

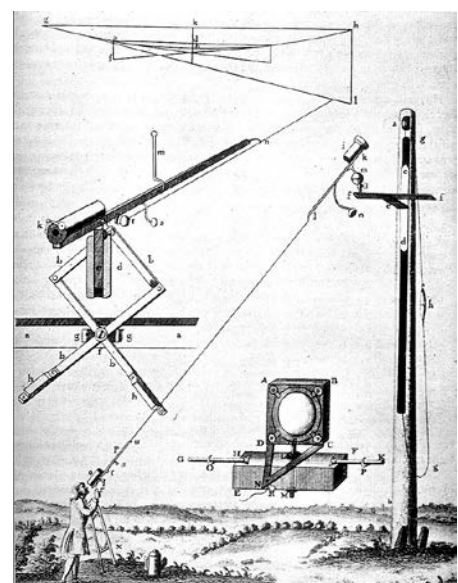
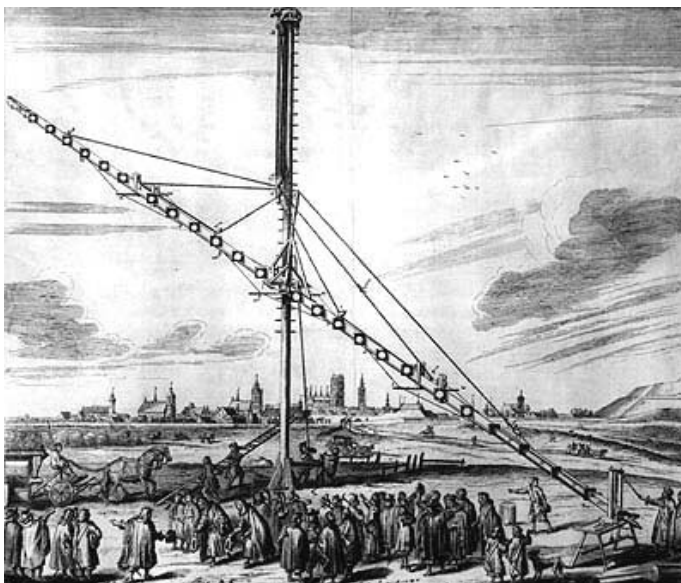
## Farbfehler erleben und besser verstehen

Nicht lange nachdem das Fernrohr erstmals gen Himmel gerichtet wurde, suchten die Astronomen schon nach Wegen, den Farbfehler der Linsen zu verringern bzw. zu beseitigen. Der Astronom Hevelius suchte den Ausweg, indem er Linsenfernrohre mit einem möglichst großen Verhältnis von Brennweite zu Objektivöffnung (Öffnungsverhältnis) herstellte. Seine riesig langen Fernrohre ringen uns heute noch Bewunderung ab. Newton glaubte nicht an die Korrigierbarkeit des Farbfehlers und führte das Spiegelteleskop ein. Das physikalische Nachdenken über den Farbfehler kann im Kontext dieser historischen Ideen beflügelt werden. Dabei ist es wichtig, den physikalischen Hintergrund der langen Linsenfernrohre von Hevelius und den Denkfehler Newtons zu verstehen.

Im Folgenden werden zum einen experimentelle Anregungen zum eigenen Kennen lernen des Farbfehlers im [Freihandversuch mit einer Lupe](#), am [selbst gebauten Keplerfernrohr](#) oder [beim eigenen Auge](#) gegeben. Zum anderen werden grafische Darstellungen angeboten, die u. a. dazu dienen, die zwei nicht voneinander trennbaren Phänomene [Brechung und Farbzerstreuung gemeinsam zu veranschaulichen](#), die im Alltag des Öfteren zu hörende [Einheit Dioptrie einzuführen](#), ein [historisches Experiment zu illustrieren](#), welches Newton auf eine falsche Fährte setzte und aufzuzeigen, [warum Hevelius riesig lange Fernrohre baute](#).

Die Farbfehlerthematik bietet z. B. [Anknüpfungspunkte](#) zur Biologie (Themenbereich Auge und Sehen) und damit im Zusammenhang stehend zur Kunst.

Übersicht der Bezüge im WiS!-Beitrag		
Physik	Optik	Geometrische Optik, Bildfehler, Farblängsfehler, <a href="#">Brechung</a> ; <a href="#">Dispersion</a> , <a href="#">Prisma</a> , <a href="#">Linse</a> , <a href="#">Dioptrie</a>
Astronomie	Astropraxis	Fernrohre, <a href="#">Keplerfernrohr</a> , <a href="#">Öffnungsverhältnis</a>
Fächerverknüpfung	Astro-Bio, (-Kunst)	<a href="#">Auge</a> , <a href="#">Farbperspektive</a>



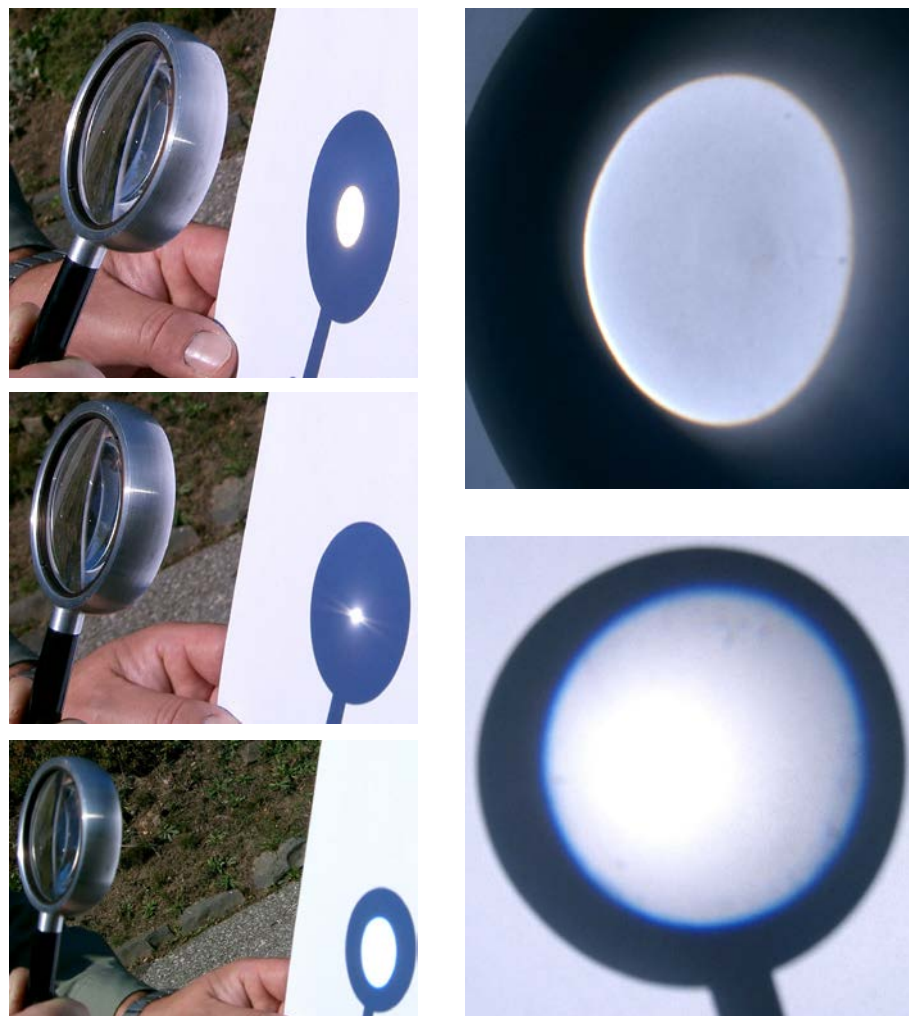
**Abbildung 1:** Lange Linsenfernrohre hatten nur einen kleinen Farbfehler. Links: Das vom Danziger Astronomen Johannes Hevelius (1611-1687) mit einer Länge von 46m längste jemals gebaute Fernrohr (um 1670). Das Fernrohr war jedoch kaum zu gebrauchen, weil es u. a. sehr windanfällig war. ©: Johannes Hevelius - Houghton Library, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=34004903>. Rechts: Das Luftfernrohr von Christian Huygens bot einen anderen Weg, der durch Schüler einmal ausprobiert werden könnte. ©: The beginnings, from Lipperhey to Huygens and Cassini - Scientific Figure on ResearchGate. Available from: [https://www.researchgate.net/figure/Christiaan-Huygenss-design-of-a-telescope-without-tube-Astroscopia-compendiarium-The\\_fig8\\_225718234](https://www.researchgate.net/figure/Christiaan-Huygenss-design-of-a-telescope-without-tube-Astroscopia-compendiarium-The_fig8_225718234) [accessed 2 Aug, 2019].

## Freihandversuch mit Lupe

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Dem Farblängsfehler kann man sich durch einen Freihandversuch erstmals praktisch nähern. Dazu wird eine Lupe und ein Bogen weißen Kartons benötigt. Die Lupe wird durch paralleles Licht (Sonne) bestrahlt (siehe Abb. 2). Zunächst wird das Sonnenbild in der Brennebene auf den Kartonschirm eingestellt. Danach wird der Abstand Lupe-Kartonschirm verringert, so dass die Sonnenscheibe als größere Zerstreuungsscheibe (unscharfes Sonnenbild) erscheint. Der Rand dieser Scheibe ist rötlich gefärbt. Vergrößert man nun den Abstand Lupe-Kartonschirm über die Brennweite hinaus, so erscheint eine Zerstreuungsscheibe mit einem bläulichen Rand.

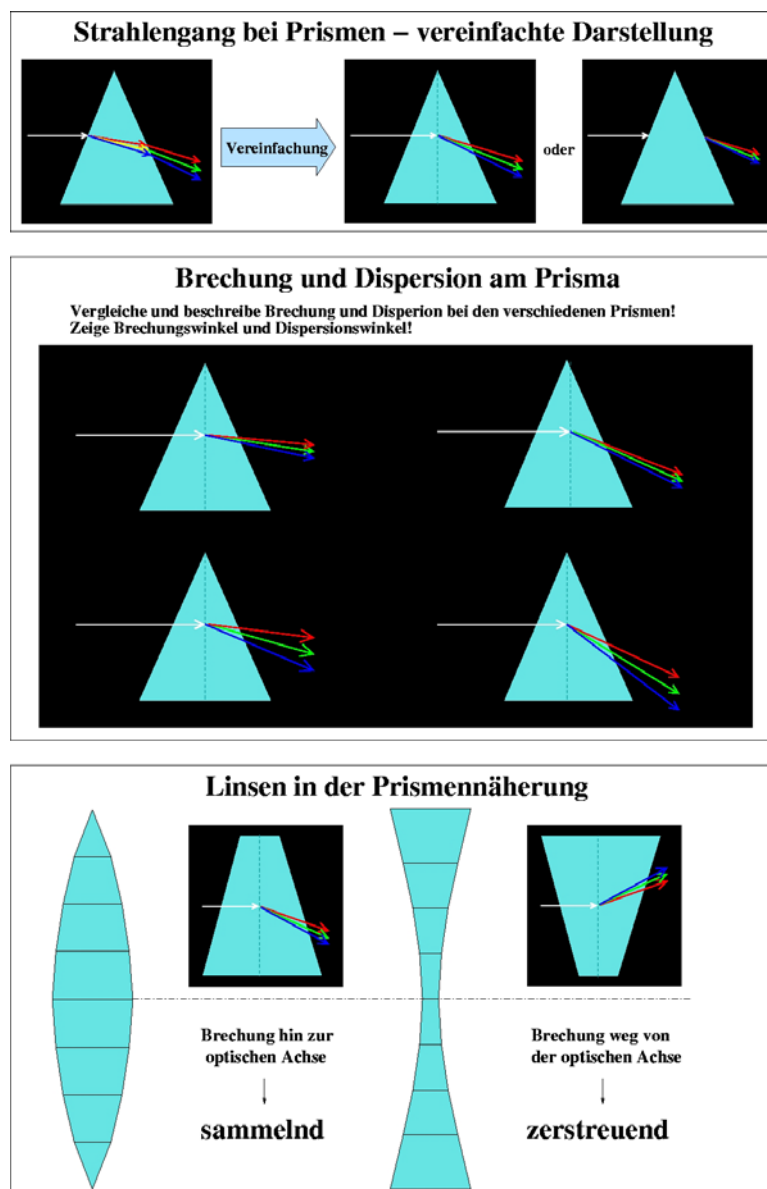
Das Interesse an der Erklärung des Beobachteten kann durch das eigene Erlebnis nur befördert werden. Zur Erklärung des Farblängsfehlers der Lupenlinse könnte z. B. Abb. 1 aus dem SuW-Beitrag (S. 73) herangezogen werden. Ein notwendiger Gedankenschritt ist dann die räumliche Interpretation der Strahlengangskizze. Als weiteres Problem könnte man die Frage aufwerfen, warum denn nicht die gesamte Zerstreuungsscheibe rötlich oder bläulich erscheint. Die Antwort ist, dass sich die verschiedenfarbigen Lichtstrahlen innerhalb der Scheibe wieder zu weißem Licht überlagern. Die Ränder der Zerstreuungsscheiben werden jedoch jeweils nur durch blaue oder rote Strahlen gebildet.



**Abbildung 2:** Freihandversuch zum Farblängsfehler. Links mittig: Sonne im Brennweitenabstand. Links oben: unscharfes Sonnenbild (Zerstreuungsscheibe) mit rötlichem Rand (rechts vergrößert dargestellt), Links unten: unscharfes Sonnenbild (Zerstreuungsscheibe) mit bläulichem Rand (rechts vergrößert dargestellt). ©: Olaf Fischer.

## Grundlegende Modellvorstellungen zur Erklärung des Farbfehlers [\(→zurück zum Anfang\)](#)

Die nachfolgend gegebenen Darstellungen sollen verschiedene Modellvorstellungen und Begriffe dem Schüler anschaulich nahebringen. Zunächst wird gezeigt, wie der Strahlengang bei Prismen in vereinfachter Art und Weise gezeichnet werden kann. Die Aufspaltung der Strahlen verschiedener Wellenlängen, die bereits innerhalb des Prismas vor sich geht, bleibt dabei ohne Betrachtung. Im zweiten Bild geht es um die Begriffe Brechung und Dispersion (Farbzerstreuung) und den Vergleich ihrer jeweiligen Ausmaße. Es gilt, Brechungswinkel und Dispersionswinkel (Farbaufspreizung) zu identifizieren. Verschiedene Glassorten, die bei der Farbfehlerkorrektur eine Rolle spielen, können dann zugeordnet werden (Kronglas: geringe Brechung und geringe Dispersion, Flintglas: starke Brechung und starke Dispersion). Im dritten Bild geht es um die Modellvorstellung, nach der man sich eine Linse aus vielen Prismen zusammengesetzt denken kann. Die vom Prisma her bekannte Dispersion überträgt sich so automatisch als Eigenschaft auf die Linse. Auch die spiegelverkehrte Art der Farbaufspreizung einer Zerstreuungslinse im Vergleich zur Sammellinse, die für die Farbfehlerkorrektur notwendig ist, kann vom Prisma her abgeleitet werden.



**Abbildung 3:** Folienvorlage zur Veranschaulichung grundlegender Modellvorstellungen, die zur Erklärung des Farblängsfehlers notwendig sind (Folienvorlage: **modellierung.pdf**). ©: Olaf Fischer.

## Wie stark ist Oma's Brille?

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Der im SuW-Artikel (Formel 1, S. 73) genannte mathematisch-physikalische Zusammenhang zwischen den Linseneigenschaften (Krümmungsradien  $r$  der Oberflächen, Brechzahl des Materials  $n$ ) und ihrer Brennweite  $f$  wird in der Regel in der Schule nicht (mehr?) vermittelt. Als Ergänzungsstoff ist er aber wertvoll, weil er eine Brücke von der messbaren Größe Brennweite zu konstruktiv beeinflussbaren Größen einer Linse schlägt. Außerdem taucht der Begriff der **Brechkraft**  $F$  als reziproker Wert der Brennweite auf. Die Einheit der Brechkraft, die **Dioptrie** ist im Alltag bedeutend häufiger anzutreffen als etwas die Brennweite (außer in der Astrooptik). Mit dem Wissen um diese Größe und ihre Einheit wird Oma's Brille zum interpretierbaren optischen Gerät. Brennweite und Brechkraft werden zueinander in Beziehung gesetzt. Für dünne Linsen gilt:

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = F.$$

Die Einheit **Dioptrie** erhält man, wenn man die Brennweite  $f$  in Metern angibt (1 Dioptrie = 1/1m). Oma's Lesebrille mit +0,5 Dioptrien hat also eine Brennweite von +2m. Alte Menschen leiden oft unter Altersweitsichtigkeit, d. h. ihre Augenlinsen sind nicht mehr so stark krümmbar, dass sie nahe Dinge scharf abzubilden vermögen. Bei Vorschaltung eines sammelnden Brillenglases braucht dann die Augenlinse für scharfes Sehen nicht mehr so stark gekrümmt werden und scharfes Abbilden wird wieder möglich.

Die Formelgrößen verlangen noch etwas Interpretation. So ist  $r_1$  der Radius der Linsenoberfläche, die dem Objekt zugewandt ist und  $r_2$  entsprechend der Radius der entgegengesetzten, dem Bild zugewandten Linsenoberfläche. Das Vorzeichen des Radius ist positiv, wenn die Linsenwölbung hin zum Objekt zeigt. Zeigt sie zum Bild hin, so ist sie negativ.

Die Krümmungsradien einer planparallelen Platte sind unendlich groß. Damit ergibt sich auch eine Brennweite von unendlicher Größe, d. h. parallel einfallende Strahlen bleiben beim Durchgang parallel und treffen sich, wie man auch sagt, im Unendlichen (diese Interpretation kann der Schüler vornehmen).

## Fragen

- Für die Optik eines sehr einfachen Keplerfernrohrs lassen sich Brillengläser nutzen, die man unter Umständen beim Augenoptiker aus dessen Restbeständen kostenlos oder sehr preisgünstig erhalten kann. Geplant ist ein Fernrohr mit einer Brennweite von 80 cm Brennweite und einer 10fachen Vergrößerung. Welche Dioptrienzahlen sollten die erbetenen Linsen haben?

**(1,25 Dioptrien für die Objektivlinse und 12,5 Dioptrien für die Okularlinse)**

- Was für eine Brennweite hat eine Brillenglaslinse mit -0,4 Dioptrien? Welchen Zweck kann eine Brille mit solchen Linsen erfüllen?

**(-2,5 m, bei Kurzsichtigkeit, zur Verlängerung der Brennweite)**

- Eine Plankonvexlinse aus Kronglas BK( $n=1,51$ ) hat eine Brennweite von 1 m. Welche Brennweite hätte diese Linse, wenn sie aus Flintglas wäre? Die Brechzahlen der Gläser können dem SuW-Beitrag (Tabelle auf S. 73) entnommen werden.

**(Kronglas BK7:  $n=1,518$ , Flintglas F2:  $n=1,624$ ,**

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \cdot \left( \frac{1}{r} \right) \rightarrow r = 1\text{m} \cdot (1,518 - 1) = 0,518\text{m} \rightarrow f = 0,518\text{m} \cdot \left( \frac{1}{(1,624 - 1)} \right) \approx 0,83\text{m}.$$



## Brillenglasfernrohr

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Ein einfaches keplersches Fernrohr, dessen Bildqualität derjenigen alter Fernrohre nahekommt (obwohl die heutigen Linsen für Brillengläser viel besser sind), kann man leicht herstellen. Dazu braucht man zunächst zwei Linsen, die man sich z. B. aus den Restbeständen von Optikgeschäften beschaffen kann. Tubus und Linsenhalterung lassen sich mit Hilfe von etwas Rohrmaterial aus dem Baumarkt herstellen (siehe Abb. 4).



**Abbildung 4:** Oben: Fertiges Brillenglasfernrohr. Im dargestellten Fall kamen zur Anwendung (mittiges Bild): eine Sammellinse für das Objektiv (a) mit  $F=+1$  Dioptrie ( $f=1\text{m}$ ), eine Sammellinse für das Okular (b) mit  $F=+17$  Dioptrien ( $f\approx 0,06\text{m}$ ), zwei Linsenhalterungen (c) in Form von HT-Anschlussstücken von Plastikrohr (5 cm Durchmesser) zu Metallrohr, zwei Klemmgummis für die Linsen (d) in Form der Dichtungsgummis aus dem HT-Rohr, einem Verbindungsstück zwischen dem Okularstück und dem Tubus (e) bestehend aus einer Überschiebmuffe und schließlich noch einem Tubusrohr (f) in Form eines HTEM-Rohrs (5 cm Durchmesser und 1m Länge). Unten links: Die Objektiv- und die Okularlinse werden jeweils wie dargestellt in ein HT-Anschlussstück gelegt und durch den Dichtungsgummi festgeklemmt. Unten rechts: Beim Blick durch das fertige Fernrohr in die Natur wird der Farbfehler deutlich. ©: Olaf Fischer.

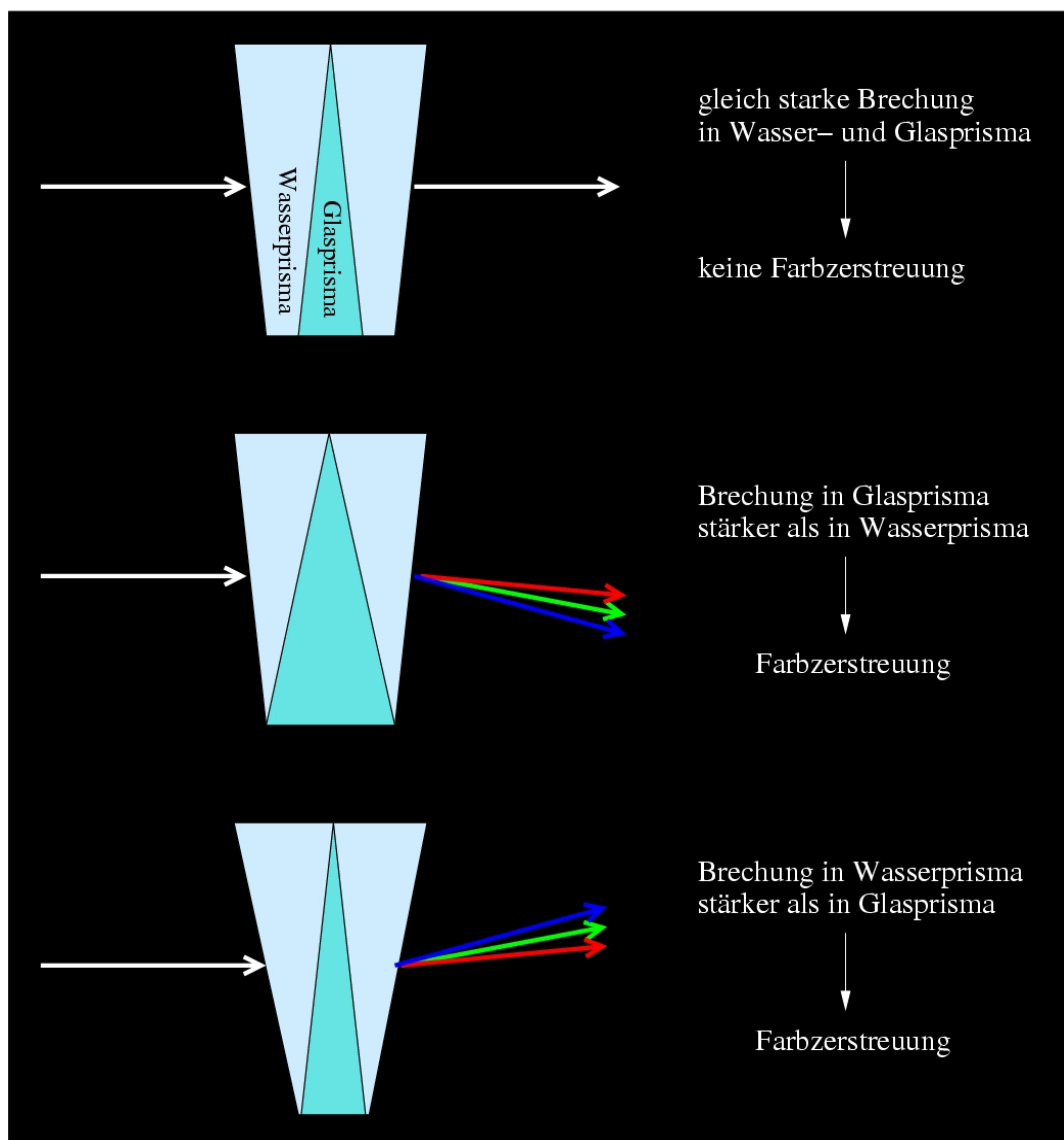
Der Bau und die Nutzung des Brillenglasfernrohrs kann zu mancher Erkenntnis führen. Am Anfang steht vielleicht ein kleiner Aha-Effekt hinsichtlich der einfachen Machbarkeit. Der Blick durch das Brillenglasfernrohr ist jedoch problematisch und lässt die Ehrfurcht vor den Astronomen wachsen, die mit Fernrohren solcher Güte dem Himmel so manches Geheimnis abgetrotzt haben. Sowohl Farbfehler als auch andere Unschärfen erschweren die Beobachtung merklich (und das soll man auch merken). Es wird auch klar, dass man das Auge gezielt hinter dem Okular platzieren muss, um einigermaßen gut beobachten zu können. Dazu könnte noch ein Stutzen angesetzt werden, der die Beobachtungsposition des Auges fixiert. Eine Verbesserung des Bildkontrasts erhält man, wenn man die Innenwand des Tubusrohrs schwärzt. Jede Verbesserung ist mit einer neuen Erkenntnis verbunden. Schließlich sollte man noch die Vergrößerung  $V$  des Brillenglasfernrohrs berechnen. Diese beträgt  $V=1\text{m}/0,06\text{m}\approx 17$ .

## Farbzerstreuung und Brechung - Newtons Fehler

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Isaac Newton kam durch seinen Glas-Wasser-Versuch zu der Auffassung, dass es nicht möglich sei, den Farbfehler zu beseitigen. Er stellte verschiedene Glasprismen in verschieden stark prismatisch geformte Tröge voller Wasser (siehe Abb. 5) und beobachtete Ablenkung und Farbzerstreuung eines durch die Anordnung geleiteten Sonnenstrahlenbündels. Bei den verschiedenen von ihm verwendeten Kombinationen stellte er fest, dass es im Endeffekt nur dann zu keiner Farbzerstreuung kommt, wenn sich auch die Brechungen aufheben, das Strahlenbündel also keine Ablenkung erfährt. Bei den Fällen, in denen es zur optisch erwünschten Ablenkung kommt, tritt auch eine Farbzerstreuung auf. Eine effektive Ablenkung, die durch ein Fernrohrobjektiv nun einmal erfolgen soll, ist nach Newton also nur zusammen mit dem Farbfehler zu haben – eine falsche Annahme, wie sich bald herausstellte. Das von Newton verwendete Glas hatte zufällig eine Brechzahl, die dem von Wasser nahe kommt. Newton fand einen Ausweg aus seinem Dilemma, indem er das Spiegelteleskop ersann, ein Fernrohr ohne Farbfehler.

### Newtons Experiment mit Glas- und Wasserprismen



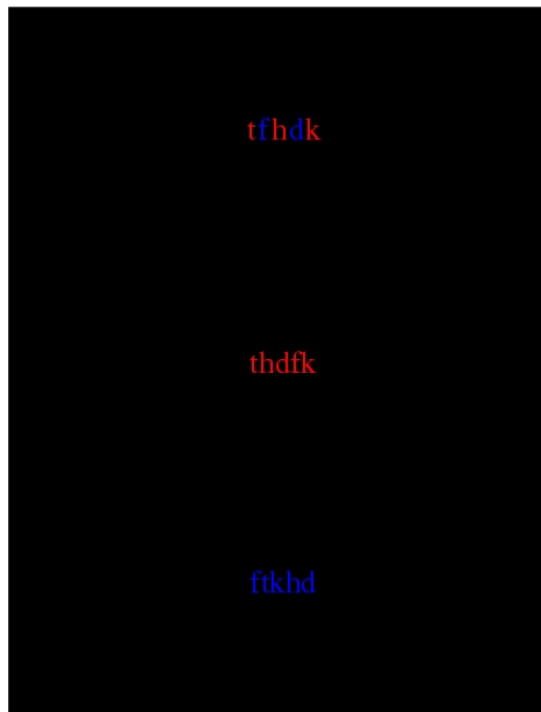
**Abbildung 5:** Illustration zum Glas-Wasser-Versuch (Folienvorlage: [newton.pdf](#)) von Newton (siehe auch Riekher, Rolf: Fernrohre und ihre Meister, Verlag Technik GmbH Berlin, S. 102).

## Farbfehler der Augenlinse – Sehtests und Kunstkniff

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Auch die Brechkraft der Augenlinse (und der Hornhaut) ist abhängig von der Wellenlänge des Lichts. Sieht das Auge für den mittleren Spektralbereich richtig, so ist es für den langwelligen Bereich des Spektrums übersichtig (Brennpunkt hinter der Netzhaut), für den kurzwelligen Bereich kurzsichtig (Brennpunkt vor der Netzhaut).

Die krümmbare Augenlinse kann die Brennweite nur an jeweils eine Wellenlänge des einfallenden Lichtes anpassen. Kombinationen von Farben mit sehr weit auseinanderliegenden Wellenlängen sind daher für das Auge unangenehm, da die Augenlinse zu einer ständigen Neufokussierung gezwungen wird (siehe Sehtest in Abb. 6).



**Welche Zeile liest  
sich einfacher?**

**Abbildung 6:** Sehtest, bei dem der Farbfehler des Auges zum Tragen kommt (dargestellte Lesetafel unter: [rotblau1.pdf](#)). Man lese die dargestellten Buchstaben möglichst schnell nacheinander. Für welche der dargestellten Zeilen gelingt dies am schnellsten? ©: Olaf Fischer.

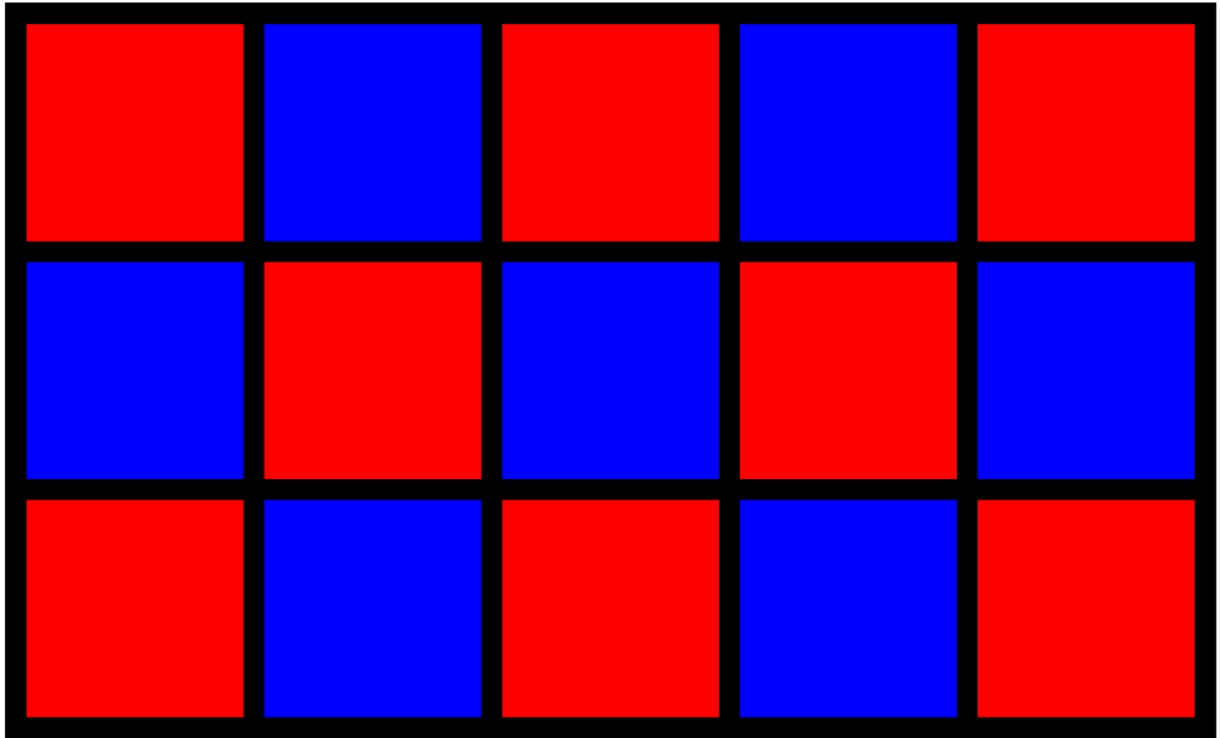
Um einen roten Gegenstand scharf zu sehen, muss die Augenlinse stärker gekrümmt werden als bei einem gleich weit entfernten blauen Gegenstand. Die Brechkraftdifferenz zwischen rot und blau ist größer als eine Dioptrie, was beachtlich ist.

(Zur Orientierung: Die Brechkraft von Hornhaut und Augenlinse beträgt für die flache entspannte Augenlinse ca. 60 Dioptrien. Erstaunlicherweise liefert die Hornhaut mit ca. 43 Dioptrien den größten Anteil, während die Linse einen Anteil von ca. 16 dpt beisteuert, wobei eine Variation von 10 Dioptrien (Akkomodationsbreite) in jungen Jahren möglich ist.)

Andererseits ist es so, dass für eine scharfe Abbildung eines Gegenstands die Krümmung der Augenlinse umso stärker sein muss, je näher der Gegenstand sich befindet. Rot vermittelt also ein Gefühl von Nähe und Blau von Ferne (siehe dazu Sehtest in Abb. 7). In der Malerei spricht man dabei von der Farbperspektive. Die Farbperspektive nutzte man schon im Mittelalter, um sozusagen mit Hilfe des Farbfehlers des Auges räumliche Wirkungen hervorzurufen. So findet man in mittelalterlichen Gemälden, dass die himmlisch ferne Madonna ein blaues Gewand trägt und die näher dem Menschen stehenden Heiligen rote Gewänder tragen.



## Welche Quadrate wirken größer?



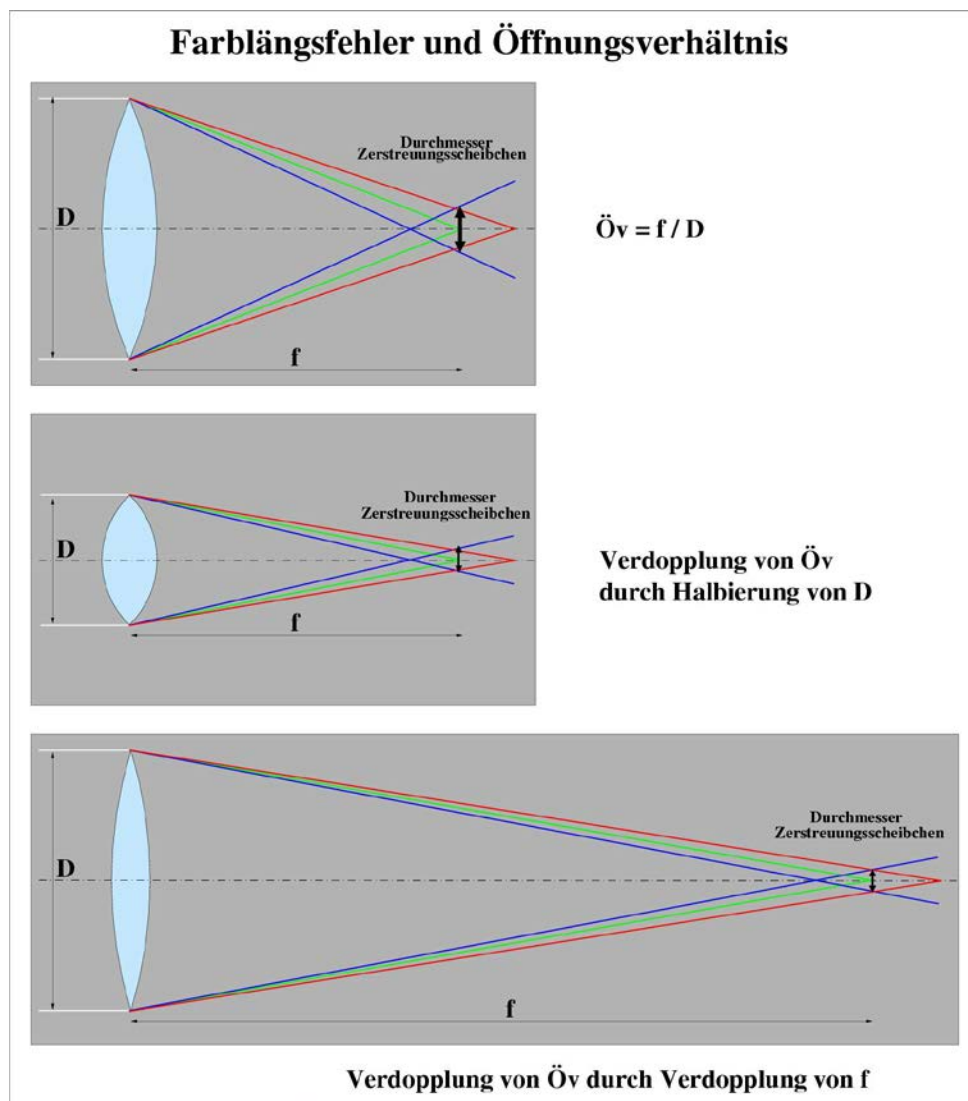
**Abbildung 7:** Sehtest zur Farbperspektive (dargestellte Tafel unter: **rotblau2.pdf**). Die Größenwahrnehmung der roten und blauen Quadrate kann wegen des Farbfehlers des Auges verschieden sein (rote Quadrate erscheinen größer als blaue Quadrate). ©: Olaf Fischer.

## Warum benutzte man früher riesig lange Fernrohre?

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Johannes Hevel (lat.: Hevelius, 1611-1687, Danziger Astronom) gilt als derjenige, der die längsten Fernrohre baute. In Abb. 1 ist sein größtes Fernrohr mit einer Länge von 46m dargestellt. Diese Dimension ist beeindruckend, insbesondere, wenn man sie mit einer im Alltag sichtbaren Länge vergleicht (z. B. mit der Länge eines Schulflurs, die dazu vermutlich gar nicht ausreicht). Große Teleskoplängen waren nötig, weil man zu dieser Zeit nur Linsen mit kleinen Krümmungsradien gut herstellen konnte. Solche Linsen haben aber große Brennweiten (siehe Formel 1, S. 73 im SuW-Beitrag).

Große Brennweiten führen dann meist auch zu großen Öffnungsverhältnissen (Verhältnis von Brennweite zu Öffnungsdurchmesser) und diese sind nötig, wenn man u. a. den Farbfehler, der sich dadurch äußert, dass ein Punkt als Zerstreungsscheibchen abgebildet wird, klein halten möchte. Diese Tatsache kann dem Schüler an Hand von Abb. 8 vor Augen geführt werden. Die gezeigten Strahlengangszeichnungen könnten aber auch durch den Schüler im Rahmen einer Aufgabe erstellt werden, in der nach dem Nutzen des kleinen Öffnungsverhältnisses gefragt wird.



**Abbildung 8:** Der Farbfehler eines Linsenfernrohres wird in der dem Schüler vertrauten Strahlengangszeichnung als Zerstreungsscheibchen (Abbildung eines Punktes) ersichtlich (im Schnittbild). Es wird anschaulich, dass eine Vergrößerung des Öffnungsverhältnisses eine Verkleinerung des Zerstreungsscheibchens (des Farbfehlers) zur Folge hat (Folienvorlage: [oeffnungsverhaeltnis.pdf](#)). ©: Olaf Fischer.