

Das SOFIA-Teleskop aus Sicht des Ingenieurs

ergänzend zum Beitrag „SOFIA. Das stratosphärische Observatorium. Wie konstruiert man ein Flugzeug-Teleskop“ von Hans-Jürgen Kärcher in »[Sterne und Weltraum](#)« 7/2011 (S. 42-52)

Olaf Fischer

Das größte Flugzeugteleskop der Welt ist fertig – die Ingenieure haben ganze Arbeit geleistet. Sie haben das SOFIA-Teleskop so gebaut, dass es sich dem Innenraum eines Jumbojets optimal anpasst. Sie haben die Massen so verteilt, dass Teleskop und Instrumente sich auf zwei Seiten einer Hantel die Waage halten. Sie haben neuartige Werkstoffe oder Bauformen gewählt, um die Masse zu reduzieren. Sie haben einen Teleskopspiegel aus Zerodur von exzellenter Qualität hergestellt. Sie haben sich Techniken ausgedacht, um das Teleskop vom Flugzeug zu entkoppeln. Das bedeutet, dass das SOFIA-Teleskop im wackelnden und vibrierenden Flugzeug und trotz einiger Luftwirbel im Teleskopschacht über längere Zeit beinahe so stabil auf einen Punkt am Himmel zeigt als ob es auf der Erde stünde.

Im vorliegenden WIS-Material wird versucht, einige Aspekte der Arbeit des Ingenieurs zu beleuchten. Dazu gehören u. a. die Fähigkeiten und Fertigkeiten, technische Zeichnungen zu erstellen und lesen zu können (wobei Vorstellungsvermögen gefragt ist), mit Maßstäben umzugehen, Größenordnungen abzuschätzen, die Werkzeuge der Mathematik zu nutzen, die Gesetze der Physik anzuwenden, geeignete Werkstoffe auszusuchen. Und natürlich gehört eine große Portion Erfindergeist dazu.

Die als Zusatzmaterial zum WIS-Beitrag im WIS-Portal verfügbare Filmsequenz ([TA-ACmotion-Flight054.avi](#), Quelle: NASA / DSI) zeigt das stabilisierte Teleskop in beeindruckender Weise beim Flug aus Sicht der Ingenieure, wie sie im Bild unten gezeigt wird.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Astropraxis	Spiegelteleskop, Nasmythfokus
Physik	Mechanik, Optik, Thermodynamik, Elektromagnetismus	Hebelgesetz , 3. Newtonsches Gesetz , thermische Ausdehnung , linearer Ausdehnungskoeffizient , Druck , Druckkraft , Brennweite , Strahlengang , Spiegelteleskop , Lorentzkraft , Rechte-Hand-Regel , Magnetfeld um stromdurchflossenen Leiter , Rechte-Faust-Regel , Feldlinienmodell
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma, Astro-Technik	Parabel , Integral (Fläche) , Technische Zeichnung , Schnittzeichnung , Zerodur , Ceran-Kochfeld , hydrostatisches Lager , Kugelbrunnen
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen und Erkenntnis), Unterrichtsmittel	technische Zeichnungen lesen , Maßstäbe anwenden , Analogieexperiment interpretieren , Freihandexperiment zum hydrostatischen Lageranfertigen und durchführen , physikalische Anwendungsaufgaben lösen (Brennweite , thermische Ausdehnung , Hebelgesetz , hydrostatischer Druck), Mathematik anwenden (Parabel , Integral), Merkregeln zum Elektromagnetismus , Arbeitsblätter



Im Innenraum des SOFIA-Flugzeugs: Die Ingenieure und Wissenschaftler sehen von ihren Arbeitsplätzen aus auf den Teil der „Teleskop-hantel“, der das wissenschaftliche Instrument trägt. Beim Flug können sie beobachten, wie das Teleskop gegenüber dem „wackelnden“ Flugzeug (trägheits-)stabil im Raum bleibt (Film). ©: Tom Tschida, NASA, https://www.nasa.gov/content/ames/images/content/218151main_big_ED08-0067-53.jpg.

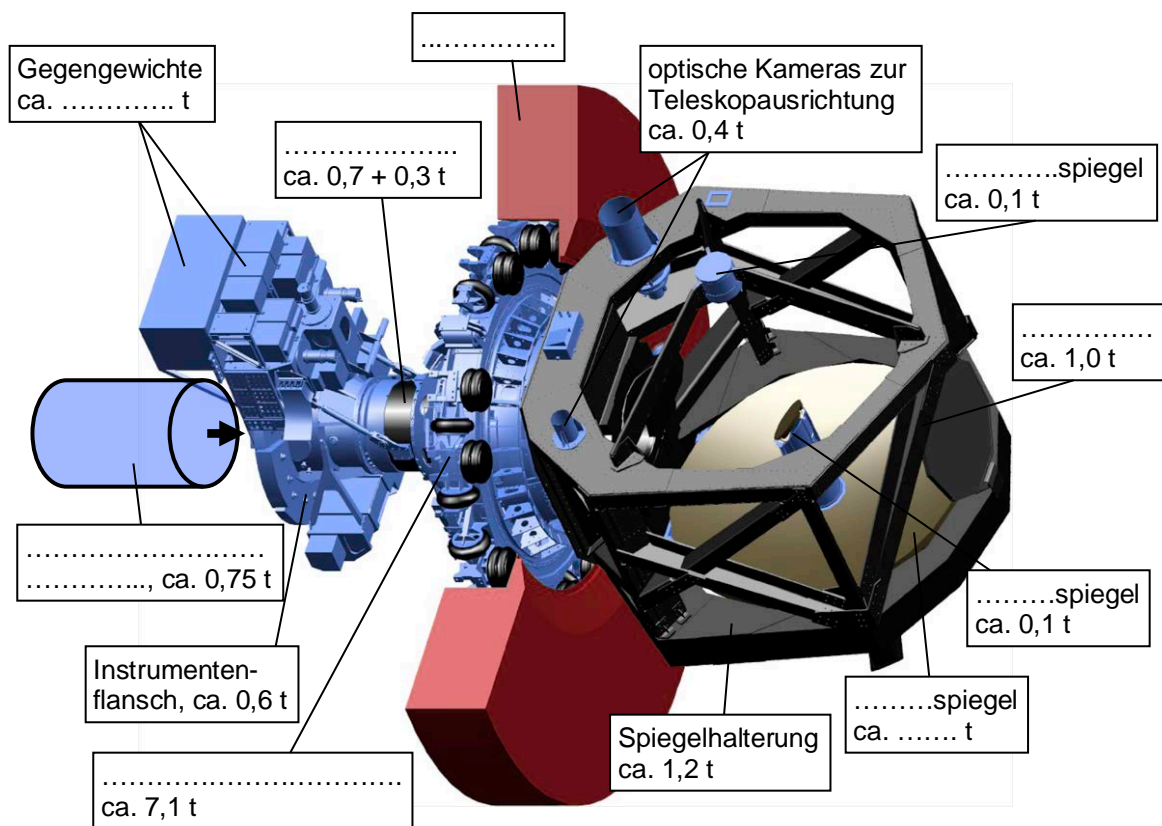
Das SOFIA-Teleskop: Aufbau und Gleichgewicht ([→zurück zum Anfang](#))

Die Konstruktion des SOFIA-Teleskops erfolgte auf dem Reißbrett (welches mittlerweile im Computer steckt). Das Ergebnis sind auch maßstäbliche technische Zeichnungen als Grundlage für die Fertigung. Das **Lesen dieser Zeichnungen** erfordert Vorstellungsvermögen. Neben vielen Anforderungen musste der Konstrukteur darauf achten, dass der Schwerpunkt des gesamten SOFIA-Teleskops (sozusagen der Hantel - im Bild blau und grau) genau im Drehlager im Druckspant liegt.

Aufgaben

1.) Wesentliche Bauelemente / Baugruppen des SOFIA-Teleskops und ihre Massen:

Ergänze die fehlende Beschriftung im Bild unten. Informiere Dich dazu im [Su W-Beitrag](#).

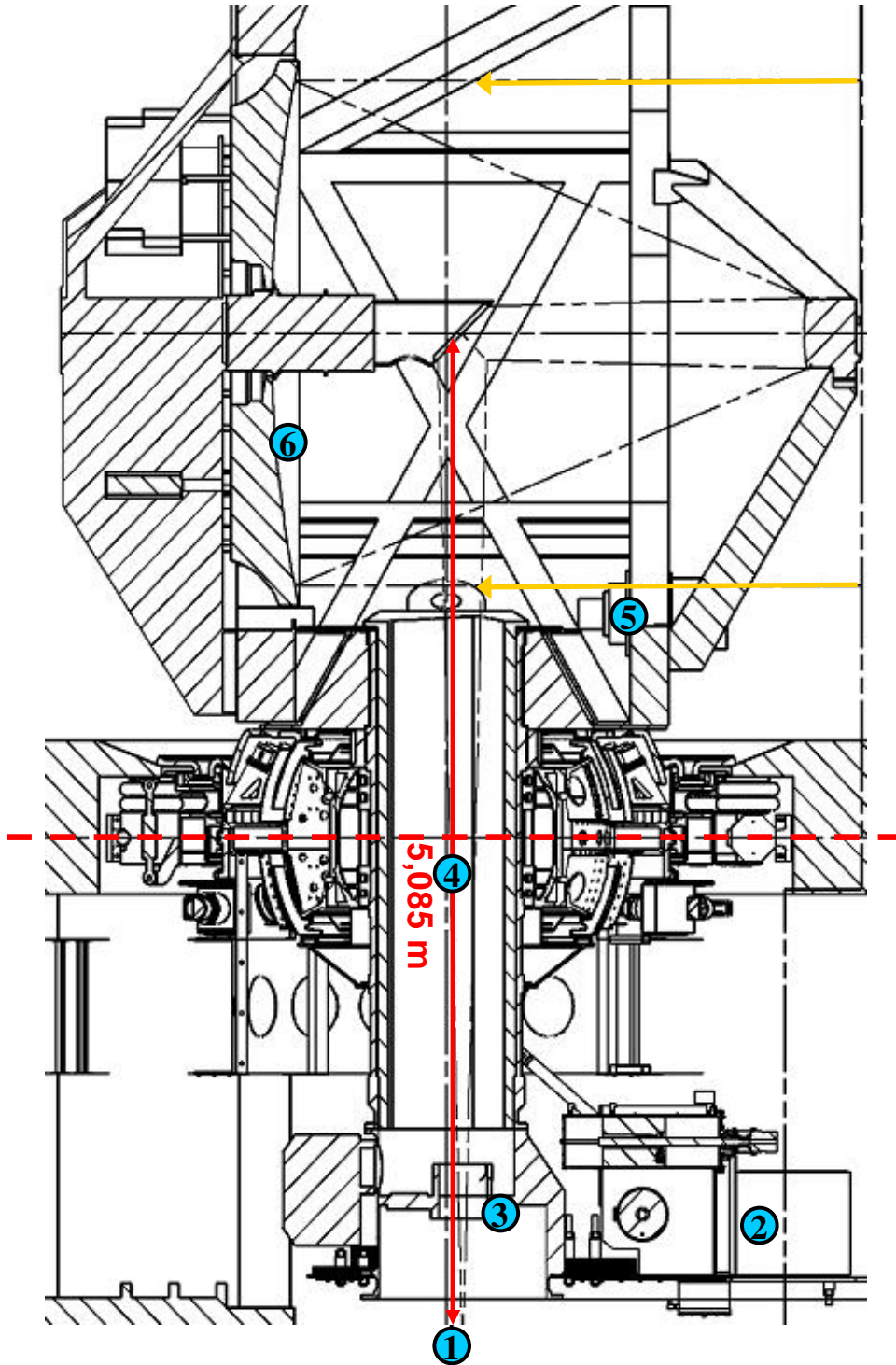


2.) Technische Zeichnungen vom SOFIA-Teleskop lesen:

- Suche die folgenden im obigen Bild schon gezeigten Bauelemente des Teleskops in der maßstäblich angefertigten Schnittzeichnung auf der Folgeseite auf und beschrifte sie eindeutig: Primärspiegel, Sekundärspiegel, Tertiärspiegel, Spiegelhalterung, Gittertubus, optische Kamera zur Teleskopausrichtung, Nasmythrohr, Lage-Regelmechanismus, Druckspant, Instrumentenflansch, Gegengewichte.
- Verfolge den Weg der zwei eingezeichneten (im Abstand des Spiegeldurchmessers) parallel auf den Primärspiegel fallenden Strahlen. Zeichne den **Strahlenverlauf** bis zum Fokus dick nach.

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Das SOFIA-Teleskop und seine Bestandteile im Schnitt (zu 2.) (Zeichnung: Dipl.-Ing. Hans-Jürgen Kärcher)



[\(→zurück zum Anfang\)](#)

3.) Bestimmung der Gegengewichtsmasse des SOFIA-Teleskops:

Wie groß muss die Masse der Gegengewichte sein, damit das eigentliche Teleskop auf der einen Seite (Teleskopraum) und die Instrumente auf der anderen Seite (Passagierkabine) der Hantelanordnung des SOFIA-Teleskops zueinander im Gleichgewicht sind?

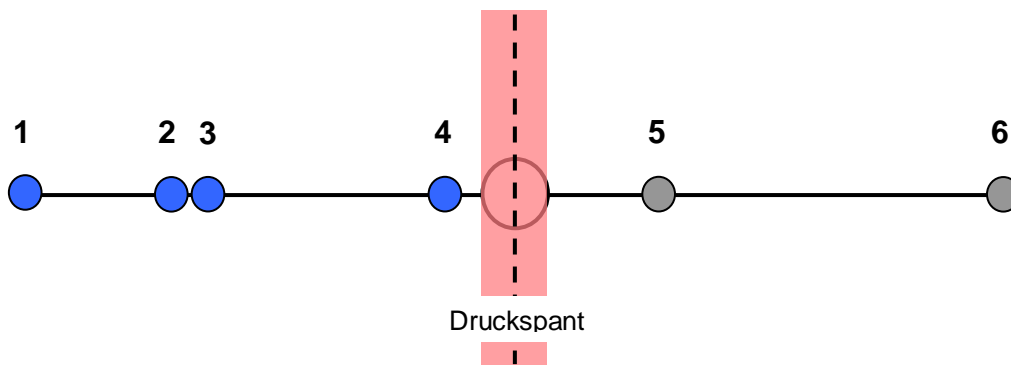
Zur Lösung dieser Aufgabe werden folgende Bauteile mit ihren etwaigen Schwerpunkten (siehe schematisches Bild unten) berücksichtigt:

- 1: wissenschaftliches Instrument (0,75 t),
- 2: Gegengewichte (?),
- 3: Instrumentenflansch, (0,6 t),
- 4: Nasmythrohr (1 t),
- 5: optische Kameras zur Teleskopausrichtung (0,4 t),
- 6: 3 Teleskopspiegel samt Halterungen und Tubus (3,1 t).

Die Abstände der jeweiligen Schwerpunkte dieser Bauteile zur Drehachse können der **maßstäblichen Schnittzeichnung** (Folgesseite) entnommen werden. Ihre Positionen werden in der Zeichnung durch die Mittelpunkte der nummerierten Kreise angegeben, (Die Abstände senkrecht zur Achse des Nasmythrohrs sind nur sehr grob angenähert wiedergegeben.)

Bei dieser Aufgabe geht es nur um das Gleichgewicht hinsichtlich einer senkrecht zum Nasmythrohr gedachten Drehachse (**Hebelgesetz**). Entsprechend interessieren nur die Abstände, die in Rohrrichtung bis zur Drehachse gemessen werden. Die Lage der Drehachse wird in der Schnittzeichnung durch eine gestrichelte Linie markiert.

Verschaufe Dir zunächst eine Übersicht zu den Massen und Abständen, indem Du die Tabelle ausfüllst. Berechne danach die gesuchte Gegengewichtsmasse.



Bauteil-Nr.	1	2	3	4	5	6
Masse m [t]						
Abstand x zum Drehpunkt in der Zeichnung [cm]						
Abstand / zum Drehpunkt [m]						

(→zurück zum Anfang)

Materialien und ihre Eigenschaften - Hauptspiegel und Kochfeld

Bei der Planung und Herstellung eines Objektes kommt man auch zur Frage nach dem geeigneten Material. Wesentlich dabei ist die Zweckbestimmung. Bei einem **Spiegelteleskop** kommt es u. a. darauf an, dass es hinsichtlich seiner Abbildung – insbesondere der Brennweite - unempfindlich auf Temperaturschwankungen reagiert. Zu diesem Zwecke entwickelte die Firma Schott die Glaskeramik **Zerodur** (Patent: 1968). Unter Nutzung des Wissens über Zerodur wurde im Jahre 1971 **Ceran** auf den Markt gebracht. Kochfelder aus Ceran findet man heute fast in jeder Küche.



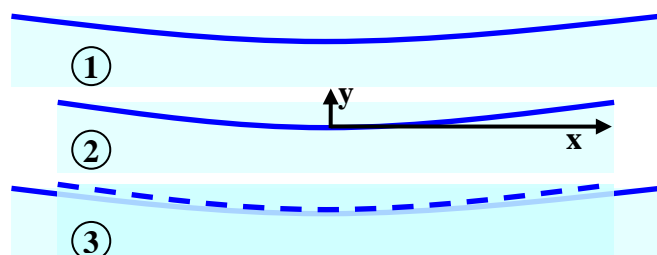
Aufgabe

Berechne die Brennweitenänderungen für den Hauptspiegel des SOFIA-Teleskops nach dessen **thermischer Ausdehnung** für die folgenden drei angenommenen Fälle:

- 1.) Der Teleskopspiegel kühlt sich von -30°C (Kühltemperatur im Teleskopraum am Boden) auf -50°C (Stratosphäre) ab.
- 2.) Der Teleskopspiegel kühlt sich von 20°C auf -50°C ab.
- 3.) Der Teleskopspiegel bestehe aus Borosilikatglas, wie es bei einfachen Amateurfernrohren der Fall ist und kühle wie bei 2.) ab.

Gegeben für den betrachteten Temperaturbereich sind die **linearen Ausdehnungskoeffizienten** α für Zerodur ($0 \pm 0,02 \cdot 10^{-6} / \text{K}$) und Borosilikatglas ($3,25 \cdot 10^{-6} / \text{K}$). Die Tatsache, dass sich Zerodur bei Abkühlung entweder ein wenig ausdehnt (-) oder zusammenzieht (+) kommt daher, dass die Materialmischung von Zerodur nur mit einem statistischen Fehler möglich ist. Der **parabolische** Hauptspiegel des SOFIA-Teleskops habe bei $\vartheta = 20^{\circ}\text{C}$ eine Brennweite von $f_{20} = 3,200000 \text{ m}$. Sein Durchmesser (bei 20°C) muss dem **SuW-Beitrag** entnommen werden (Gerechnet wird mit dem Radius.).

Zur Vereinfachung wird angenommen, dass sich der Spiegel bei Abkühlung nur in seinem Durchmesser (linear) zusammenzieht (im Bild von Nr. 1 zu Nr. 2). Die Spiegeldicke bleibe dabei gleich. Beim Zusammenziehen vergrößert sich die Krümmung a siehe Bild Nr. 3) und die **Brennweite** verringert sich entsprechend.



Folgende Formeln kommen zum Einsatz:

$$x \approx x_0 \cdot (1 + \alpha \cdot [\vartheta - \vartheta_0]), \quad y = a \cdot x^2, \quad f = \frac{1}{4a}.$$

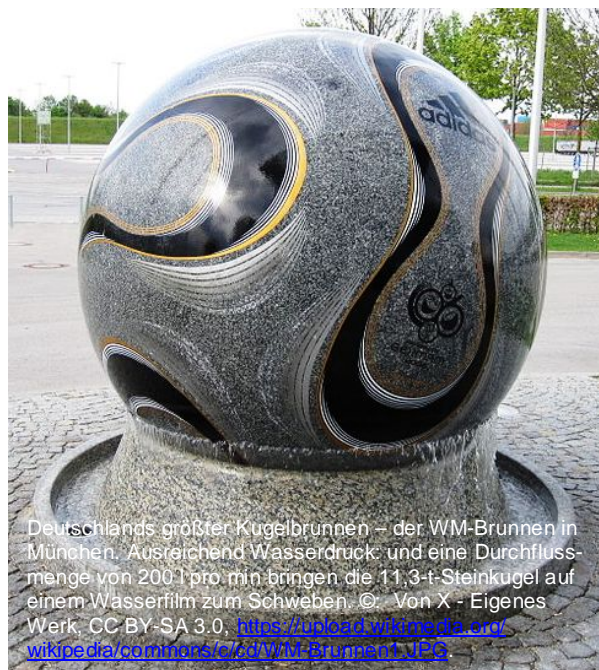
Rechne mit einer Genauigkeit von $1 \mu\text{m}$.

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Reibung minimieren - Hydrostatisches Teleskoplager und Kugelbrunnen

Die mechanische Entkopplung des SOFIA-Teleskops von den Bewegungen des Flugzeugs war eine der größten ingenieurtechnischen Herausforderungen. Die hydrostatische Lagerung des Teleskops auf einem Ölfilm ermöglicht eine Minimierung der Kraftübertragung vom Flugzeug auf das Teleskop (nur noch Flüssigkeitsreibung). Das Flugzeug dreht sich dann um die zuvor gut ausgewuchtete Teleskopantenne (siehe Aufgabe zur Gegengewichtsmasse, siehe auch Film im Anhang) herum.

Hydrostatische Lager können auch ganz alltäglich sein. Die Verbindung zwischen der sich drehenden Kurbelwelle und den hin und her getriebenen Pleuelstangen in so manchem Viertaktmotor wird so langlebig gemacht. Es gibt auch ganz offensichtliche hydrostatische Lagerungen. Bei den sogenannten **Kugelbrunnen** schwebt eine Steinkugel auf einem Wasserfilm. Ein schönes Beispiel dafür ist der WM-Brunnen (Bild unten), dessen 2-m-Kugel mit 11,3 t etwa vergleichbar mit der Masse der SOFIA-Teleskopantenne ist.

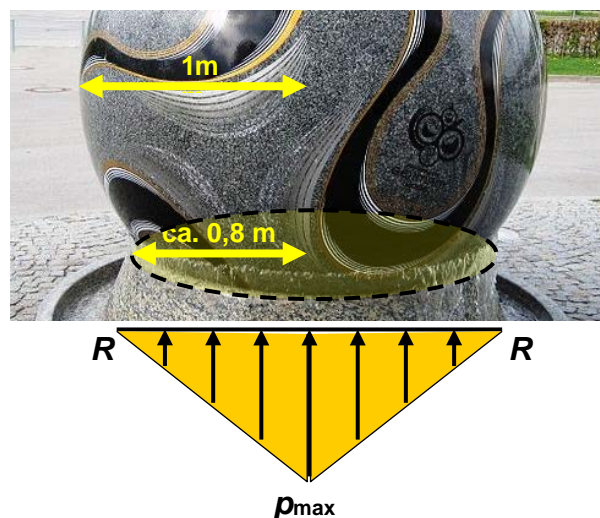


Aufgabe

Der Autor schreibt in [SuW im Kasten auf S. 48](#): „... das **Integral** über den **Druck** ergibt die **abhebende Kraft**“.

Wir wollen dies im Folgenden einmal anwenden, indem wir überprüfen, ob beim WM-Brunnen (siehe oben) der Wasserdruck der öffentlichen Wasserleitung (typischerweise 3 – 6 bar) ausreicht, um die Steinkugel von 11,3 t Masse anzuheben.

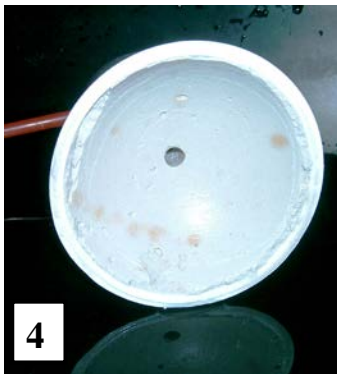
Dazu treffen wir die Annahme, dass die Auflagerfläche kreisförmig eben ist (wie im SuW-Beitrag) und einen Radius von ca. 0,8 m hat. Außerdem nehmen wir an, dass der Wasserdruck im hydrostatischen Lager von der Zulauföffnung in der Mitte der Kugelaufgabe (p_{max}) zum Rand hin (R) auf $p = 0$ bar linear abfällt (siehe Bild).



Das hydrostatische Lager im Freihandexperiment

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

Einen Kugelbrunnen als illustres Beispiel für hydrostatische Lagerung kann man mit einfachen Mitteln im Freihandexperiment nachempfinden. Dazu sind **folgende Dinge nötig** (siehe Bild 1): eine glatte Stein- oder Metallkugel (Durchmesser 5 - 10 cm), ein großer und ein kleiner Joghurtbecher, 0,5 kg Modellgips, ein Esslöffel, ein großer Spiralbohrer, ein Trinkhalm (knickbar), eine Schüssel.



Vorbereitung:

- 1.) Schaffung des Kugelschalen-Widerlagers (Bild 2): Im großen Joghurtbecher wird soviel Gips angerührt, dass dieser den kleinen Gipsbecher fast füllt. Nun wird die Kugel (hier wurde eine Boule-Kugel - 555 g, ca 3,7 cm Radius - verwendet) langsam drehend in den Gips gedrückt, bis dieser zwischen Becherrand und Kugel rundum hervorquillt. Nach dem Erstarren wird die Kugel abgenommen. (Der Gips wird beim Erstarren warm, warm?)
- 2.) Mit dem Spiralbohrer wird mittig ein Loch durch den Gips gebohrt. Das Bohrloch des großen Spiralbohrers hat gerade die Größe, dass ein Trinkhalm von unten her dicht eingesteckt werden kann (Bilder 3, 5).
- 3.) Die Kugelschale aus Gips muss glatt und gut geformt sein, damit sich zwischen ihr und der Kugel ein gleichmäßiger dünner Wasserfilm bildet. Dazu wird sie noch etwas nachgearbeitet, indem man die nasse Kugel in ihr in alle Richtungen dreht (Bild 4: nach dem „Feinschliff“).

Freihandversuch:

Nun kann das hydrostatische Lager in Gang gesetzt werden. Die Rechnung (Annahmen wie bei Aufgabe zuvor, aber: 555-g-Kugel, Radius der Lagerfläche: 2 cm) legt nahe, dass der Druck p_{\max} im Trinkhalm schon durch den Mund erzeugt werden kann.

Man nehme also den Mund voller Wasser und drücke dieses durch den Trinkhalm ins Lagerbett. Die Kugel wird sich sodann auf dem entstandenen Wasserfilm leicht drehen können (Bild 6).

Die anhängende Datei (.avi) ‚[Freihandversuch zum hydrostatischen Lager](#)‘ enthält einen Videoclip zum Freihandexperiment.

Didaktische Überlegungen zur Physik der Elektromotoren Torque-Motoren bei SOFIA

Im Folgenden soll es darum gehen, die im SuW-Beitrag zur Wirkungsweise der Torque-Motoren im Info-Kasten auf den Seiten 48 und 49 gemachten grundlegenden physikalischen Erläuterungen durch einige didaktische Bemerkungen zu ergänzen.

a.) Eine Merkhilfe: die (verallgemeinerte) Rechte-Hand-Regel

Im **Info-Kasten auf S. 48 des SuW-Beitrags** erscheint das **Bild** unten links. Darin wird der Zusammenhang zwischen den Richtungsgrößen Strom, Magnetfeld und Kraft gezeigt. Als Merkhilfe dazu gibt es die Rechte-Hand-Regel (für die technische Stromrichtung, d. h. für die Bewegung vom Pluspol zum Minuspol) und die Linke-Hand-Regel für die Bewegung von Elektronen (vom Minuspol zum Pluspol).

Zwei so ähnliche Regeln können für Verwirrung sorgen. Deshalb wäre es eine Lösung, die Rechte-Hand-Regel in verallgemeinerter Form für beide Arten von Ladungen (positiv und negativ) zu verwenden, indem man (neben der richtigen Bewegungsrichtung der entsprechenden Ladungsträger) auch das Vorzeichen der Ladung in die Ergebnisfindung einfließen lässt (wie es ja geschieht, wenn man die beteiligten Größen in einer Formel verknüpft: $\vec{F} = Q \cdot \vec{v} \times \vec{B}$). Der Strom wird hierbei als Bewegung von Ladungsträgern (Ladung Q) mit der Geschwindigkeit \vec{v} dargestellt.

Bei der **verallgemeinerten Rechte-Hand-Regel** zeigt der Daumen die Bewegungsrichtung der Ladungsträger an und der Zeigefinger zeigt in Richtung des Magnetfeldes (N nach S). Der abgeknickte Mittelfinger zeigt dann entsprechend dem Vorzeichen der Ladung die resultierende Krafrichtung an. Im Falle von Elektronen wirkt die Kraft (**Lorentzkraft**) entsprechend dem negativen Vorzeichen umgekehrt zur normalen Abknickrichtung des Mittelfingers (Bild rechts).

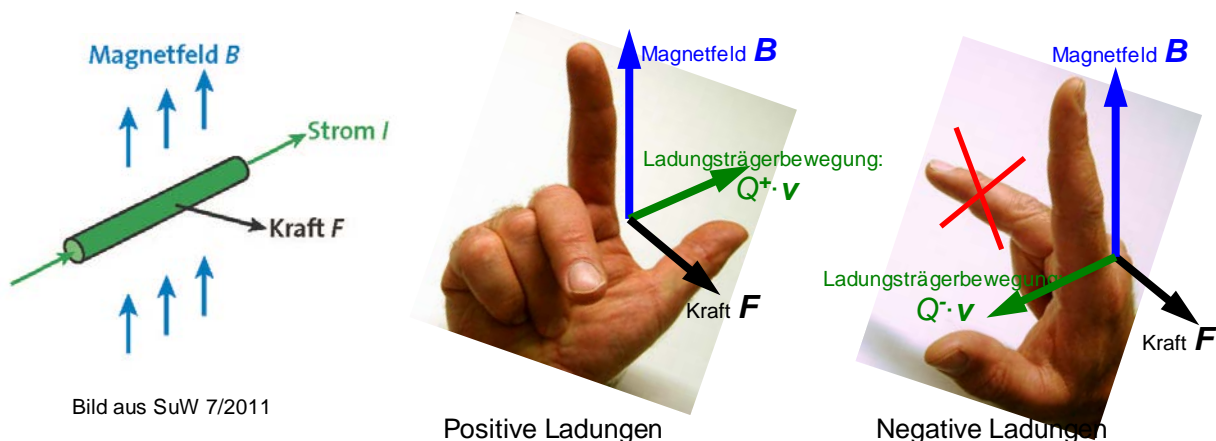


Bild aus SuW 7/2011

Positive Ladungen

Negative Ladungen

b.) Kraft und Gegenkraft

Im **Info-Kasten auf S. 48 des SuW-Beitrags** ist Folgendes zu lesen:

„Die Lorentzkraft F_L erzeugt eine Gegenkraft F_N , die sich über das Magnetfeld in den Magnetschuh überträgt, der daher irgendwo aufgelagert sein muss.“ (siehe Pfeile im Bild).

An dieser Stelle zeigt sich, dass das **3. Newtonsche Gesetz** (Kräfte treten immer paarweise auf: Kraft und Gegenkraft) für den Ingenieur von großer Bedeutung ist. Er muss für gewünschte Kräfte die entsprechenden Gegenkräfte in seiner Konstruktion berücksichtigen.

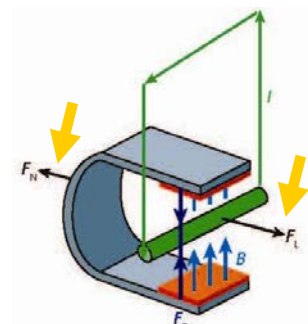


Bild aus SuW 7/2011

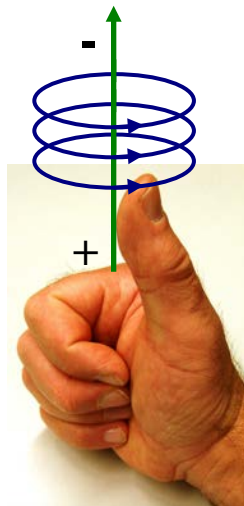
c.) Lorentzkraft und sich beeinflussende Magnetfelder

Im **Info-Kasten auf S. 48 des SuW-Beitrags** ist im Weiteren zu lesen:

„Das Magnetfeld erzeugt aber auch eine Anziehungskraft F_B , die mit der Lorentzkraft nicht verwechselt werden darf – in unserem Bild wird sie mechanisch über die Biegung im Magnetschuh abgetragen.“

Hierzu soll zum einen die Feststellung wiederholt werden, dass der Ingenieur bei seinen Überlegungen die magnetische Anziehung zwischen den magnetischen Polen in Rechnung stellen muss (das Joch darf nicht brechen, die Durchbiegung darf die Bewegung nicht beeinflussen, ...).

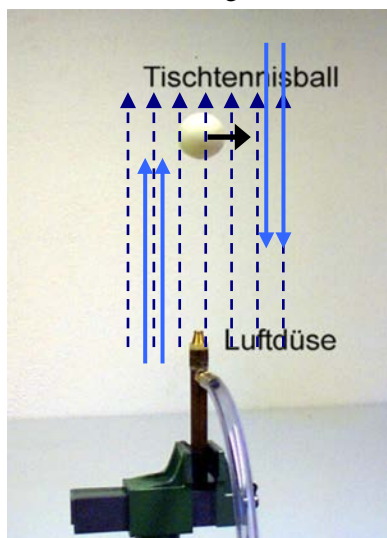
Zum anderen soll hier gezeigt werden, wie die **Lorentzkraft im Zusammenhang mit dem Magnetfeld** erklärt werden kann.



Dazu muss zunächst kurz wiederholt werden, was der Physiker Oersted 1819 entdeckte: Ein **stromdurchflossener Leiter** (bzw. die Bahn eines sich bewegenden Ladungsträgers) ist von einem **Magnetfeld** umgeben, dessen Verlauf mit Hilfe der (wieder verallgemeinerten) **Rechte-Faust-Regel** veranschaulicht und gemerkt werden kann. Das links dargestellte Bild zeigt den Feldverlauf für sich bewegende positive Ladungsträger oder die technische Stromrichtung (Plus nach Minus). Der Daumen zeigt in Richtung der Bewegung der Ladungsträger. Die gekrümmten Finger der Faust zeigen dann den Verlauf der magnetischen Feldlinien von Nord nach Süd (von der Fingerwurzel zur Fingerspitze) an. Für Elektronen muss wieder das negative Vorzeichen ins Ergebnis (Feldlinienrichtung) einbezogen werden - die Richtung der Feldlinien dreht sich um.

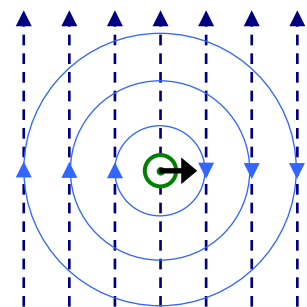
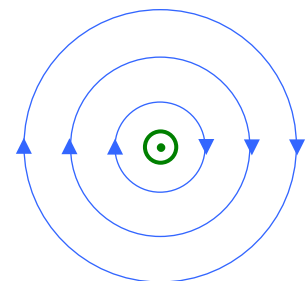
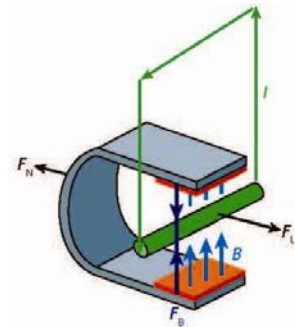
Blickt man entgegen der Richtung der Bewegung der Elektronen, so stellt man das Magnetfeld in konzentrischen Kreisen mit dem Richtungspfeil (N→S) in Uhrzeigerichtung dar. Die Abstände zwischen den Feldlinien repräsentieren die Feldstärke. (Der zentrale Kreis mit dem Punkt soll den Leiterquerschnitt mit der auf den Betrachter gerichteten Bewegung der Elektronen andeuten.)

Nun wird das Magnetfeld des von Elektronen durchflossenen Leiters dem Magnetfeld des Permanentmagneten (im Bild gestrichelt) überlagert. Jetzt könnte man ein resultierendes Feldlinienbild durch Vektoraddition erzeugen (gleichgerichtete Feldlinien verstärken sich, gegeneinander gerichtete schwächen sich ab). Beim sich ergebenden Feldlinienbild wären die Feldlinien links enger benachbart und rechts vom Leiter weiter voneinander entfernt. Dies führt im Magnetfeld zu einer Art Druckerhöhung auf der linken Seite und -abnahme rechts. Der Druckunterschied führt schließlich zur Auslenkung der Leiters, die wir durch das Wirken der Lorentzkraft deuten.



Bildgrundlage: Institut für Physik, Universität Oldenburg

(→zurück zum Anfang)



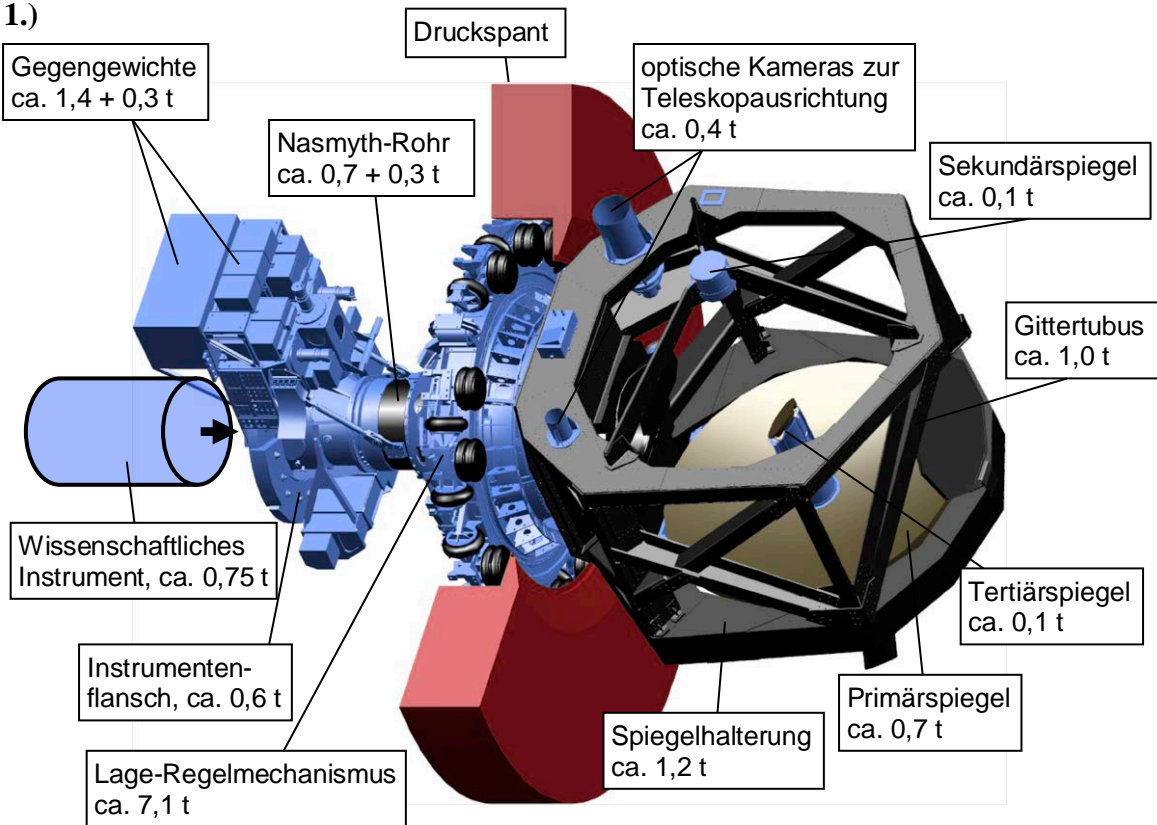
Der Druckunterschied führt schließlich zur Auslenkung der Leiters, die wir durch das Wirken der Lorentzkraft deuten.

Die Erklärung der Auslenkung des Leiters durch Verdichtung bzw. Verdünnung des Magnetfeldes kann durch einen **Analogieversuch** mit einem „Strömungsfeld“ veranschaulicht werden. Dazu lässt man einen Tischtennisball (repräsentiert den Leiterquerschnitt) auf einem Luftstrom (repräsentiert Feld des Permanentmagneten) schweben. Bläst man nun mit einer zweiten Düse links vom Ball in Richtung des Strömungsfeldes und / oder rechts vom Ball ihr entgegen (Was wird dadurch repräsentiert?), so wird der Ball nach rechts gedrückt.

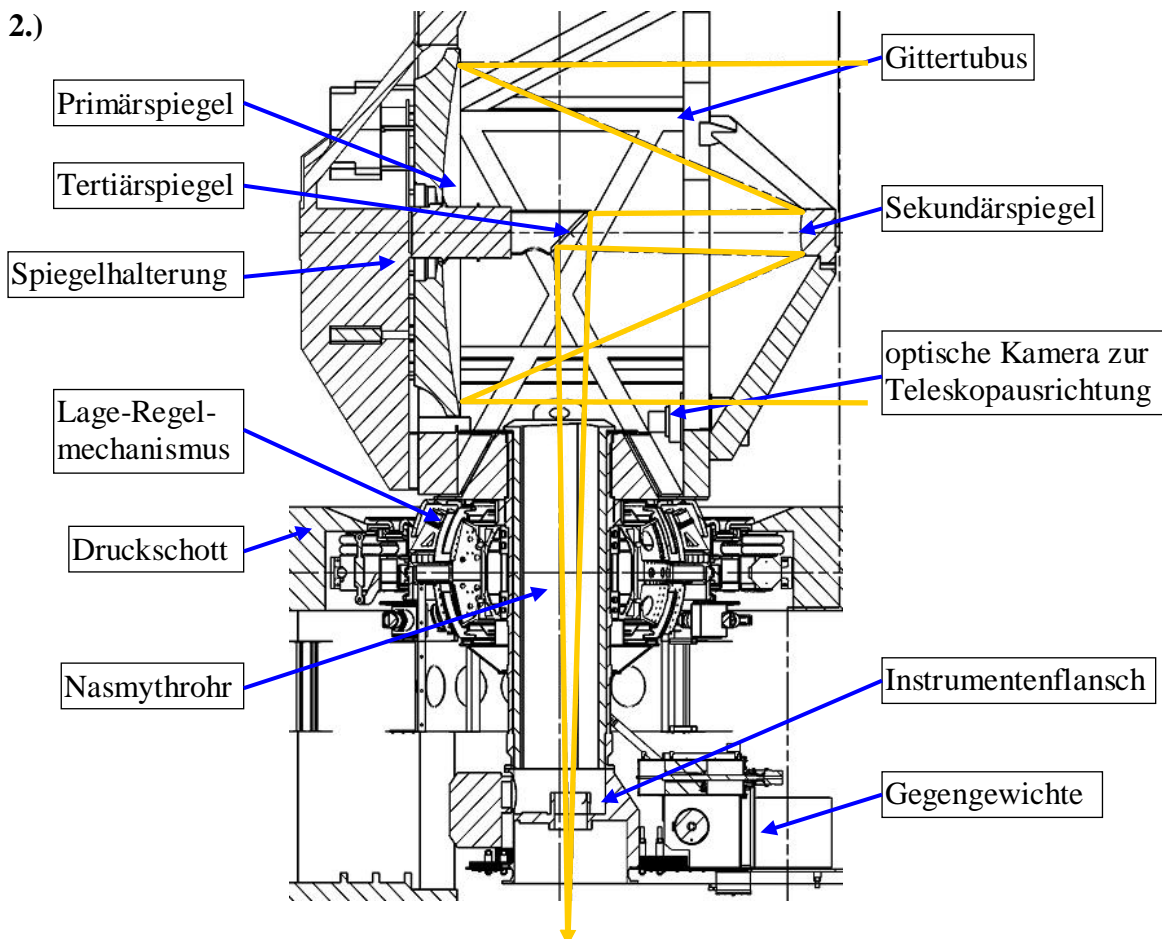
Lösungen: Das SOFIA-Teleskop: Aufbau und Gleichgewicht

[\(→zurück zum Anfang\)](#)

zu 1.)

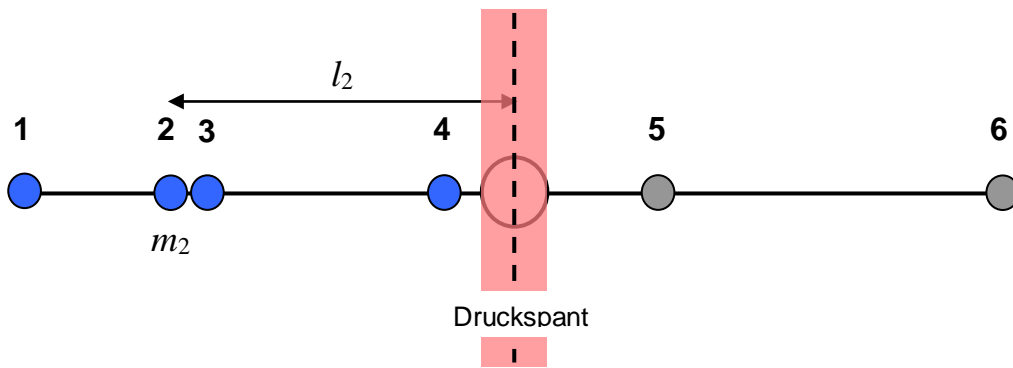


zu 2.)



zu 3.)

[\(→zurück zum Anfang\)](#)



Beispiel zur Abstandsbestimmung: 14 cm entsprechen der markierten Länge von 5,085 m. Die unbekanntenen Abstände l ermitteln sich dann einfach aus:

$$\frac{l}{5,085 \text{ m}} = \frac{x}{14 \text{ cm}}, \text{ wobei } x \text{ für die Maße in der Schnittzeichnung steht.}$$

Bauteil-Nr.	1	2	3	4	5	6
Masse m [t]	0,75	1,7	0,6	1,0	0,4	3,1
Abstand x zum Drehpunkt in der Zeichnung [cm]	7,2	5,5	5,3	0,5	3,1	5,5
Abstand l zum Drehpunkt [m]	2,62	2,00	1,93	0,18	1,13	2,00

Die Lösung der Aufgabe beruht auf dem **Hebelgesetz** (oder allgemeiner dem **Drehmomentensatz**).

$$m_1 \cdot l_1 + m_2 \cdot l_2 + m_3 \cdot l_3 + m_4 \cdot l_4 = m_5 \cdot l_5 + m_6 \cdot l_6$$

$$m_2 = \frac{m_5 \cdot l_5 + m_6 \cdot l_6 - (m_1 \cdot l_1 + m_3 \cdot l_3 + m_4 \cdot l_4)}{l_2}$$

$$m_2 = \frac{0,4 \text{ t} \cdot 1,13 \text{ m} + 3,1 \text{ t} \cdot 2,00 \text{ m} - (0,75 \text{ t} \cdot 2,62 \text{ m} + 0,6 \text{ t} \cdot 1,93 \text{ m} + 1 \text{ t} \cdot 0,18 \text{ m})}{2 \text{ m}}$$

$$\underline{\underline{m_2 = 1,67 \approx 1,7 \text{ t.}}}$$

Die Gegengewichtsmasse muss etwa 1,7 t betragen. Eine Teilmasse von 0,3 t ist davon variabel anbringbar, so dass leicht verschiedene Instrumentierungsmassen ausgeglichen werden können.

(→ zurück zum Anfang)

Lösung: Materialien und ihre Eigenschaften – Hauptspiegel und Kochfeld

Die relative Längenänderung bei einer Temperaturänderung um $[\vartheta - \vartheta_0]$ berechnet sich aus

$$x \approx x_0 \cdot (1 + \alpha \cdot [\vartheta - \vartheta_0]).$$

Der Radius des Teleskopspiegels beträgt $x_{20} = 1,350000 \text{ m}$ bei $\vartheta_0 = 20^\circ\text{C}$.

Nun werden die Spiegelradien x_{-30} und x_{-50} für die Temperaturen -30°C und -50°C berechnet. Dies geschieht zunächst für Zerodur und dann für Borosilikatglas.

$$x_{-30, \text{Zerodur}} \approx x_{20} \cdot (1 + 0,02 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot [-30^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]) \approx 1,349999 \text{ m}.$$

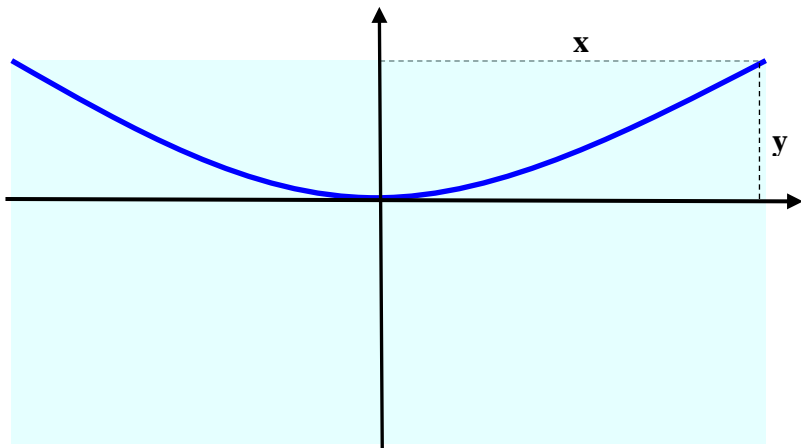
$$x_{-50, \text{Zerodur}} \approx x_{20} \cdot (1 + 0,02 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot [-50^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]) \approx 1,349998 \text{ m}.$$

$$x_{-50, \text{Borosilikatglas}} \approx x_{20} \cdot (1 + 3,25 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1} \cdot [-50^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C}]) \approx 1,349693 \text{ m}.$$

Der Teleskopspiegel ist parabolisch gekrümmt. Eine Schnittdarstellung ist rechts abgebildet. Die Parabel wird beschrieben durch die Gleichung $y = a \cdot x^2$, wobei der Faktor a die Krümmung festlegt.

Die Brennweite f , d. h. der Abstand vom Ursprung zum Brennpunkt der Parabel hängt mit a wie folgt zusammen:

$$f = \frac{1}{4a}$$



Die neuen Brennweiten können aus x wie folgt berechnet werden: $a = \frac{y}{x^2} \Rightarrow f = \frac{1}{4 \cdot a} = \frac{x^2}{4 \cdot y}$.

Der Wert von y bleibe gleich. Dieser beträgt $y = \frac{1}{4f_{20}} \cdot x_{20}^2 = \frac{1}{4 \cdot 3,2 \text{ m}} \cdot (1,35 \text{ m})^2 \approx 0,142383 \text{ m}$.

Die neuen Brennweiten f_{-30} und f_{-50} der Teleskopspiegel aus Zerodur und Borosilikatglas betragen nach Abkühlung auf -30°C oder -50°C :

$$f_{-30, \text{Zerodur}} = \frac{x_{-30, \text{Zerodur}}^2}{4 \cdot y} = \frac{(1,349999 \text{ m})^2}{4 \cdot 0,142383 \text{ m}} \approx 3,199991 \text{ m}.$$

$$f_{-50, \text{Zerodur}} = \frac{x_{-50, \text{Zerodur}}^2}{4 \cdot y} = \frac{(1,349998 \text{ m})^2}{4 \cdot 0,142383 \text{ m}} \approx 3,199986 \text{ m}.$$

$$f_{-50, \text{Borosilikatglas}} = \frac{x_{-50, \text{Borosilikatglas}}^2}{4 \cdot y} = \frac{(1,349693 \text{ m})^2}{4 \cdot 0,142383 \text{ m}} \approx 3,198541 \text{ m}.$$

Ergebnisse: Die Brennweitenänderungen für den Hauptspiegel des SOFIA-Teleskops würden betragen*:

- 1.) $3,199991 \text{ m} - 3,199986 \text{ m} = 0,000005 \text{ m} = \underline{\underline{5 \mu\text{m}}}$.
- 2.) $3,200000 \text{ m} - 3,199986 \text{ m} = 0,000014 \text{ m} = \underline{\underline{14 \mu\text{m}}}$.
- 3.) $3,200000 \text{ m} - 3,198541 \text{ m} = 0,001459 \text{ m} = \underline{\underline{1459 \mu\text{m}}}$.

*Die Brennweite des Teleskops insgesamt (Äquivalentbrennweite) beträgt $49,14 \text{ m}$. Die Änderung der Gesamtbrennweite des Teleskops fällt also deutlich größer aus.

(→zurück zum Anfang)

Lösung: Reibung minimieren - Hydrostatisches Teleskoplager und Kugelbrunnen

Es gilt:

$$p = \frac{F}{A} \quad \Rightarrow \quad F = p \cdot A.$$

„Das Integral über den Druck ergibt die abhebende Kraft.“:

$$F = \int_0^R p(r) \cdot u(r) \cdot dr.$$

Für den Umfang $u(r)$ gilt:

$$u(r) = 2\pi \cdot r.$$

Der Druckverlauf kann wie folgt beschrieben werden:

$$p(r) = p_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right)$$

Nun kann das Integral bestimmt, und die sich ergebende Formel nach dem Wasserdruck im Zulaufrohr (p_{\max}) umgestellt werden:

$$F = \int_0^R 2\pi \cdot r \cdot p_{\max} \cdot \left(1 - \frac{r}{R}\right) dr$$

$$F = 2\pi \cdot p_{\max} \int_0^R \left(r - \frac{r^2}{R}\right) dr$$

$$F = 2\pi \cdot p_{\max} \cdot \left[\frac{1}{2} r^2 - \frac{1}{3R} \cdot r^3 \right]_0^R$$

$$F = 2\pi \cdot p_{\max} \cdot \frac{1}{6} R^2$$

$$\underline{p_{\max} = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{F}{R^2} .}$$

Jetzt werden die konkreten Werte

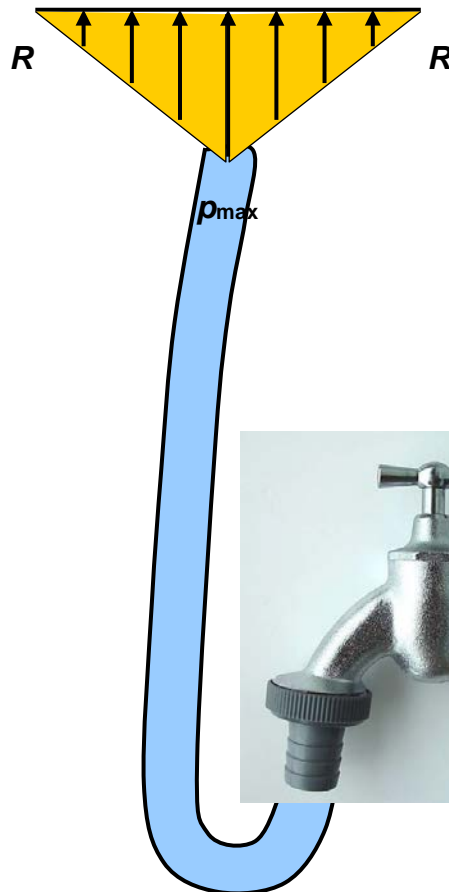
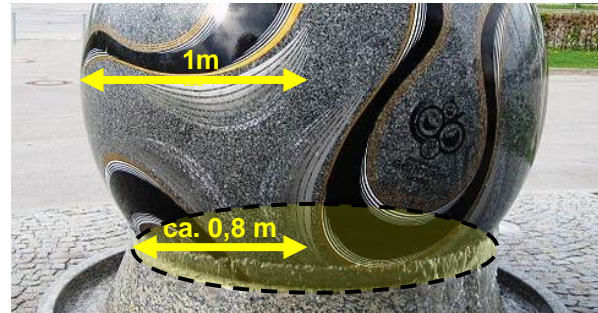
($m = 11,3 \text{ t}$ und $R = 0,8 \text{ m}$) eingesetzt.

Die wirkende Kraft ist die Gewichtskraft ($F = m \cdot g$).

$$p_{\max} = \frac{3}{\pi} \cdot \frac{11.300 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}{0,64 \text{ m}^2} \approx 165400 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\left(1 \text{ bar} = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right)$$

$$\underline{\underline{p_{\max} \approx 1,65 \text{ bar} .}}$$



Der Druck der normalen Wasserleitung (3 - 6 bar) ist mehr als ausreichend, die Steinkugel anzuheben. (Der Zufluss sollte so groß dimensioniert sein, dass eine Durchflussmenge von 200 l / min garantiert wird. Dadurch erst kann das Druckprofil aufrecht gehalten werden. Aber das ist Stoff einer anderen Geschichte.)