von  $2 \cdot A_0$  hätte.

$$V_0 = \frac{4}{3} \pi \cdot r_0^3, \quad A_0 = \pi \cdot r_0^2 \quad \Rightarrow \quad W_0 = c \cdot 2 \cdot A_0.$$

Nach dem ersten Zusammenstoß entstehen zwei gleich große kugelförmige Körper mit dem Volumen  $V_1$  und dem entsprechenden Radius  $r_1$  und dem Stoßquerschnitt  $A_1$ .

$$V_1 = \frac{1}{2} \cdot V_0 \quad \Rightarrow \quad r_1^3 = \frac{1}{2} \cdot r_0^3$$

$$r_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot r_0$$

$$A_1 = \pi \cdot r_1^2 = \pi \cdot \left(\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot r_0\right)^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot r_0^2 \quad \Rightarrow \quad A_1 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot A_0$$

Die Wahrscheinlichkeit  $W_1$  für den zweiten Zusammenstoß ergibt sich dann aus

$$W_1 = c \cdot 4 \cdot A_1 = c \cdot 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \cdot A_0 = c \cdot \sqrt[3]{4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot A_0 = c \cdot 2 \cdot 2^{\frac{1}{3}} \cdot A_0$$

$$W_1 = 2^{\frac{1}{3}} \cdot W_0$$

Allgemein gilt

$$r_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{3}} \cdot r_{n-1} \quad \text{und} \quad W_n = 2^{\frac{1}{3}} \cdot W_{n-1}$$

Für die jeweils (volumen-)halbierten Körper steigt die Wahrscheinlichkeit eines Zusammenstoßes. Mit fortschreitender Zertrümmerung wächst die Stoßwahrscheinlichkeit. Entsprechend der mit sinkender Körpergröße wachsenden Stoßwahrscheinlichkeit werden mehr kleinere Körper produziert als größere. Es stellt sich eine Größenverteilung  $\sim 1/r^2$  ein.