



Die Planetenatmosphären - Ordnung im Chaos

In Bezug zu den Beiträgen "Das stürmische Auge des Saturn" und "Die Winde auf Uranus und Neptun haben flache Wurzeln" in der Zeitschrift "Sterne und Weltraum" 7/2013, (Blick in die Forschung: Nachrichten, S. 14 und 16)

Oliver Schwarz

Stürme, Winde, Tief- und Hochdruckgebiete – aus Sicht eines lokalen Beobachters scheinen diese Phänomene rein zufällig aufzutreten. Aus astronomischer Perspektive erkennt man jedoch typische Verteilungsmuster für Drücke und Gasströmungen in den Atmosphären der Planeten, die man auch mit den Mitteln der Schulphysik analysieren und verstehen kann.

Übersicht der E	Bezüge im WIS-Beitrag	
Astronomie	Planeten	Atmosphären der Planeten, Erdatmosphäre, Hadleyzelle Wärmestrahlung der Sonne
Physik	Thermodynamik Mechanik	Temperaturstrahlung, Absorption, Emission, Wärme, Wärmetransport Masse, Volumen, Hebelgesetz, Gewichtskraft
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma Astro-Geo	Funktionen: Koordinatensystem und graphische Darstellungen, graphische Auswertung von Kurvenverläufen Integralrechnung: Integrale von Winkelfunktionen Klimazonen der Erde: Arbeit mit dem Schulatlas, Golfstrom, Hadleyzelle
Lehre allgemein	Lehr- und Sozialformen	Seminarfacharbeit



Abbildung 1: Sturmwolken in der Atmosphäre von Neptun, aufgenommen im August 1989 von der Planetensonde Voyager 2 (NASA/Voyager 2 Team).





zurück zum Anfang

Die Gashülle der Planeten aus mechanischer Sicht – eine Betrachtung für die Sek I

Die nachfolgend gegebene Tabelle 1 kann man mit Lernenden aus Tafelwerken oder dem Internet zusammenstellen. Mithilfe dieser Zahlenangaben lassen sich einige Aufgaben formulieren, die im Grunde eine Anwendung des Druckbegriffes darstellen.

Planet	Masse in kg	Radius in km	Druck in Bodennähe in Pa	Fallbeschleunigung in m/s ²
Erde	5,97·10 ²⁴	6371	1,013·10 ⁵	9,8
Venus	4,87·10 ²⁴	6050	9,12·10 ⁶	8,9
Mars	6,4·10 ²³	3400	700	3,7

Tabelle 1: Einige Angaben für Erde, Mars und Venus.

1. Berechne die in den Atmosphären der Planeten Erde, Venus und Mars jeweils enthaltene Masse!

Lösung: Wir nutzen die Definitionsgleichung des Druckes (als Kraft pro Fläche):

$$p = \frac{F}{A}.$$
(1)

Der Atmosphärendruck am Boden eines Planeten entsteht, weil die Gewichtskraft der atmosphärischen Masse auf die kugelförmige Oberfläche des Planeten wirkt. Auf der Grundlage dieser Erkenntnis lässt sich die Formel (1) umformulieren. Mit M_A (Masse der Atmosphäre), g (Fallbeschleunigung des jeweiligen Planeten) und R (Planetenradius) ergibt sich:

$$p = \frac{M_{\rm A} \cdot g}{4\pi \cdot R^2}.$$

Durch Umstellen erhält man die Masse der Atmosphäre M_A und kann die Zahlenwerte der folgenden Tabelle ausrechnen:

$$M_{\rm A} = \frac{4\pi \cdot p \cdot R^2}{g}.$$
(3)

Planet	Masse der Atmosphäre in kg
Erde	5,3·10 ¹⁸
Venus	4,7·10 ²⁰
Mars	2.7·10 ¹⁶

Als besonders markantes Resultat erhält man, dass die Atmosphäre der Venus rund 100-mal mehr Masse enthält als die Atmosphäre der Erde, obwohl sie in ihrer Gesamtmasse und ihrem Radius unserem Heimatplaneten annähernd vergleichbar ist. Um diesen Unterschied zwischen beiden Planeten besser zu verstehen, kann man eine weitere Aufgabe stellen.

2. Die Ozeane der Erde enthalten etwa eine Masse von M_0 = 1,4·10²¹ kg. Wie hoch wäre der atmosphärische Druck in Bodennähe, wenn alle Weltmeere verdampfen würden?

Lösung: Das Resultat ergibt sich aus Formel (2), wenn man zur Masse der Erdatmosphäre die Masse der Ozeane hinzuaddiert:

$$p = \frac{(M_{\rm A} + M_{\rm O}) \cdot g}{4\pi \cdot R^2} = 2,7 \cdot 10^7 \,\,{\rm Pa.}$$
(4)

Würde das Wasser aller Ozeane der Erde in Form von Wasserdampf in der Atmosphäre enthalten sein, dann wäre der Atmosphärendruck am Boden etwa 3-mal höher als auf der Venus.





Energien in Tiefdruckgebieten

Die folgenden Berechnungen und Überlegungen könnten zeitlich etwa am Ende der Sekundarstufe I bzw. am Beginn der Sekundarstufe II angesiedelt sein.

Ausgangspunkt ist die Feststellung, dass einige der großen atmosphärischen Planetenflecken auf Jupiter, Saturn oder Neptun über viele Jahrzehnte oder Jahrhundert als relativ stabile Phänomene zu beobachten sind. Um dieses Phänomen zu verstehen kann man sich die hohen Energiemengen verdeutlichen, die in diesen Atmosphärenwirbeln enthalten sind.

3. Schätze die Bewegungsenergie, die in einem kreisförmig-zylindrischen irdischen Zyklon (Tiefdruckgebiet) enthalten ist (Radius: R=300 km, Höhe: h=4 km).

Lösung: Die Windverhältnisse in solchen Tiefdruckgebieten sind bekanntlich komplex. Die Luft rotiert um einen Kern, wobei die Windgeschwindigkeit radial zum Zentrum hin zunimmt und in der Mitte (im "Auge") schlagartig absinkt. Wir vereinfachen das Problem durch Annahme einer starren Rotation um das Zentrum mit der Geschwindigkeit 30 m/s (Windstärke 11).

Die Formel zur Berechnung der Rotationsenergie eines starren Zylinders können wir für unsere Schätzung nicht verwenden, denn für diesen Fall muss die Winkelgeschwindigkeit konstant sein. Stattdessen ermitteln wir die kinetische Energie eines Kubikmeters Luft und multiplizieren diesen Wert mit dem Volumen des Kreiszylinders.

Ein Kubikmeter Luft hat etwa die Masse 1 kg in Bodennähe. Deshalb hat die Masse in einem Kubikmeter Luft die kinetische Energie

$$E = \frac{m}{2} \cdot v^2 = 450 \text{ Ws.}$$
(5)

Indem wir mit diesem Wert für die gesamte Höhe rechnen, werden wir für unser Modell die kinetische Energie etwas zu groß ermitteln, da die Masse je Kubikmeter Luft mit der Höhe abnimmt. Die gesamte kinetische Energie im Zyklon ist

$$E_{\rm ges} = 450 \,\,{\rm Ws} \cdot \pi \cdot R^2 \cdot h = 5 \cdot 10^{17} \,\,{\rm Ws}. \tag{6}$$

Zum Vergleich:

Diese Energiemenge entspricht dem gesamten Primärenergiebedarf unserer Zivilisation für mehr als neun Stunden. Ein irdischer Zyklon kann teilweise über einige Wochen hinweg existieren, bevor er sich auflöst. Die Wirbelstürme in den Atmosphären der Gasplaneten sind viel größer und besitzen teilweise deutlich höhere Windgeschwindigkeiten. Man kann für diese Fälle ähnliche Schätzungen mit Lernenden durchrechnen und versteht, warum solche Gebilde so stabil sind.





zurück zum Anfang

Ein Projektvorschlag für eine mathematisch-physikalisch-geographische Facharbeit

Die nachfolgenden Überlegungen sind als Handout für einen Lehrer bestimmt, der eine Seminarfacharbeit in der gymnasialen Oberstufe (Anforderungsniveau Leistungskurs Mathematik/Physik) vergeben und betreuen möchte.

Der meridionale Wärmetransport in der Erdatmosphäre

Hinter diesem Thema verbirgt sich ein Fragenkomplex, der sowohl im Schulunterricht als auch in den Medien eine starke Verbreitung erlangt hat – wenngleich natürlich nicht unter dieser Überschrift. Es geht zumeist um den Golfstrom, der für die Nordhalbkugel – speziell für Europa – eine überragende Bedeutung als "Warmwasserheizung" besitzt. Doch wie groß ist der Anteil des Golfstromes an der gesamten Erwärmung der nördlichen geographischen Breiten unseres Heimatplaneten? Und wie viel Wärme wird generell – hauptsächlich durch die Konvektionsströmung in den sogenannten Hadleyzellen - vom Äquator polwärts umverteilt? Diese und ähnliche Fragen sollen im Rahmen einer Projektarbeit von den Lernenden anhand einfacher Modellüberlegungen selbst beantwortet werden.



Abbildung 2: Hadleyzellen gehören zu den typischen Konvektionsmustern bei planetaren Atmosphärenströmungen.

Ausgangspunkt für unsere Überlegungen ist ein global gemitteltes Atmosphärenmodell. Dieses Modell liefert uns eine mittlere Lufttemperatur in Bodennähe. Nachdem wir dieses Modell verstanden haben, übertragen wir es auf die einzelnen Breitenkreise der Erde. Wir stellen uns die Frage, wie groß die Atmosphärentemperatur in Bodennähe innerhalb eines jeden Breitenkreises der Erde wäre, wenn es *keinen* Wärmeaustausch zwischen benachbarten Breitenkreisen gäbe. Aus dem Vergleich zwischen den theoretisch geschätzten Temperaturen und den tatsächlich entlang eines Langenkreises gemessenen Temperaturen kann man dann den meridionalen Wärmetransport ermitteln.

Das Strahlungsgleichgewicht

Ausgangspunkt für *jedes* Atmosphärenmodell ist eine Betrachtung des thermodynamischen Gleichgewichts der Erde: Die thermische solare Einstrahlung von der Sonne auf die Erde und die thermischen Ausstrahlung von der Erde in den Weltraum müssen in gleichen Zeiteinheiten auch gleich groß sein. Für ein globales Gleichgewichtsmodell müssen wir die je Sekunde auf der Querschnittsfläche πR^2 der Erde ankommende Energie gleichmäßig auf die gesamte Erdoberfläche verteilen, mithin auf die Fläche $4\pi R^2$ (Abb. 3).







Abbildung 3: Die auf der Querschnittsfläche der Erde ankommende Strahlungsmenge wird infolge der Erdrotation gleichmäßig verteilt und von der gesamten Erdoberfläche abgestrahlt.

Die Erde streut einen Teil der zu ihr gelangenden Sonnenstrahlung sogleich wieder ins All zurück. Das Rückstreuvermögen eines Himmelskörpers bezeichnet man als Albedo *A*. Die Albedo der Erde beträgt 0,3, d.h. rund 30 % der Sonnenstrahlung gelangen wieder ins Weltall, ohne dass sie auf der Erdoberfläche oder in der Erdatmosphäre absorbiert werden. Berücksichtig man diesen Effekt, so erhält man für die im Mittel je Quadratmeter und Zeiteinheit auf die Oberseite der Erdatmosphäre treffende Strahlungsenergie Q_0 den Zusammenhang:



Von Q_0 kommt an der Erdoberfläche bei einem mittleren atmosphärischen Transmissionskoeffizienten für kurzwellige Strahlung τ lediglich der Bruchteil

$$Q_{Bo} = \tau Q_0 = \frac{1}{4} \tau (1 - A)s$$
(8)

an. Der Boden seinerseits strahlt als näherungsweise schwarzer Körper mit

$$Q_B = \sigma T_B^4, \tag{9}$$

wobei lediglich der Bruchteil τ^*Q_B die Oberseite der Atmosphäre erreicht (τ^* ist in diesem Fall der Transmissionskoeffizient für langwellige Strahlung).





Schließlich wird die Atmosphäre durch die in ihr absorbierte Strahlung ebenfalls aufgeheizt, weshalb sie in beiden Richtungen pro Zeit- und Flächeneinheit die Energie

$$Q_A = (1 - \tau^*)\sigma T_A^4 \tag{10}$$

emittiert. Im stationären Zustand müssen die ober- und unterhalb der Atmosphäre auftretenden Energiebilanzen ausgeglichen sein, was auf die beiden Zusammenhänge

$$Q_0 = Q_A + \tau^* Q_B$$

$$Q_B = Q_A + \tau Q_0$$
(11a, b)

führt. Stellt man die Gleichungen (11a) und (11b) nach Q_A um, setzt sie dann gleich und formt anschließend nach Q_B um, so erhält man

$$Q_B = \sigma T_B^4 = Q_0 \left(\frac{1+\tau}{1+\tau^*}\right) = \frac{1}{4} (1-A)(1+\tau)(\frac{1}{1+\tau^*})s.$$
(12)

Als Probe für die Güte dieses Modells formen wir die Gleichung (12) nach $T_{\rm B}$ um und prüfen, ob sie näherungsweise den richtigen Temperaturwert für die mittlere Temperatur in der Nähe der Erdoberfläche liefert. Es ergibt sich

$$T_{B} = \left(\frac{1}{4\sigma}(1-A)(1+\tau)(\frac{1}{1+\tau^{*}})s\right)^{\frac{1}{4}} = \left(\frac{0,277}{\sigma}s\right)^{\frac{1}{4}}$$
(13)

wobei wir im letzten Umformungsschritt für die Transmissionskoeffizienten die realistisch gemittelten Werten $\tau = 0.9$ und $\tau^* = 0.2$ eingesetzt haben. Man erhält für T_B einen Zahlenwert von $\cong 286.1$ K, welcher der mittleren Erdtemperatur von 288 K schon recht kommt.

Weitere Verbesserungen an dem hier diskutierten Modell wären leicht möglich, etwa indem man in Gleichung (9) durch einen Zahlenfaktor \cong 0,95 berücksichtigt, dass das mittlere Emissionsvermögen der Erdoberfläche nicht exakt den Zahlenwert 1 eines schwarzen Strahlers aufweist. Nachfolgend sehen wir zugunsten prinzipieller Überlegungen von solchen verfeinernden Korrekturen ab.

Die Wärme- und Temperaturverteilung entlang eines Längenkreises bestimmen

Für die näherungsweise Berechnung einer gemittelten Temperaturverteilung wird die Erde zum Zeitpunkt des Frühlingsanfangs betrachtet, also zu jener Zeit, an der sowohl der Nord- als auch der Südpol gerade noch (oder schon) vom Sonnenlicht beschienen werden (Abb. 5).



Abbildung 5: Lage der Erdpole, der Tagund-Nachtgrenze und der Breitenkreise der Erde zu Frühlingsanfang.





Die Einstrahlungsextreme des Sommer- und Winterhalbjahres mitteln sich auf diese Weise heraus. Weiterhin wird eine für jeden Breitenkreis gültige mittlere Albedo von A = 0,3 angenommen.

Zunächst muss die mittlere Sonneneinstrahlung je Quadratmeter für die einzelnen Breitenkreise berechnet werden. Wir betrachten dazu kreisförmige Streifen mit je 1° Breitenausdehnung. Die auf die Querschnittsfläche A_Q eines solchen Streifens fallende Strahlung wird gleichmäßig auf die Oberfläche A_Q dieses Streifens verteilt.

Eine gut handhabbare analytische Darstellung ergibt sich, wenn man die beiden Flächen A_Q und A_O mit Hilfe der Integralrechnung bestimmt (Abb. 6):

Die Gleichung $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ $(R \ge |x|)$ ist die Darstellung des idealisiert als Kreisbogen gedachten Kurvenverlaufs eines Längenkreises der Erde. Für das Intervall $[\varphi, \varphi + \Delta \varphi]$ der geografischen Breite ergibt sich die Oberfläche A_0 unseres Breitenstreifens als Mantelfläche eines Rotationskörpers mit dieser Kurvengleichung, also:

$$A_{O} = 2\pi \int_{x}^{x+\Delta x} y \sqrt{1+{y'}^{2}} \, dx = 2\pi \int_{x}^{x+\Delta x} R \, dx = 2\pi R \Delta x \,. \tag{14}$$

Um A_0 in Abhängigkeit von der geografischen Breite auszudrücken, muss Δx als von φ abhängige Größe aufgeschrieben werden:

$$\Delta x = R\sin(\varphi + \Delta \varphi) - R\sin\varphi.$$
⁽¹⁵⁾

Damit folgt für die Oberfläche eines Breitenstreifens der Erde

$$A_{\rho} = 2\pi R^2 (\sin(\varphi + \Delta \varphi) - \sin \varphi).$$
⁽¹⁶⁾



Abbildung 6: Zur Ermittlung der Oberfläche und der Querschnittsfläche eines Breitenstreifens auf der Erdoberfläche, *g*. geographische Breite, R: Erdradius.

Jetzt wird die Querschnittsfläche eines Breitenstreifens berechnet. Dazu wird einfach die *doppelte* Fläche unter der obigen Kurvengleichung im Intervall [φ , $\varphi + \Delta \varphi$] bestimmt. Es ergibt sich

$$A_{Q} = 2 \int_{x}^{x+\Delta x} \sqrt{R^{2} - x^{2}} dx = [x\sqrt{R^{2} - x^{2}} + R^{2} \arcsin \frac{x}{R}]_{x}^{x+\Delta x}.$$
 (17)





Die Richtigkeit der Integration prüft man einfach durch Differenzieren der angegebenen Stammfunktion. Setzt man hierin für Δx die Gleichung (15) und für *x* den Zusammenhang $x = R \cdot \sin \varphi$ ein, so folgt nach einigen Umformungsschritten:

$$A_{\rho} = R^{2} (\sin(\varphi + \Delta \varphi) \cos(\varphi + \Delta \varphi) - \sin \varphi \cos \varphi + \Delta \varphi).$$
⁽¹⁸⁾

Jetzt können wir die mittlere Sonneneinstrahlung pro Flächeneinheit in einem Breitenstreifen bestimmen, denn die auf A_Q je Quadratmeter auftreffende Strahlung - gegeben durch die Solarkonstante s wird auf A_Q verteilt, mithin erhält jeder Quadratmeter im Streifen den mittleren Anteil

$$Q = \frac{A_{Q}}{A_{M}}s = \frac{(\sin(\varphi + \Delta\varphi)\cos(\varphi + \Delta\varphi) - \sin\varphi\cos\varphi + \Delta\varphi)}{2\pi(\sin(\varphi + \Delta\varphi) - \sin\varphi)}s = g(\varphi) \cdot s.$$
(19)

Das Formelzeichen g steht als Kürzel für den dimensionslosen Geometriefaktor A_Q/A_O . Wir könnten die obige Gleichung mit Hilfe der Winkeladditionstheoreme noch weiter vereinfachen, unterlassen dies aber. Setzt man nämlich $\Delta \varphi = 1^\circ$, dann kann man den etwas komplizierteren Geometriefaktor auch einfach mit einem Computerprogramm wie EXCEL oder Derive als Funktion über dem Winkel φ darstellen. Die Abb. 7 zeigt das graphische Resultat einer solchen Berechnung.





Erwartungsgemäß ist die Einstrahlung am Äquator am größten und sinkt an den Polen auf Null. Wir nehmen jetzt an, dass es zwischen den einzelnen Breitenkreisen der Erde keinen Austausch von

Wärme gibt. Dann kann man mit unserem Atmosphärenmodell die Temperatur $T_{\rm B}$ für jeden Breitenkreis gesondert berechnen, wenn man in der Gleichung (13) den Geometriefaktor ¹/₄ durch den Geometriefaktor *g* austauscht. Führt man diese Rechnung aus, so ergibt sich

$$T_B = \left(g(\varphi)\frac{1.1083}{\sigma}s\right)^{\frac{1}{4}} - 273\text{K}.$$
 (20)

In Gleichung (20) haben wir zusätzlich noch die Temperatur von der Einheit Kelvin in die Einheit °C umgewandelt. Auch die Gleichung (20) kann man mit Hilfe von EXCEL oder Derive zeichnen lassen. Die Abb. 8 zeigt die graphische Darstellung des funktionalen Zusammenhanges $T_{\rm B} = f(\varphi)$.

An den Polen ($\varphi = \pi/2$) würde die Temperatur auf 0 K = -273°C fallen (hier nicht mehr mitgezeichnet), denn der Geometriefaktor ist dort g = 0.

Entspricht das reale Temperaturverhalten in der Nähe der Erdoberfläche unseren Modellannahmen? Um dies herauszufinden, benötigt man einen Schulatlas, der auch Angaben zur physischen Geografie beinhaltet. Entweder findet man in einem solchen Atlas mittlere Jahrestemperaturen für verschiedene Breitenkreise (Klimazonen) der Erde oder der betreffende Atlas beinhaltet sogar eine Isothermenkarte





der Erde. Es ist zu beachten, dass man bei der Wahl repräsentativer Temperaturen für einzelne Breitenkreise möglichst keine Zahlenwerte aus dem Inneren der großen Kontinente wählt, wo es ausgeprägte lokale heiße und kalte Regionen geben kann (Temperaturverschiebung bei ausgeprägtem Kontinentalklima).

									۰.						•	T 35 ·								S							
					S .				8.						. 9	- 32.5				S.				S.							
					S.								•	/		- 30.	1							S.							
					۰.				S.				1.			- 27.5		1	1.	۰.							1.				
									S.			1.				\$25.			1	1				۰.							
					S.				S.		1		S.			- 22.5				1.								٩.			
	۰.				S.				S.	. /	1.		÷.			- 20 -				1				S.				۰.			
	٩.				· .				S.	1						- 17.5				S.,	1		12					۰.		÷	
					۰.				.,	1.						- 15 -				۶.	1	. •	•					۰.			
					S.			1.	/				S.			- 12.5				S.	. 1	1.		S.							
				۰.	S.				1.							+ 10 .				۰.		1	1.	×.							
					S.			./	1.							-7.5				8.		.)	1.	. •							
		13			S.			1.	1				S.			-5 .				۰.			1	· .				S.			
					S.,			1.	з.				÷.			-2.5				S.			1					٩.			
F	-+		+	+	+	+	1		+		+	+	+	+	+			+	+	+	+	+	+1		+	+	+	+		+	×
-1,1	6.	-1,4		-1,2		-1	1	-0,8	3 .	-0,6		-0,4		-0,2		-2.50	.2		0.4		0.6		0,8	1	1		1,2		1.4		1,6
					S.		1.	1.	8.							5.				8			1.	1				3.			
	S.,				S	.1			· .							+-7.5								. }							
			•	12	s. s.	1	•			13	•	152 152			•	-7.5 10		•				•		. 1	1:	•				•	
	0.00		•			1	•				• • •			2	•	7.5 10 12.5		•			2	•		. 1	1.	• • •	1		-	•	
			• • • •			1	•				• • • •					7.5 10 12.5 15		•				•		.	1.	•••••••				•••••••••••••••••••••••••••••••••••••••	
					•	1										7.5 10 12.5 15 17.5								. \		• • • •					
						1										-7.5 -10 -12.5 -15 -17.5 -20								· \ · ·		· · · ·			•		
																-7.5 -19 -12.5 -15 -17.5 -29 -22.5									. . .				••••		
						1										-7.5 -10 -12.5 -15 -17.5 -20 -22.5 -25									· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·				•		
						1										-7.5 -10 -12.5 -15 -17.5 -20 -22.5 -25 -27.5									· · · · · · · · · · · · ·				• • • • • •		
						1										7.5 10 12.5 15 17.5 20 22.5 25 27.5 30													• • • • • • • •		
						1										7.5 10 12.5 15 17.5 20 22.5 25 27.5 30 32 5									· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·			•		
																7.5 10 12.5 15 17.5 20 22.5 25 27.5 30 32.5 35										· · · · · · · · · · · · · · · ·			• • • • • • • • •		
																7.5 10 12.5 15 17.5 20 22.5 25 25 25 27.5 30 32.5 35 37 5									· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·			• • • • • • • • • • • •		
																7.5 10 12.5 15 17.5 20 22.5 25 27.5 30 32.5 35 37.5 40									· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · ·					
																7.5 - 10 - 12.5 - 15 - 17.5 - 20 - 22.5 - 25 - 27.5 - 30 - 32.5 - 35 - 37.5 - 40 - 42 5									······································	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					
																7.5 - 10 - 12.5 15 17.5 - 20 22.5 - 25 - 27.5 - 30 32.5 - 35 - 35 - 37.5 - 40 - 42.5 - 45									······································	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			•		

Abbildung 8: Idealisierte Breitenverteilung nach Gleichung (6-7) der mittleren Temperatur (y-Achse) $T_{\rm B}$ (durchgehende Linie) und der realen mittleren Jahrestemperaturen (Punkte) als Funktion der in der Einheit rad gegebenen geographischen Breite, Screenshot des Computerbildes, das Kreuz rechts oben ist kein Messpunkt sondern lediglich der Computermauszeiger.

Wie bereits ein erster Blick in einen Weltatlas lehrt, nimmt der reale Temperaturverlauf auf der Erde wesentlich geringer zu den Polen hin ab, als unter der Annahme eines fehlenden Wärmeaustausches zwischen den einzelnen Breitenkreises berechnet. Beispielsweise sollte die 0 °C-Grenze – und damit die ungefähre Lage der nördlichen Eisgrenze der Polkappen – nach dem Modell bereits bei $\varphi = 0.87$ rad = 50° liegen, tatsächlich befindet sich diese Eisgrenze aber deutlich weiter im Norden bei etwa $\varphi = 72^{\circ}$.

Die Tabelle 2 enthält die Langzeitmittel einiger auf der Erde gemessener mittlerer Jahrestemperaturen, die in die Abb. 8 eingezeichnet wurden.

Breitenkreis	mittlere Jahrestemperatur in °C	Ort
0°=0 rad	26	Äquator
25°=0,436 rad	24	Ayn Salih
43°=0,750 rad	16	Rom
54°=0,942 rad	8	Hamburg
77°=1,344 rad	-18	Mould Bay

 Tabelle 2: Mittlere Jahrestemperaturen ausgewählter Orte auf der nördlichen Erdhalbkugel.





Man erkennt anhand der Abb. 8, dass die tatsächlichen Temperaturen in der Nähe des Äquators niedriger als erwartet sind, dafür aber in höheren Breiten deutlich höher als im Modell vorhergesagt. Die Erklärung für diese Tatsache kann nur sein, dass Wärme aus niedrigen Breiten in höhere Breiten transportiert wird.

In der Astronomie ist es keine Seltenheit, dass nur wenige Temperaturmesswerte zur Verfügung stehen, um Rückschlüsse auf den Wärmetransport in einer Atmosphäre zu ziehen. Man muss in solchen Fällen von lokalen Austauschprozessen absehen und die globale Umverteilung der Wärme analysieren. Auch wir können unter vereinfachenden Annahmen die Wärmeumverteilung für die Erde ermitteln.

Dazu betrachten wir den theoretischem und den realen Temperaturverlauf der Abb. 8 vom Äquator bis zu der Stelle, wo sich die Verläufe schneiden. Dies erfolgt etwa bei der geografischen Breite von $\varphi = 0,42$ rad = 24°. Wir können die den äquatornahen Breiten entzogene Wärme auf folgende Weise abschätzen:

Freiäugig bestimmen wir die mittlere *Temperaturabsenkung* der realen gegenüber der theoretischen Kurve für die Breitenzone von $\varphi = 0^{\circ}$ bis $\varphi = 24^{\circ}$ zu etwa $\Delta T = -2K$ (siehe Abb. 9).

8.		÷	÷	6.	14	18	4	44 A			4	2.	<u>i</u>	3	4	T 35	•	4	84	24	2	4	14	124			÷ 41	79			
Ξ.						42		1.4	1	1	÷.	Č4	÷.		y	+ 32.5	43	4	8 4		- A - A	¢.		2.		n	cá	2 E] 4	34	E
ä.,	÷.	2	P	\sim	12.	. .	4	0	•	ц¥	4	94	3	~		- 30	X	1	1.	3 .	•	1	2.	8 .	-						
÷.	11.	÷.		÷.	14		1	54	14	-	4	84.	/_	1	2.	27:5		X	i::	124	-	4	2.2		F		84			1 3	
8.	24		÷	k;		•	~				4	1	Δ	3.	-	725	10		7	194	19	÷	÷.,	<i>:</i> "-	Δ.	Y .	24	8 .	÷.	.	
84		÷.	÷			₽.	4				1		÷.	3	\$	-22.5	4	14	8.	1	-	~	4	-34	4	2	÷.	÷.	-	-	-
112	÷.	-	÷	84		2	3	2.	2.	.1	1.	\mathbb{Z}_2^*	.		di	-20-	3	÷	22	1		4	39	-	-	4	84	÷.	- 20	A	à
64	<u></u>	4	÷	$\mathbb{R}_{\mathbf{f}}$	1.25	4	A.	82	<u>.</u>	1	1	14	1	4	4	+17.5	4	\$	ē.:	3			ii:	<u>,</u> 24		1	-	~	1	+	-
62	÷.	2	ġ.	Š.	83 .	4		62	-	1.	Ż	5		2	3	15.	2.	4	22	24	1			24		÷.	14	<u>.</u>	-		÷
24	2.	4	÷	8.		1	4	24	1	1	÷		24	jê.	4	+12.5	3	4	84	34	48.), 1993	1				÷	÷.	÷.	₽.	4	•
2.	24	5		212				£.,	1.	•	4		2			+10.	. 3		24	ê.,	2	1	2.2		÷.	2		50. 199 .	÷.	\$ 3	÷
24	::•	•	4	Ng.	2 1	<u>.</u>		1	1.	4	÷.	2.2	24		di.	+7.5	÷.	4	å:	34	÷.	4	1.			4	1.		4	2 F	÷
	ेः	•	P					1	1	<u>.</u>	ġ,	82	24	25	S.	45 .	े	÷	34	24	20	ġ.	1	<u>.</u>		a. Ser	34		÷.		2
61	: s.		÷		28 .	÷.	2	1.	÷.	2	4	Ē.		2		+2.5	4	4	2.2	12	.		्य		A	4			3	1	è
-			+	-	- 1	-	+	ſ.,	<u></u>		-		-	-				+	-	-		-	-	{ ,	-		1	-	-	<u> </u>	2
		1 4		-1	9	-1	1	-11	R .	-0.6		-11-	4	-11 2		1.1.1	12		0.4		0.6		0.8	4	1		1 2		1.4	1	f
-1,1	D .	-1,-1			.		1							DyL		+-2.5	Dat							1		-	-				
-1,1	D .	्र	-	مل دی 23	•		1	02	1999 1999	12		82		للولا 2		+-2.5	23L	4	-	ି.	тат С	4	82	1		1			13	<u>.</u> 21 8	-
ا ر1-	D .	аца С. С.		معلمین 23 24	-	- - -	ŀ			2 2 2		20 20 20		2 2 2		+-2.5	23 23 23	100 E.	10 I.	а. Э	с. 2		81 52		-					2 8 22 8	2
ו,1- גי גי	D	2467 25 25 25 25				1	1.	02 52 53 53		2 2 2						+-2,5 +-5 -7,5 +-10	996 21 22		1. 1. 1. 1.						\. \.	1. 1. 1. 1. 1.					
						1	<i>ŀ</i> .									+-2.5 +-5 +-7.5 +-19 +-12.	5.	医电位后							; ; ;						
14 53 53 53 53 53 54 54 54 54 54 54 54 54 54 54 54 54 54						; 	<i>t:</i> :::::::::::::::::::::::::::::::::::				化合合合合				the state of the state of	+-2,5 +-5 +-7,5 +-10 +-12, +-15	5	À	. (C		2 2 2 2 2	بۇ) ()								
			化化化化化化化			 .			"你我的我们的!"		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·					+-2,5 5 7,5 19 12, 15 17,	5. 5.	À	(L		2 2 2 2 2 2 2 2 2))								
						/			· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		医角的的复数形式				的复数能量	+-2,5 5 7,5 19 12, 15 17, 17, 29	5. 5.	A A	(C		5 2 6 5 2 2 2 2 2	بور									
									"你的话,你们的这个		医脑脊髓炎 计分子				医蛋白的复数	2.5 7.5 19 12. 15 17. 29 22.	5 5 5	À.	(L) = = = = = = = = = = = = = = = = = = =		3 3 6 5 2 2 5 5 5 5						1. 建油 建油 建				
						· //			(1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1)	建筑 建合 建 就 建 建					化化化化化化化化化	+-2:5 5 7:5 10 12. 15 17. 20 22. 25	5				2.2.2.2. 2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.2.			12 22 22 22 22 22 22 22 22 22 22 22 22 2			2. 建油料的合物的	「日本の」の「日本の			
									· 如何不能不能不能不能不	建筑建筑建筑建筑建筑					法法法法法法法法法	2,5 7,5 18 12, 15 17, 20 22, 25 27,	5 - 5 - 5 -						10日日 10日日日日日日	1. 一個之民之臣之臣之臣			2. 此后以此的 2.	以此的一些一些一些一些一些一些			
	ADARARARARA														医盐酸医盐酸盐酸盐酸盐	2.5 7.5 10 12. 15 17. 29 25 25 27. 30	5- 5- 5-	.		a a calla a ca	5225 2 255222	k is the left of \mathbf{f}_{0} is the left of \mathbf{f}_{0}	11日本 (二日日日日日日)	1. 一日日日日日日日日日日			2. 法法理法法法 2. 法	大部長之子的人民主任王 王王			
									· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						******	2.5 7.5 10 12. 15 17. 20 22. 25 27. 30 32.	5 5 5 5				5202 % 5222222	ななななななな (1)のななな)	1日日日 うちちちちちちちち					· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	a service of the formation of the format		
		17. """""""""""""""""""""""""""""""""""""							· 他在正正在在这些人的人的是不是是						医生死的的 化化化化化化化化化	2.5 7.5 10 12. 15 17. 20 22. 25 27. 30 32. 35	5 5 5 5		一日二日 三人 日日 二日 二日 二日 二	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	5200 1 1 1 1 2 2 2 2 3 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1		(1) 日本 (二) 日本 (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1)	1. 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一				· 私務委員会 新西西部部 新西部			
	5		· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·						· 他在在在他的人的是在在在我的						人名意斯德达 医马克尔德 化化合金	2.5 5 19 12. 15 17. 20 25 27. 27 39 32. 35 37.	5 5 5 5 5 5		「 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二 二	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	5200 22 50000000000000000000000000000000	to be the first of the	(1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1) (1)	1. 加速在此在在自然的方面的有效				· 加加加 · · · · · · · · · · · · · · · · ·			
		17. 化乙烯酸乙烯酸乙烯医乙烯乙烯							· 如何已经已经已经已经已经已经						· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	2.5 7.5 19 12. 15 17. 29 22. 25 27. 39 32. 39 35 37. 40	5 5 5 5 5 5 5		·注意::::::::::::::::::::::::::::::::::::		5 2 6 5 2 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	化化化化化化化化化 (1) 化化化化	(1) 日本(1) 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1	1. 一個人民主要的自己的自己的				1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1. 1			
	5				in a second the second				· 他送送法法法法法法法法法法法法法法法						医热力能能能能能能能能能能能。	2.5 5 7.5 10 12. 15 17. 20 25 27. 39 32. 33 33 33 33 33 33 3	5 5 5 5 5 5 5 5 5 5		·····································		5 2 2 5 2 2 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5 5	たたたちやたたたのため (2) なかたい	(1) はないのないないないないのです。	·····································				· 在然後, · · · · · · · · · · · · · · · · · · ·			

Abbildung 9: Zur graphischen Bestimmung der mittleren Temperaturabsenkung für die Breitenzone von $\varphi = 0^{\circ}$ bis $\varphi = 24^{\circ}$ und des Anstieges d*T*/d φ im Punkt A ermittelt man zunächst über zwei Hilfsrechtecke die mittleren Temperaturen des realen (2) und des idealisierten (1) Temperaturverlaufes, anschließend deren Differenz, d*T*/d φ ergibt sich als Tangentenanstieg in A. Die Abbildung zeigt die Auswertung eines Studenten, der reale Temperaturverlauf musste zunächst freihändig durch die Messpunkte gezeichnet werden, als Grundlage diente die Abb. 8.





Um eine einheitliche Betrachtung der Energieein- und -austräge in die Geosysteme der Erde zu erlangen, ist es von Vorteil, die je Sekunde und Quadratmeter Erdoberfläche transportierte Wärme zu betrachten. Diese lässt sich nun ermitteln.

Der Geometriefaktor g für einen einzigen Breitenstreifen von $\varphi = 0^{\circ}$ bis $\varphi = 24^{\circ} (\Delta \varphi = 24^{\circ})$ ist

$$g = \frac{(\sin(0,42)\cos(0,42) + 0,42)}{2\pi\sin(0,42)} = 0,31.$$
 (21)

Mit diesem g und der Gleichung (20) lässt sich die Wärmeleistung pro Quadratmeter herausfinden, wenn man das totale Differential dT nach ds bildet, denn wir können unterstellen, dass der Wärmeleistungsentzug in den äquatornahen Gebieten sich gerade so auswirkt, als wäre die Solarkonstante dort um einen negativen Strahlungsantrieb vermindert. Man erhält mit $s = 1370 \text{ Wm}^{-2}$

$$\Delta T = \frac{dT}{ds} \Delta s = \frac{1}{4} \left(g(\varphi) \frac{1.1083}{\sigma} s \right)^{-\frac{3}{4}} \cdot g(\varphi) \frac{1.1083}{\sigma} \Delta s = 0.06 \Delta s \,. \tag{22}$$

Mit $\Delta T = -2$ K folgt daraus für den Strahlungsantrieb $\Delta s = -33$ Wm⁻².

Aus deutlich ausgefeilteren Modellrechnungen erhält man für die breitenabhängige Umverteilung der Wärme auf der Erdoberfläche typische Wärmeflüsse von 20-40 Wm⁻².

Wir haben mit unserer einfachen Analyse also den physikalischen Kern des Problems erfasst und numerisch gut getroffen! Leicht kann man auch die gesamte Wärmeleistung ermitteln, die der äquatornahe Breitenstreifen an weiter nördlich gelegene Gebiete der Erde abgibt.

Die Fläche der abgebenden Region ist nach (16) $A = 2\pi \cdot R^2 \cdot \sin 0.42 = 1.04 \cdot 10^{14} \text{ m}^2$ und somit folgt für die Gesamtwärmeleistung (Wärmefluss)

$$Q = A \cdot \Delta s = 3, 4 \cdot 10^{15} W \,. \tag{23}$$

Der tatsächlich beobachtete Wärmefluss auf der Erde ist für eine Hemisphäre etwa $4-6\cdot 10^{15}$ W.

Vergleichen wir diesen Zahlenwert mit dem für den Golfstrom aus vielen Messungen zur Wassertemperatur und zu den Strömungsverhältnissen erschlossen Wert für dessen Wärmetransport. Der Golfstrom transportiert durch das in der Karibik erwärmte und dann polwärts fließende Wasser rund 10^{15} W Wärmeleistung. Da sind nach unseren Modellschätzungen rund 20 % des gesamten meridionalen Wärmeflusses auf der nördlichen Halbkugel der Erde - in der Tat, ein beachtlicher Anteil!

Literatur

D. G. Andrews: An Introduction to Atmospheric Physics, Cambridge University Press, 2000, S. 6-8.

W. Raith (Hrsg): Erde und Planeten, in: Bergmann Schaefer, Lehrbuch der Experimentalphysik Bd. 7, Walter de Gruyter, Berlin, New York, 1997.

O. Schwarz, Das Konzept des Strahlungsantriebes verstehen. Kosmische Strahlungsantriebe in elementarer Darstellung als Weg zum Verständnis anthropogener Strahlungsantriebe. Naturwissenschaften im Unterricht. Physik, 20 (2009) 111/112, S. 13-19.

O. Schwarz, Die menschliche Zivilisation und das globale Energiegleichgewicht, Praxis der Naturwissenschaften, Physik, 8/55, 2006, S. 2-7. Weltatlas Große Ausgabe: Cornelsen Verlag, Berlin, Ausgabe 1995.