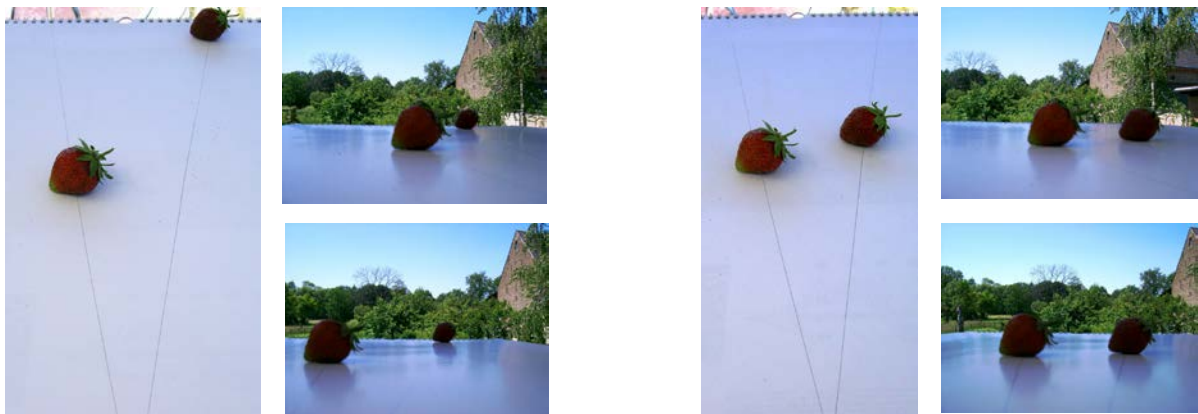


## Doppelsterne – Versuchsobjekte für das Auge, die Optik, das Weltbild und die Schwere

Das Thema Doppelsterne kann für viele Menschen interessant sein - für den Augenarzt, für Fernrohrbauer, für Wissenschaftshistoriker, für Astronomen und natürlich für jeden wissbegierigen Menschen (und das sind wir doch alle - irgendwie). Da sind Sternpaare am Himmel, die der eine noch mit bloßem Auge erkennt, wo ein anderer schon ein Fernrohr benötigt. Die Fähigkeit einer Fernrohroptik, zwei Sterne noch getrennt abzubilden, kann u. a. mit Hilfe von Doppelsternen getestet werden. Die Wissenschaftshistoriker zeigen uns am Beispiel des kopernikanischen Denkens, nach dem alle Sterne Sonnen sind, um die sich nur Planeten und keine anderen Sterne bewegen können, die verschlungenen Pfade der Erkenntnis und mahnen uns zur Unvoreingenommenheit bei der Erklärung der Natur. Die Astronomen werden in die Lage versetzt, allein aus der beobachtbaren Bahnbewegung von Doppelsternen deren Masse abzuleiten.

Im Kapitel [„Nachgefragt und nachgerechnet“](#) werden konkrete Aussagen aus dem SuW-Beitrag hinterfragt. Dazu wird u. a. ein [Arbeitsblatt](#) zum Thema „Spektroskopische Doppelsterne“ angeboten und in einer [Fächer verknüpfenden Aufgabe](#) geht es um das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges. Im Weiteren finden sich Vorschläge zur [Modellierung der jährlichen Parallaxe](#) im Klassenraum. Zwei Aufgaben [„Das Mizarsystem in der Rechenmaschine der Astronomen“](#) und [„Der tägliche Lauf der Gestirne aus geostatischer Sicht“](#) laden dann zum tieferen Nach- und Zurückdenken ein. Abschließend werden [Vorschläge zu Beobachtungen](#) von optischen und physischen Doppelsternen gemacht. Was zuvor zumindest teilweise theoretisch betrachtet wurde, soll am Himmel aufgesucht, soll erlebt werden.

Übersicht der Bezüge im WiS!-Beitrag		
Physik	Optik, Mechanik	Beugung an Kreisblende, Auflösungsvermögen (räumliches), Spektrum, Spektrallinien, Dopplereffekt, Strahlungsverdünnung für eine Punktquelle, 3. keplersches Gesetz
Astronomie	Positionsastronomie, Sterne, Astronomiegeschichte	Trigonometrische Parallaxe, jährliche Parallaxe, Doppelsterne (optische und physische, astrometrische und spektroskopische), Masse-Leuchtkraft-Beziehung für Hauptreihensterne; Beobachtungsaufgabe, Arbeit mit Modellen
Fächerverknüpfung	Astro-Ma, Astro-Bio, Astro-Phil	Trigonometrie, Bogenmaß und Winkelmaß, Auge, Netzhaut, Sehzellen, psycho-physisches Grundgesetz, Geozentrismus



**Abbildung 1:** Die jährliche Parallaxe von Doppelsternen im Modell. Links: Optische Doppelsterne zeigen im Laufe eines Jahres eine relative Parallaxe (Galileis „Doppelsternidee“). Rechts: Physische (gravitativ verbundene) Doppelsterne verändern ihre Position zwar vor dem Hintergrund sehr ferner Objekte, zueinander zeigen sie jedoch fast keine Positionsverschiebung (relative Parallaxe). ©: Olaf Fischer.

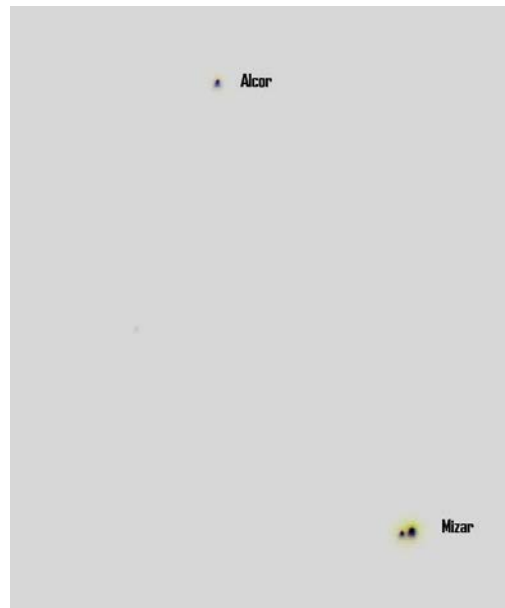
**Nachgefragt und nachgerechnet**  
(konkrete Bezüge zum SuW-Beitrag)

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

**1.) Galileis Doppelsternmethode**

Auf S. 41 von SuW 7/2006 wird im Abschnitt „Die Suche nach der Fixsternparallaxe“ Galileis geniale Idee zum Beweis der Erdbewegung um die Sonne anhand der Parallaxendifferenz von Sternen, deren Sichtlinien dicht nebeneinanderliegen, beschrieben. Leider fußte diese Idee auf der falschen Annahme, dass alle Sterne wie die Sonne beschaffen sind und alleinstehen müssen, d. h. dass alle Doppelsterne optisch sind.

Wie groß wäre die relative Positionsverschiebung zwischen den Sternen Mizar A und Mizar B, wenn es sich nur um einen optischen Doppelstern handeln würde und die Sterne in unterschiedlicher Entfernung zur Erde zu unterschiedlichen Positionsverschiebungen führen würden? Mizar A und Mizar B sollen wie die Sonne beschaffen sein (Sonnenleuchtkraft). Warum hatte Galilei keinen Erfolg mit seiner Methode? Mizar A befindet sich in einer Entfernung von 78 Lichtjahren (die noch fehlenden Daten sind dem SuW-Beitrag und anderen Quellen wie z. B. dem Internet zum entnehmen).



<b>Geg.:</b> Abstand Erde-Mizar	$s = s_A = s_B = 78 \text{ Lj}$
Leuchtkraft Sonne	$L_{\text{Sonne}} = 3,9 \cdot 10^{26} \text{ W}$
Winkelabstand Mizar A-Mizar B	$\alpha = 14,43''$
Helligkeiten von Mizar A und Mizar B	$m_A = 2,^m3, m_B = 4,^m0$ (Quelle: Wikipedia)
1 AE $\approx 150 \cdot 10^9 \text{ m}$	
1 Lj = $9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}$	

**Ges.:** Relative Parallaxe (Änderung des Winkelabstands) zwischen Mizar A und Mizar B

**Lösung:**

Zunächst wird der Abstand von Mizar B unter der Annahme berechnet, dass sich Mizar A in 78 Lj Abstand befindet.

$$\text{Mit } m_A - m_B = -2,5 \lg \left( \frac{S_A}{S_B} \right)$$

(Beziehung zwischen scheinbarer Helligkeit und Strahlungsstrom, **psycho-physisches Grundgesetz** nach Weber und Fechner)

$$\text{und } \frac{S_A}{S_B} = \left( \frac{s_B}{s_A} \right)^2$$

(Verdünnung der Strahlung einer Punktquelle mit zunehmendem Abstand) erhält man

$$s_B = 10^{[-0,2 \cdot (m_A - m_B)]} \cdot s_A$$

$$s_B = 10^{[-0,2 \cdot (2,3 - 4,0)]} \cdot 78 \text{ Lj} \approx \underline{\underline{171 \text{ Lj}}}$$

Nun können die **jährlichen Parallaxen** von Mizar A und Mizar B ermittelt werden.

$$\tan \pi_A = \frac{1 \text{ AE}}{s_A} = \frac{150 \cdot 10^9 \text{ m}}{78 \cdot 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}} = 2,0327 \cdot 10^{-7} \quad \rightarrow \quad \pi_A = 0,000011646^\circ \approx \underline{\underline{0,04''}}$$

$$\tan \pi_B = \frac{1 \text{ AE}}{s_B} = \frac{150 \cdot 10^9 \text{ m}}{171 \cdot 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}} = 9,2721 \cdot 10^{-8} \quad \rightarrow \quad \pi_B = 0,0000053125^\circ \approx \underline{\underline{0,02''}}$$

Die relative Parallaxe beträgt damit etwa 0,02" (0,04"-0,02"). Eine so kleine Positionsverschiebung war zu Zeiten Galilei's nicht messbar.

## 2.) Das Mizarsystem unter der „Lupe“ des Spektrographen

Im Text zu Abb. 3 (S. 43, SuW 7/2006) kann man lesen: „Mizar ist ein Vierfach-Sternsystem. Die Komponenten A und B bestehen aus jeweils zwei Sternen, die allerdings nur spektroskopisch nachweisbar sind.“

Warum sind die genannten Doppelsternpaare nicht visuell (Wellenlänge  $\lambda=550 \cdot 10^{-9} \text{ m}$ ) nachweisbar? Welche Öffnungen müssten Fernrohre haben, um die Doppelsternkomponenten aufzulösen, wenn die störende Wirkung der Erdatmosphäre beseitigt werden könnte? Wie funktioniert ein spektroskopischer Nachweis und welche Werte sind für die Linienverschiebungen bei Mizar Aa zu erwarten? Die Abstände der Doppelsternpaare betragen 0,29 AE für das Paar Mizar Aa/Ab und 3,12 AE für das Paar Mizar Ba/Bb. Die Umlaufzeit für Mizar Aa/Ab beträgt 20,454 d. Für die Bewegungen von Mizar Aa und Mizar Ab sollen der Einfachheit halber Kreisbahnen angenommen werden.

Ein visueller Nachweis erfordert die Möglichkeit der räumlichen Auflösung. Diese wird durch die Beugung an der Eintrittsöffnung des verwendeten Instruments begrenzt. Letztlich setzt aber das Seeing der Erdatmosphäre (siehe WiS!-Beitrag zu SuW 4/2005) eine Grenze, die für sichtbares Licht meistens einige Bogensekunden ausmacht.

<b>Geg.:</b> Abstand Erde-Mizar	$s = 78 \text{ Lj}$
Abstand Mizar Aa-Mizar Ab	$s_A = 0,29 \text{ AE}$
Abstand Mizar Ba-Mizar Bb	$s_B = 3,12 \text{ AE}$
Umlaufzeit des Doppelsternsystems Mizar A	$T_A = 20,454 \text{ d}$
1 AE $\approx 150 \cdot 10^9 \text{ m}$	
1 Lj = $9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}$	

**Ges.:** Winkelabstände  $\alpha_A$  und  $\alpha_B$  für Mizar Aa/Ab und Mizar Ba/Bb

### Lösung:

$$\tan \alpha_A = \frac{s_A}{s} = \frac{0,29 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m}}{78 \cdot 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}} \approx 5,895 \cdot 10^{-8} \rightarrow \alpha_A = 3,3775 \cdot 10^{-6^\circ} \approx \underline{\underline{0,01''}}$$

$$\tan \alpha_B = \frac{s_B}{s} = \frac{3,12 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m}}{78 \cdot 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}} \approx 6,342 \cdot 10^{-7} \rightarrow \alpha_B = 3,6337 \cdot 10^{-5^\circ} \approx \underline{\underline{0,1''}}$$

Die Doppelsternkomponenten von Mizar A und Mizar B sind durch die Erdatmosphäre hindurch mit herkömmlicher Beobachtungstechnik nicht auflösbar. Auswege bieten die Anwendung von adaptiver Optik (oder Interferometrie) auf der Erde oder die Stationierung von Teleskopen außerhalb der Erdatmosphäre. Um die Komponenten der Doppelsternpaare aufzulösen, braucht man entsprechend große Teleskopöffnungen  $D_A$  und  $D_B$  (**Beugung an Kreisblende**).

$$\alpha = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D} \rightarrow D = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{\alpha} \quad (\alpha \text{ im Bogenmaß})$$
$$\rightarrow D = 1,22 \cdot \frac{\lambda \cdot 180^\circ \cdot 3600'' / ^\circ}{\alpha'' \cdot \pi} \quad (\alpha'' \text{ in Bogensekunden})$$

$$D_A = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 180^\circ \cdot 3600'' / ^\circ}{0,01'' \cdot \pi} \approx \underline{\underline{14 \text{ m}}}$$

$$D_B = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m} \cdot 180^\circ \cdot 3600'' / ^\circ}{0,1'' \cdot \pi} \approx \underline{\underline{1,4 \text{ m}}}$$

Durch die Umlaufbewegungen der Doppelsternkomponenten kommt es zu einer periodischen Variation der Radialgeschwindigkeiten, die sich in einer messbaren periodischen Veränderung der Position von Linien im Sternspektrum äußert (**Dopplereffekt**). Für die Linienverschiebung  $\Delta\lambda$  gilt für  $v \ll c$ :  $\Delta\lambda = \lambda_0 \cdot v/c$  ( $\lambda_0 \dots$  Laborwellenlänge,  $v \dots$  Radialgeschwindigkeit,  $c \dots$  Lichtgeschwindigkeit).

Der Zusammenhang zwischen den Linienverschiebungen und den Doppelsternkomponenten (Bewegung, Helligkeit) kann mit Hilfe des folgenden **Arbeitsblatts „Spektroskopische Doppelsterne“** ergründet werden.

Bildquelle: ©: Australia Telescope Outreach and Education,

[https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/binary\\_types.html](https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/binary_types.html),

<http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/images/binvar/specbinary.jpg>.

An dieser Stelle soll auf die Arbeit eines Bundessiegers „Jugend forscht 2005“ zum Thema Astrospektroskopie hingewiesen werden: <http://www.astrospectaculum.com/jufo2005.htm>.

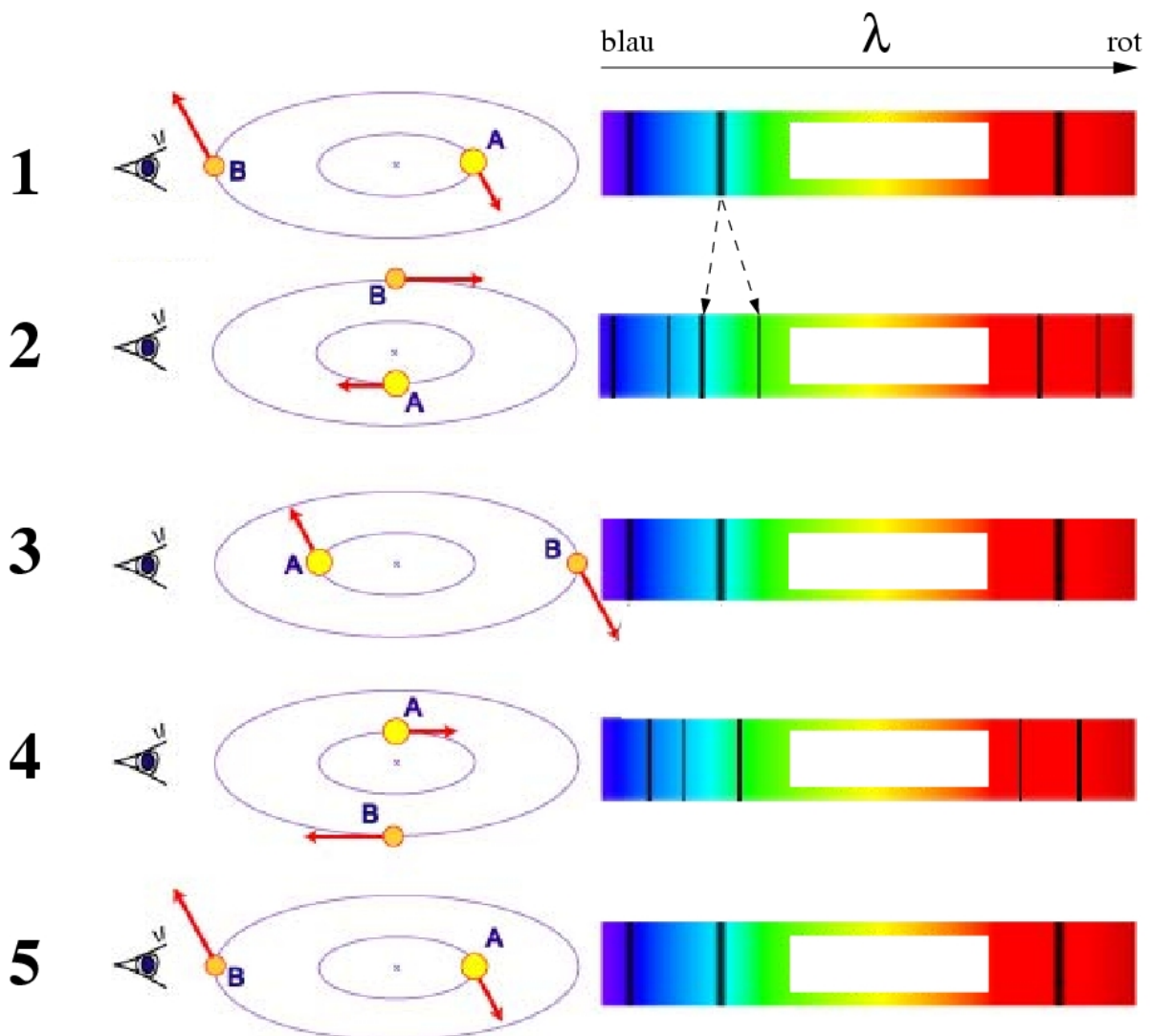
## Arbeitsblatt: Spektroskopische Doppelsterne

Gegeben ist ein enges Doppelsternsystem (die Komponente ist A etwas massereicher und deshalb heller als Komponente B). Beide Sterne umlaufen in einem von ihrer Masse abhängigen Abstand den gemeinsamen Schwerpunkt. Der Beobachter, der hier genau in die Bahnebene schaut, registriert eine periodische Aufspaltung und Verschiebung von Spektrallinien. Für die 5 dargestellten Momentaufnahmen ist jeweils zu vermerken (Kasten im Spektrum), welcher Art die Bewegung ist und was sich daraus für die Linienverschiebung ergibt. Außerdem ist die Aufspaltung durch Pfeile kenntlich zu machen.

©: Australia Telescope Outreach and Education,

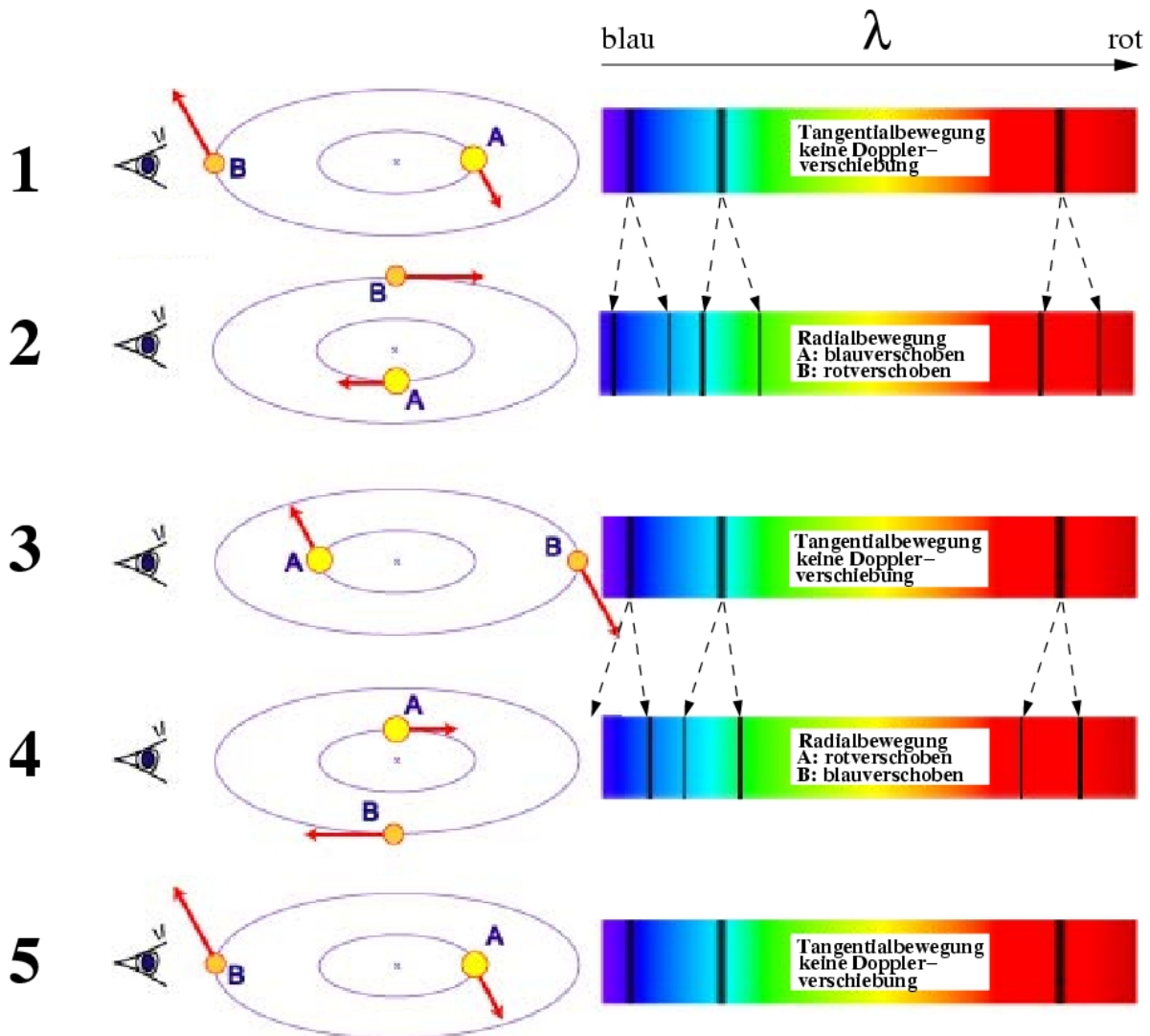
[https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/binary\\_types.html](https://www.atnf.csiro.au/outreach/education/senior/astrophysics/binary_types.html),

<http://outreach.atnf.csiro.au/education/senior/astrophysics/images/binvar/specbinary.jpg>.



- Warum ist die Aufspaltung nicht symmetrisch?
- Warum spalten sich die Linien nicht in jeweils zwei gleich „dicke“ Linien auf?
- Was lässt sich hinsichtlich der aufgespaltenen Linienpaare noch feststellen?
- Ist die Aufspaltung innerhalb eines Spektrums richtig dargestellt?

## Arbeitsblatt: Spektroskopische Doppelsterne – Lösung



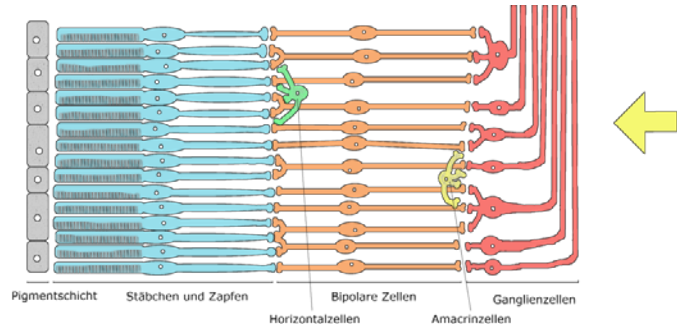
- Warum ist die Aufspaltung nicht symmetrisch?  
Die Linienverschiebung ist proportional zur Radialgeschwindigkeit. Da sich Stern B schneller als Stern A bewegt, ist auch seine Linienverschiebung größer.
- Warum spalten sich die Linien nicht jeweils in zwei gleich „dicke“ Linien auf?  
Die Linien von Stern A und Stern B sind entsprechend den unterschiedlichen Sternhelligkeiten auch verschieden intensiv („dick“).
- Was lässt sich hinsichtlich der aufgespaltenen Linienpaare noch feststellen?  
Vergleicht man Situation 2 mit Situation 4, so stellt man fest, dass die Linienaufspaltung gespiegelt erscheint. Dies liegt an der ebenfalls gespiegelten Bewegung der Sterne.
- Ist die Aufspaltung innerhalb eines Spektrums richtig dargestellt?  
Die Aufspaltung ist nicht richtig dargestellt. Sie wird mit größer werdender Wellenlänge auch größer ( $\Delta\lambda = \lambda_0 \cdot v/c$ ).

### 3.) Die Auflösungsgrenzen des menschlichen Auges

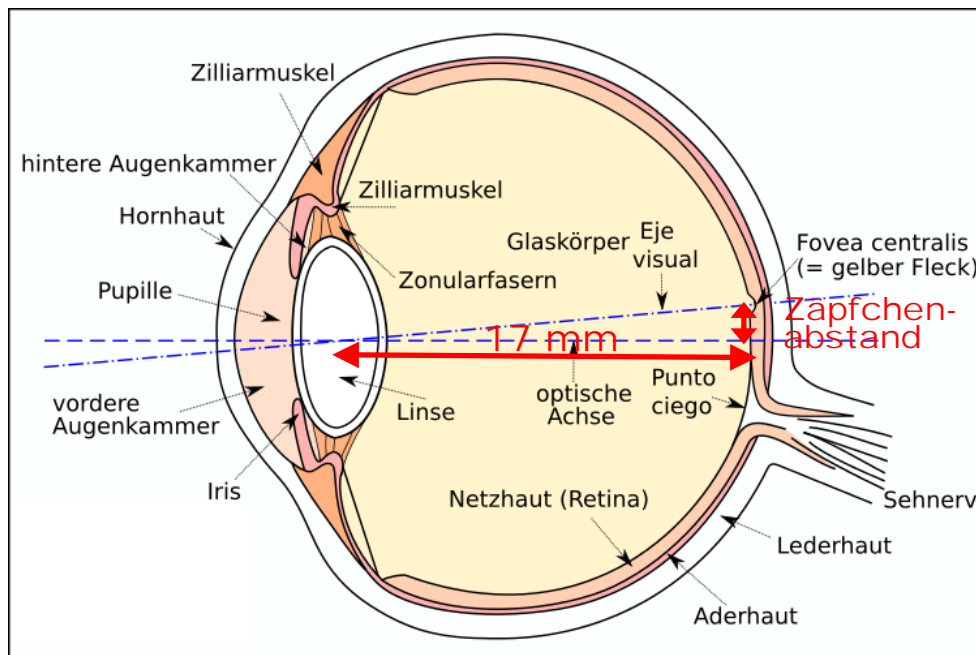
(→zurück zum Anfang)

Auf Seite 48 (SuW 7/2006) kann man in der mittleren Spalte folgendes nachlesen: „Ebenso unauflösbar für das bloße Auge ist ein weiterer Doppelstern, den Hodierna im Sternbild Drache, in dessen Kopf, beobachtete. Dabei muss es sich um  $\nu$  Draconis handeln. Dieser besteht aus 24  $\nu$  Draconis und 25  $\nu$  Draconis. Ihr Winkelabstand beträgt nach heutiger Messung 62 Bogensekunden.“

Warum ist  $\nu$  Draconis für das **menschliche Auge** unauflösbar - ist er dies wirklich? Wodurch wird das Auflösungsvermögen des menschlichen Auges bedingt und wie groß ist es? Zur Debatte stehen das Phänomen der Beugung an der Kreisblende des Auges (Iris, Durchmesser 6 mm) und die Tatsache,



dass die u. a. auch für das Scharfsehen zuständigen lichtempfindlichen **Sinneszellen** in der **Netzhaut** (die Zäpfchen) einen mittleren Abstand von ca. 5  $\mu\text{m}$  haben (weitere Daten siehe Bild). ©: Wissenweiß, CC BY-SA 3.0 (<https://creativecommons.org/licenses/by-sa/3.0>).



©: Based on Eyesection.gif, by en: User\_talk:Sathiyam2k. Vectorization and some modifications by user: ZStardust - Self-work based on Eyesection.gif, Public Domain, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=2410974>.

### Zusatz-Informationen (siehe u. a. [1]) und Zusatz-Aufgabe:

In der menschlichen Netzhaut sind etwa 125 Millionen Stäbchen (Hell-Dunkel-Sehen, treten bei Dunkelheit in Aktion) und 7 Millionen Zäpfchen (Farbsehen, im Hellen aktiv) enthalten. Während jedes Zäpfchen mit einer Nervenfasern verknüpft ist, sind die Stäbchen nur gruppenweise mit einer solchen verbunden. Das Scharfsehen wird deshalb durch die Zäpfchen bewerkstelligt. Die Zäpfchen und Stäbchen sind in der Netzhaut nicht gleichmäßig verteilt. An der Stelle des schärfsten Sehens (in der Netzhautgrube) sind fast nur Zäpfchen vorhanden (und ihr Abstand ist dort auch deutlich kleiner als 5  $\mu\text{m}$ ) und im Randbereich der Netzhaut befinden sich vor allem Stäbchen. Wie groß muss der mittlere Abstand zwischen den Zäpfchen in der Netzhautgrube (der Stelle des schärfsten Sehens) sein, wenn man annimmt, dass sich dieser dem beugungsbedingten Auflösungsvermögen des Auges angepasst hat?

- Ges.:** 1.) Auflösbarer Winkelabstand  $\alpha$  nach Beugung und infolge der diskreten Netzhautstruktur  
 2.) Zusatz: Zäpfchenabstand  $b$  in der Netzhautgrube

<b>Geg.:</b> Pupillendurchmesser	$D = 6 \text{ mm}$
Wellenlänge bei max. Augenempfindlichkeit	$\lambda = 550 \text{ nm}$
Zäpfchenabstand	$b = 5 \text{ }\mu\text{m}$
Abstand Augenlinse-Netzhaut	$r = 17 \text{ mm}$

**Lösung:**

1.) Auflösbarer Winkelabstand  $\alpha$

- nach Beugung an Kreisblende ( $\alpha$  im **Bogenmaß**):  $\alpha = 1,22 \cdot \frac{\lambda}{D}$ .

$$\alpha = 1,22 \cdot \frac{550 \cdot 10^{-9} \text{ m}}{6 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 1,1183 \cdot 10^{-4},$$

$$\alpha'' = \alpha \cdot \frac{180 \cdot 3600''}{\pi} = 1,1183 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{180 \cdot 3600''}{\pi} \approx \underline{\underline{23''}}.$$

- als Winkelabstand der diskreten Sehzellen:  $\tan \alpha = \frac{b}{r}$ .

$$\tan \alpha = \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{17 \cdot 10^{-3} \text{ m}} = 2,9411 \cdot 10^{-4},$$

$$\alpha = \arctan(2,9411 \cdot 10^{-4}) \approx \underline{\underline{61''}}.$$

2.) Zäpfchenabstand  $b$  in Netzhautgrube

$$b = \tan \alpha \cdot r = \tan(23'' / 3600'' / ^\circ) \cdot 17 \cdot 10^{-3} \text{ m} \approx \underline{\underline{2 \mu\text{m}}}.$$

Im Bereich des schärfsten Sehens hat sich der Abstand der verantwortlichen Sinneszellen in der Netzhaut (Zäpfchen) mit  $2 \mu\text{m}$  dem beugungsbedingten Auflösungsvermögen des Auges angepasst.

Es soll erwähnt werden, dass es Erfahrungen im Sehen mit beugungsbedingtem Auflösungsvermögen gibt (Astronauten).



## Jährliche Parallaxe im Klassenraum

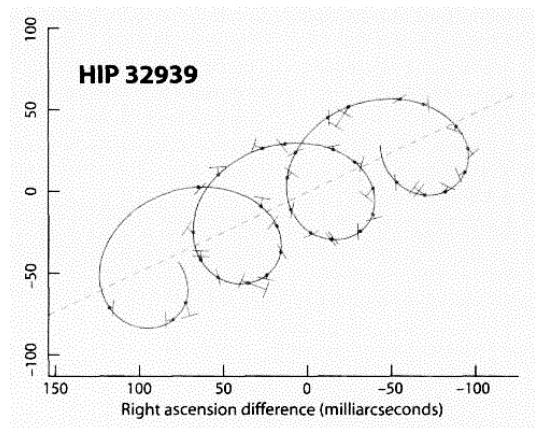
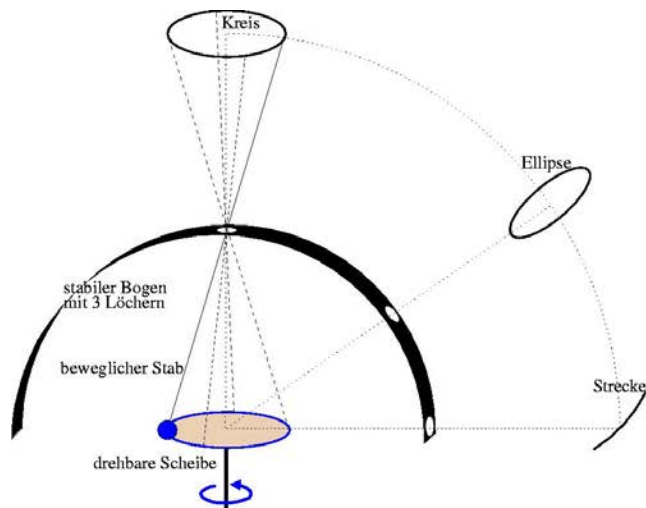
[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Die Positionen verschieden weit entfernter Objekte im Blickfeld eines Beobachters verändern sich zueinander, wenn dieser seine Position verändert bzw. wenn er sein Bild mit dem eines anderen Beobachters vergleicht. Auf diesem Vergleich basiert (mehr oder weniger unbewusst) auch das räumliche Sehen. Entsprechend bietet ein „Augenexperiment“ einen guten Anknüpfungspunkt zur Einführung der jährlichen Parallaxe. Der im Abstand von einer Schulbuchlänge senkrecht vor das Gesicht gehaltene Bleistift erscheint vor der relativ fernen Tafel Ebene an zwei verschiedenen Positionen, wenn er jeweils nur mit dem rechten und linken Auge betrachtet wird. Der Winkelabstand dieser zwei an der Tafel markierten Positionen kann auch wieder mit dem Schulbuch als Abstandshalter und der Skala eines Lineals bestimmt werden (Prinzip Jacobsstab). Winkelabstand und Augenabstand genügen zur Bestimmung der Tafelentfernung unter Nutzung einfacher trigonometrischer Beziehungen.

In Analogie zu dem einfachen Augenexperiment lässt sich die im Laufe der Bewegung der Erde um die Sonne veränderte Position naher Sterne vor dem Hintergrund der relativ fernen Sterne betrachten. Der größtmögliche Abstand sind 2 AE. Als Basis für die Entfernungsbestimmung wird der Erdbahnradius (1 AE) verwendet.

Die Art und Weise der „Widerspiegelung“ der Erdbahn am Himmel (Parallaxenbewegung eines nahen Sterns) fällt verschieden aus. Diese Tatsache gilt es mit Hilfe eines Modells (siehe z. B. Abb. 2) zu veranschaulichen. So verläuft die Parallaxenbewegung eines Sterns, der sich am Pol des Ekliptiksystems befindet, entlang eines Kreises und die eines in der Ekliptik liegenden Sterns entlang einer Strecke in Ekliptikrichtung. Im Allgemeinen beschreibt die Parallaxenbewegung eine Ellipse, deren große Halbachse parallel zur Ekliptikebene liegt. Wichtig ist, die Parallaxenbewegung zu erleben und damit die Entstehung der Ellipse verfolgen zu können. Das bloße Ergebnis (das fertige Bild im Lehrbuch) ist wichtig, aber lange nicht so eingängig und einprägsam.

Oftmals bleibt die Methodik unklar, wo die jährliche Parallaxe als Winkel am Himmel zu suchen ist und wie die Winkelmessung erfolgt. Für die Entfernungsbestimmung gilt es, die große Halbachse der Parallaxenellipse zu finden. In der Praxis wird zunächst die Ellipse auf Grundlage mehrerer Positionsmessungen, die über mindestens ein Jahr verteilt sind, ermittelt. Von der Parallaxenellipse weiß man schon, dass sie sich entlang der Ekliptik hinzieht und dass ihr Achsenverhältnis von der ekliptikalen Breite des Sterns abhängt. Die Ellipse ist im Allgemeinen nicht direkt aus den Messungen erkennbar. In Abb. 2 ist die schraubenförmige scheinbare Bahn eines nahen Sterns dargestellt, die sich aus der Überlagerung von Parallaxenbewegung und Eigenbewegung ergibt. Hier ergibt sich die Aufgabe (evt. für den Schüler), Eigenbewegung und Parallaxenbewegung abzuleiten, wofür eine klare Vorstellung grundlegend ist.



**Abbildung 2:** Links: Mögliches Modellexperiment zur Demonstration der Parallaxenbewegung eines nahen Sterns. Dazu wird ein Stab (= Sichtlinie Erde-Stern-Himmelshintergrund) so am Rand einer Drehscheibe (=Erdbahn) angebracht, dass er in alle Richtungen kippar bleibt. Ein stabiler und unverrückbar angebrachter Bogen enthält drei Löcher (= nahe Sterne bei verschiedenen ekliptikalen Breiten), die jeweils als Führung für den Stab dienen. Bei Drehung der Scheibe beschreibt das Stabende (= projizierter Sternort vor dem Himmelshintergrund) je nach Lochposition einen Kreis (Pol der Ekliptik), eine Ellipse oder einfach eine Strecke (Ekliptikebene). In Verallgemeinerung lässt sich sagen, dass die jährliche Parallaxenbewegung entlang einer Ellipse verläuft, deren Hauptachse parallel zur Ekliptikebene liegt. ©: Olaf Fischer.

Rechts: Die scheinbare Bahn eines Sterns am Himmel, angepasst an die innerhalb von drei Jahren gewonnenen Positionsmessungen des Astrometrie-Satelliten HIPPARCOS. © Michael Richmond, CC BY-NC-SA 2.0, <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.0/>, <http://spiff.rit.edu/classes/phys230/lectures/mass/mass.html>.

Die scheinbare Bahn („Schraubenbahn“) ergibt sich aus der Überlagerung von jährlicher Parallaxenbewegung (Ellipse) und geradliniger Eigenbewegung des Sterns (Achseinteilung: Millibogensekunden in Rektaszension waagerecht und Deklination senkrecht). Der Stern mit der Hipparcos-Katalognummer 32939 besitzt eine Eigenbewegung von etwa 56 Millibogensekunden pro Jahr in Rektaszension und ca. -27 Millibogensekunden pro Jahr in Deklination. Die jährliche Parallaxe des Sterns beträgt etwa 39 Millibogensekunden.

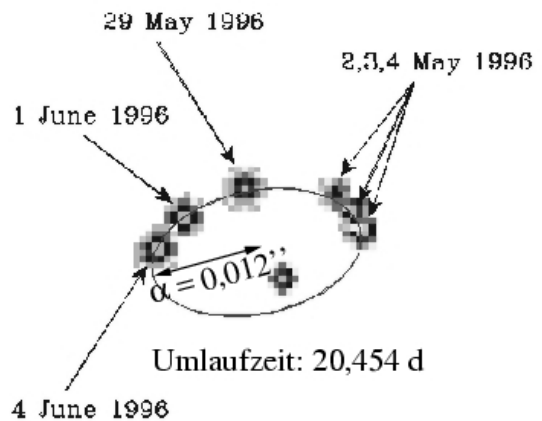
Aufbauend auf der beim Modellexperiment „erlebten parallaktischen Verschiebung“ eines Sterns könnte eine Computeranimation folgen. Unter [2] wird eine solche Animation präsentiert, bei der die Parallaxenbewegung der hellsten Sterne in äquatorialer Darstellung deutlich ersichtlich wird, weil die Sternabstände um den Faktor 100.000 modellhaft verringert wurden.

## Das Mizarsystem in der Rechenmaschine der Astronomen

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Bei Mizar handelt es sich, wie im SuW-Beitrag nachzulesen ist, um ein Vierfach-Sternsystem, bestehend aus dem spektroskopischen Doppelstern Mizar Aa/Ab und dem ebenfalls spektroskopisch nachgewiesenen Doppelstern Mizar Ba/Bb. (Im Falle von Mizar Ba/Bb findet man auch Hinweise auf einen dritten Stern.) Alle beteiligten Sterne sollen Hauptreihensterne sein. Außerdem wird für diese Aufgabe angenommen, dass die Doppelsternpaare durch die jeweils hellere Komponente sehr stark dominiert werden.

Der im Fernrohr sichtbare Doppelstern Mizar A/B hat seit seiner Entdeckung nur ein sehr kleines Stück seiner Umlaufbahn zurückgelegt, so dass seine Umlaufzeit  $T$  auf Grundlage von Beobachtungen noch nicht ermittelt werden kann. Es besteht aber die Möglichkeit der näherungsweisen Berechnung von  $T$ , basierend auf den textlich und bildlich gegebenen Informationen und den nachfolgend aufgeführten Daten.



Mit Hilfe eines Interferometers konnte das spektroskopische Doppelsternpaar Mizar Aa/Ab auch räumlich aufgelöst werden. Gezeigt wird ein Kompositbild.

©: antwrp.gsfc.nasa.gov, J. Benson et al., [NPOI Group](#), [USNO](#), [NRL](#), [https://apod.nasa.gov/apod/image/9702/mizarA\\_npoi\\_big.gif](https://apod.nasa.gov/apod/image/9702/mizarA_npoi_big.gif)

**Niveaustufe 1:** Diese Rechnungen sind auszuführen

**Niveaustufe 2:** Diese Rechnungen sind auf Grundlage folgender Beziehungen auszuführen:

- 3. keplersches Gesetz, trigonometrische Entfernungsbestimmung,
- Weber-Fechner-Gesetz, Masse-Leuchtkraft-Beziehung für Hauptreihensterne

**Geg.:**

Abstand Erde-Mizar

$$s = 78 \text{ Lj}$$

Helligkeiten von Mizar A und Mizar B

$$m_A = 2,3, m_B = 4,0 \text{ (Quelle: Wikipedia)}$$

### Lösung:

Gravitationskonstante  $\gamma = 6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$

1 AE  $\approx 150 \cdot 10^9 \text{ m}$

1 Lj =  $9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m}$

Zunächst wird der Abstand  $r_A$  Mizar Aa-Mizar Ab mit Hilfe der Trigonometrie berechnet.

$$\tan \alpha_A = \frac{r_A}{s} \rightarrow r_A = \tan \alpha_A \cdot s = \tan(0,012'') \cdot 78 \cdot 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m} = \underline{\underline{4,293 \cdot 10^{10} \text{ m}}} \approx \underline{\underline{0,29 \text{ AE}}}.$$

Für das Doppelsternpaar Mizar Aa/Ab kann das 3. keplersches Gesetz zur Berechnung der Doppelsternmasse  $M_A$  genutzt werden.

$$M_A = \frac{r_A^3}{T_A^2} \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma} = \frac{(0,29 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{(20,454 \cdot 86400 \text{ s})^2} \cdot \frac{4\pi^2}{6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}} \approx \underline{\underline{1,56 \cdot 10^{31} \text{ kg}}}.$$

Zur Bestimmung von  $M_B$  kann die Masse-Leuchtkraft-Beziehung für Hauptreihensterne angewendet werden, wenn man annimmt, dass die Doppelsternpaare Mizar Aa/Ab und Mizar Ba/Bb jeweils durch einen Stern (seine Masse) dominiert werden.

$$\frac{L}{M^{3,5}} = \text{konstant} \rightarrow M_B^{3,5} = \frac{L_B}{L_A} \cdot M_A^{3,5} \rightarrow M_B = \left( \frac{L_B}{L_A} \right)^{1/3,5} \cdot M_A.$$

Mit Hilfe des psychophysischen Grundgesetzes nach Weber und Fechner wird das Leuchtkraftverhältnis in einen Unterschied zwischen den scheinbaren Helligkeiten umgerechnet.

$$m_B - m_A = -2,5 \lg \left( \frac{L_B}{L_A} \right) \rightarrow \frac{L_B}{L_A} = 10^{-0,4 \cdot (m_B - m_A)}$$

$$M_B = \left( 10^{-0,4 \cdot (m_B - m_A)} \right)^{1/3,5} \cdot M_A = \left( 10^{-0,4 \cdot (4,0 - 2,3)} \right)^{1/3,5} \cdot 1,56 \cdot 10^{31} \text{ kg} \approx \underline{\underline{10^{31} \text{ kg}}}.$$

Nun kann die Umlaufzeit aus der Gesamtmasse der Mizarkomponenten ( $M = M_A + M_B$ ) mit Hilfe des 3. keplerschen Gesetzes berechnet werden. Dazu muss jedoch zunächst der Abstand  $r$  zwischen Mizar A und Mizar B ermittelt werden.

$$\tan \alpha = \frac{r}{s} \rightarrow r = \tan \alpha \cdot s = \tan \left( \frac{14,43''}{3600''/\circ} \right) \cdot 78 \cdot 9,4605 \cdot 10^{15} \text{ m} = 5,1623 \cdot 10^{13} \text{ m} \approx \underline{\underline{344 \text{ AE}}}.$$

$$T = \sqrt{\frac{r^3}{M} \cdot \frac{4\pi^2}{\gamma}} = \sqrt{\frac{(344 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m})^3}{(1,56 \cdot 10^{31} \text{ kg} + 10^{31} \text{ kg})} \cdot \frac{4\pi^2}{6,6726 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}}} = 5,6349 \cdot 10^{10} \text{ s}$$

$$\underline{\underline{T \approx 1800 \text{ a}}}.$$

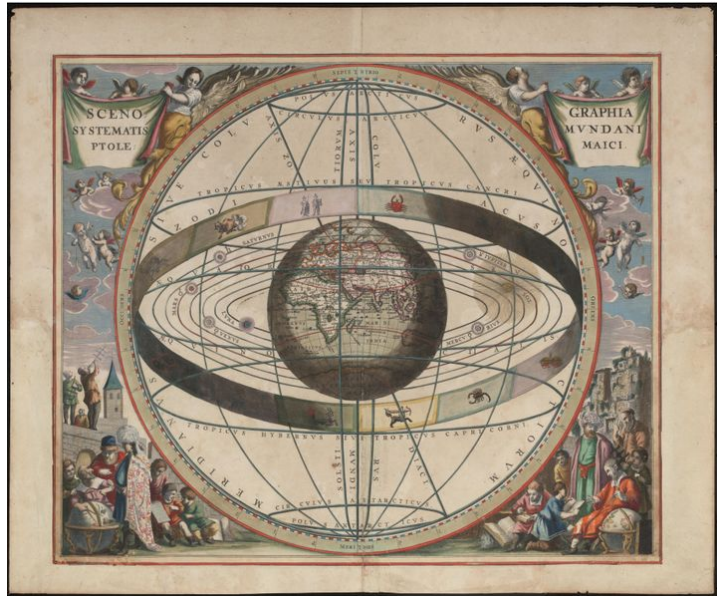
## Der tägliche Lauf der Gestirne aus geostatischer Sicht

(Idee: H. Siebert)

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Wie schnell müsste sich die Sonne um die völlig stillstehende Erde drehen, wenn man wie der im SuW-Beitrag erwähnte Anton Maria Schürle (de Rheita) für die Entfernung der nächsten Sterne einen Wert von 20 Millionen Erdhalbmessern annimmt.

Rheita setzte für die Entfernung zwischen Erde und Sonne 2000 Erdhalbmesser an. Er begründete diesen Wert mit kosmischen Zahlenverhältnissen auf Grundlage einer besonderen Harmonievorstellung für die Größen der Sonnenbahn (geozentrisches Denken!) und der Saturnbahn, woraus er dann die Entfernung der Fixsterne ableitete.



Semi-Tychonisches Weltbild nach Paul Wittich,

©: Von Andreas Cellarius -

[http://www.phys.uu.nl/~vgent/cellarius/cellarius\\_plates.htm](http://www.phys.uu.nl/~vgent/cellarius/cellarius_plates.htm),

Gemeinfrei,

<https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=6839899>.

**Geg.:** Erdradius (Äquator)  $R_E = 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}$   
Umlaufzeit  $T = 86400 \text{ s}$

**Ges.:** Umlaufgeschwindigkeit  $v$

**Lösung:**

$$v = \frac{s}{t} = \frac{20 \cdot 10^6 \cdot 2\pi \cdot R_E}{T} = \frac{20 \cdot 10^6 \cdot 2\pi \cdot 6,378 \cdot 10^6 \text{ m}}{86400 \text{ s}} \approx \underline{\underline{9 \cdot 10^6 \text{ km/s.}}}$$

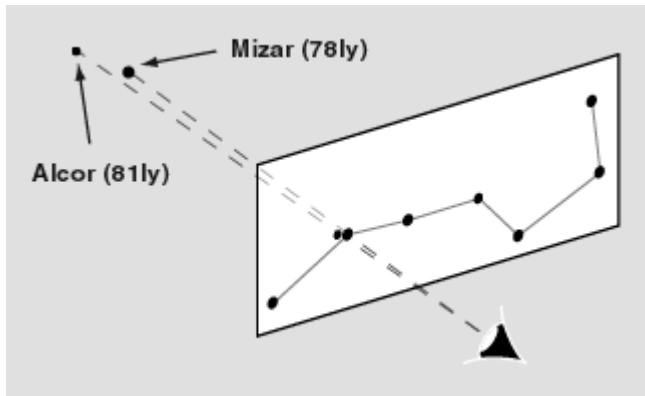
Heute wissen wir, dass es mit der Lichtgeschwindigkeit eine Grenzgeschwindigkeit gibt, welche durch die errechnete Geschwindigkeit weit übertroffen würde.

Die Betrachtungen zeigen, dass die Interpretation der himmlischen Vorgänge noch wenig mit Wissenschaft im Allgemeinen und Physik im Besonderen zu tun hatte. Schon die Entfernungsannahmen zeigen die Problematik.

## Beobachtungen von Doppelsternen

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

### Beobachtung 1: Der optische Doppelstern Mizar/Alkor - der „Augenprüfer“



Die erste Beobachtung gilt dem wohl bekanntesten Doppelstern, dem optischen Doppelstern Mizar ( $m = 2,^m3$ ) und Alkor ( $m \approx 4^m$ ). Im SuW-Beitrag findet sich dazu die Bemerkung „...Mizar und Alkor im Sternbild Großer Bär, deren Trennung von islamischen Astronomen überliefert ist.“ (SuW 7/2006, S. 40, linke Spalte).

Der Doppelstern wird im Volksmund als „Augenprüfer“ bezeichnet, wobei dieser Name nur unter schlechten Beobachtungsbedingungen gerechtfertigt ist. (Vielleicht

hat sich der Winkelabstand zwischen Alkor und Mizar seit der Zeit der überlieferten Beobachtung und heute infolge der Eigenbewegung der Sterne vergrößert.)

Bildquelle: [https://www.lcsd.gov.hk/CE/Museum/Space/archive/EducationResource/Universe/framed\\_e/lecture/ch13/ch13.html](https://www.lcsd.gov.hk/CE/Museum/Space/archive/EducationResource/Universe/framed_e/lecture/ch13/ch13.html).

### **Aufgaben:**

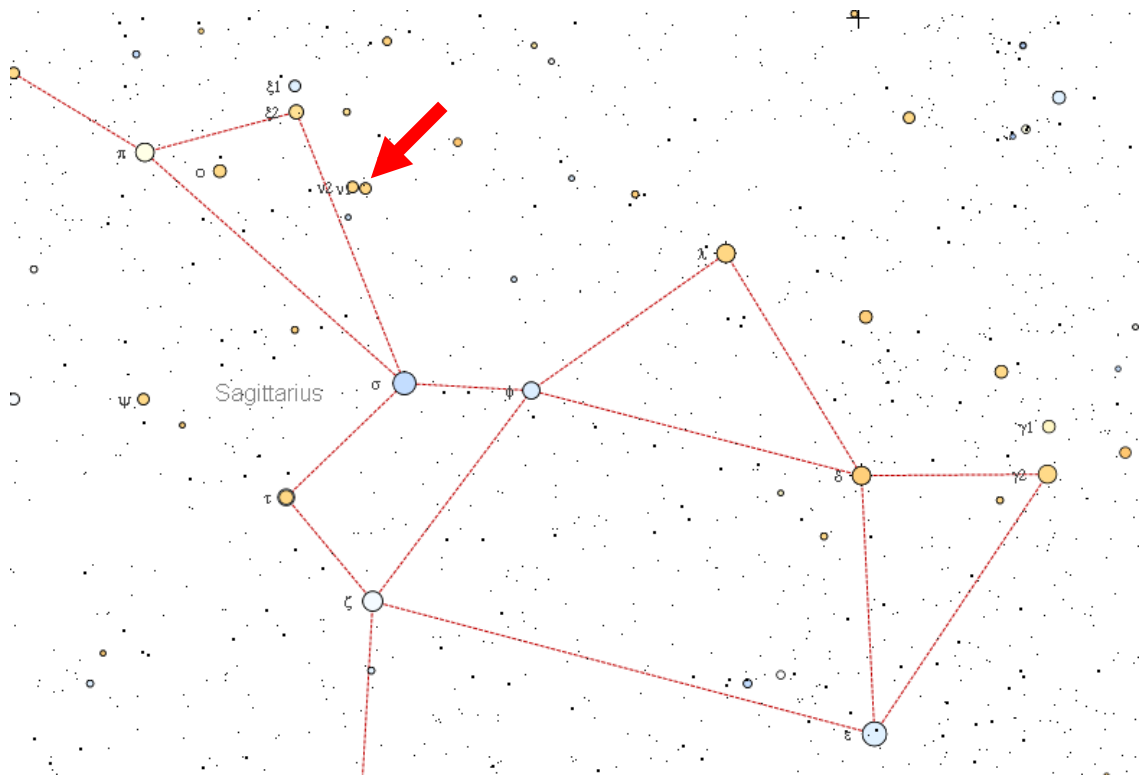
Das Doppelsternsystem ist **mit bloßem Auge** aufzusuchen und zu skizzieren. Der Positionswinkel (Winkel zwischen den Strahlen Mizar-Nordstern und Mizar-Alkor, Messrichtung entgegen dem Uhrzeigersinn) ist zu schätzen!

(Die Sterne Alkor und Mizar haben einen Winkelabstand von ca 12' und einen Positionswinkel ca. 70°.)

### **Beobachtung 2: Der optische Doppelstern $v_1/v_2$ Sgr - ein besserer Augenprüfer**

Aus der Textstelle „... der von Ptolemäus verzeichnete »nebelige und doppelte« Stern im Auge des Schützen ( $v_1$  und  $v_2$  Sagittarii)...“ (SuW 7/2006, S. 40, linke Spalte) geht hervor, dass Ptolemäus den Doppelstern  $v_1/v_2$  Sgr als solchen getrennt wahrgenommen hat.

Die Komponenten des Doppelsternsystems sind etwa gleich hell, aber an der Grenze der gerade noch sichtbaren Sterne ( $4,^m86/5,^m0$ ). Auch ihr Winkelabstand ( $8,5'$ ) ist so, dass er in der Nähe der Winkelauflösung des menschlichen Auges liegt.



### **Aufgaben:**

Zunächst soll versucht werden, das Doppelsternsystem **mit bloßem Auge** aufzulösen, um etwas über die Leistungsfähigkeit der eigenen Augen zu erfahren. Im zweiten Schritt gilt es,  $v_1/v_2$  Sgr **im Fernrohr** zu betrachten, den Fernrohranblick zu skizzieren und anhand des Winkelabstands den Sehfelddurchmesser zu schätzen.

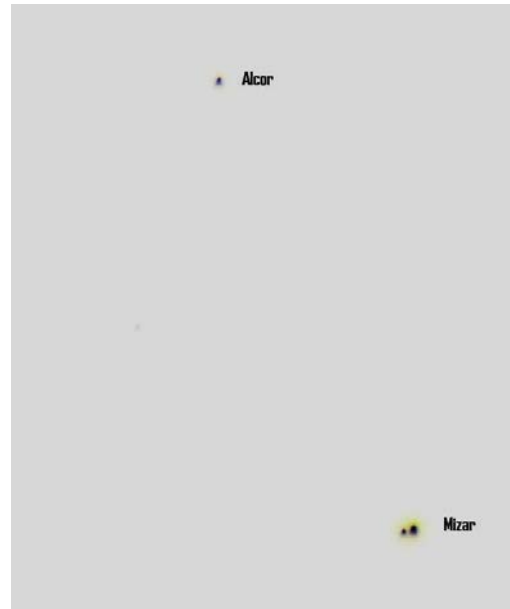
### **Beobachtung 3: Mizar A/B - der erste entdeckte physische Doppelstern**

Nachdem zwei optische Doppelsterne beobachtet wurden, soll nun ein physischer Doppelstern ins Visier genommen werden. Dazu bietet sich Mizar an, der als der erste durch ein Fernrohr entdeckte Doppelstern (1617, durch Benedetto Castelli, einem Schüler Galileis) gilt. Er wurde jedoch (wegen des Paradigmas der monostellaren Systeme) für einen optischen Doppelstern gehalten.

#### **Aufgaben:**

Der Doppelstern Mizar A/B ist durch das **Fernrohr** aufzusuchen. Die Helligkeit von Mizar B ist durch Vergleich mit Mizar A ( $2,^m3$ ) und Alkor ( $m \approx 4^m$ ) zu schätzen. Der Winkelabstand zwischen Mizar A und Mizar B beträgt  $14,43''$ . Man verkleinere schrittweise die Öffnung des Fernrohrs durch eine vor das Objektiv geklemmte Kreisblende. Was lässt sich feststellen?

*(Mizar B hat eine Helligkeit von  $m_B = 4,^m0$ .)*



#### **Quellen**

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

- [1] <http://www.ubicampus.mh-hannover.de/~physik/vorlesung/kap44/kap44.html>
- [2] <http://didaktik.physik.uni-essen.de/~backhaus/>