

Vorbei ist nicht einfach nur vorbei

In Bezug zum Beitrag „Marsrover Curiosity sieht Merkur vor der Sonne“, Brennpunkt 1318A in SuW 11/2014, WIS-ID: 1183913

Thomas Jahre



Ein Planetentransit, das Vorbeiziehen eines Planeten vor der Sonne, aber auch eines Exoplaneten vor einem Stern, ist ein sehr seltenes Ereignis. Von der Erde aus sind es nur die Planeten Merkur und Venus, die sich zwischen einem Beobachter auf der Erde und die Sonne schieben können. Das letzte Mal passierte das am 6. Juni 2012. Da zog die Venus vor der Sonnenscheibe vorbei.

Johannes Kepler (1571 – 1630) war es, der als erster die Möglichkeit eines solchen Transits berechnete. Beobachten aber konnte er einen solchen Transit nicht, denn erst 1631 bzw. 1639 fanden diese seltenen Ereignisse statt.

Auf dem Bild sieht man den Venustransit vom 8. Juni 2004, aufgenommen auf dem Schulhof des Chemnitzer Schulmodells durch Thomas Jahre.

Am 3. Juni 2014 wurde zum ersten Mal ein Transit eines Planeten, des Merkurs, vom Mars aus beobachtet. Der Marsrover Curiosity konnte Bilder dieses bisher einmaligen Ereignisses zur Erde senden.

Im folgenden Beitrag geht es vor allem um die historische Bedeutung der Transite der Venus in den Jahren 1761 und 1769. Zielgruppe sind Schüler der Klassen neun und zehn. In den Text sind Aufgaben eingebunden.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Geschichte der Astronomie, Positions-astronomie	Entfernungsermittlung, Umlaufzeiten von Plane-ten Sonnensystem, keplersche Gesetze
Fächerverknüpfung	Astro-Mathematik, Astro-Geschichte	Berechnung von Dreiecken, Einordnung der Forschungsexpeditionen in den Kontext der Zeit (insbesondere die Rolle der Frauen)
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen und Erkenntnis-gewinnung)	Planung, Exaktheit, Einbeziehung vielfältiger Quellen, Übertragung von erworbenem Wissen auf neue Aufgabenstellungen

Die Entfernungen zu den Himmelskörpern zu bestimmen, das blieb den Astronomen sehr lange versagt. Winkel zwischen den Gestirnen zu messen war hingegen recht einfach. Der Aufwand, möglichst genaue Winkelmesser zu bauen, war zu Beginn der astronomischen Forschung sehr groß. Eine der Varianten war die Verwendung sehr großer Winkelmesser, die meist in gemauerter Form errichtet wurden. Auch Astrolabien und damit verwandte Geräte wurden genutzt.

Eine der ersten Berechnungen, die sich auf Entfernungen im Sonnensystem bezog, war die von Aristarch von Samos (etwa 310 v. Chr. auf Samos - etwa 230 v. Chr.). Er ging folgendermaßen vor: Bei Halbmond bilden Erde, Mond und Sonne ein rechtwinkliges Dreieck. Er bestimmte den Winkel zwischen Mond-Erde-Sonne zu rund 87° . Daraus leitete er ab, dass der Abstand Sonne-Erde rund 19-mal so groß sei wie der Abstand Erde-Mond. Seine weitergehenden Schlussfolgerungen waren: Die Sonne ist deutlich größer als die Erde und daher müsste die Erde um die Sonne kreisen und nicht umgekehrt. Da andererseits keine Sternparallaxe zu beobachten sei, müssten die Sterne sehr weit weg sein.

Auftrag 1:

- Fertige eine Zeichnung des Dreiecks Erde-Mond-Sonne für die Halbmondstellung an.
- Wie kommt Aristarch zu dem Ergebnis, dass die Sonne 19-mal weiter von Erde weg sei als der Mond?
- Welchen Winkel hätte Aristarch ermitteln müssen, um zu zeigen, dass die Sonne 400-mal weiter weg ist als der Mond?
- Ist der Versuch von Aristarch heute viel einfacher durchzuführen? Finde Argumente pro und contra.

Ein weiteres wichtigen Ergebnis für die Geographie, aber eben auch für die Astronomie war die Bestimmung der Größe der Erde durch Eratosthenes (etwa 274 – 194 v. Chr.).

Auftrag 2:

Eratosthenes ließ die Entfernung zwischen Alexandria und Syene (heute Alexandria) vermessen. Sein Wert betrug 5000 Stadien. Dazu stellte er fest, dass ein Schattenstab in Alexandria zur Mittagszeit einen Schatten warf, der einem Sonnenwinkel von $1/50$ des Vollwinkels entsprach, während in Syene die Sonne senkrecht stand – also beim Winkel Null. Eratosthenes ging davon aus, dass Syene genau südlich von Alexandria sei und dass die Strahlen der Sonne parallel seien.

- Wie hängen die Nord-Südausrichtung mit dem Begriff Meridian zusammen?
- Fertige eine passende Zeichnung zu dem „Versuch“ des Eratosthenes an.
- Wie groß ist der Erdumfang, den Eratosthenes ermittelt hat?
- Finde mit Hilfe eines Atlas einen Ort, der genau südlich oder nördlich bezüglich deines Heimatortes liegt. Die Entfernung sollte so groß sein, dass der historische Versuch nachgestellt werden könnte.

Eine weitere wichtige Voraussetzung für astronomisch-geographische Berechnungen war die Entwicklung der sphärischen Geometrie, die Geometrie auf der Kugel. Eine der ersten Zusammenstellungen von Lehrsätzen dieses Teiles der Geometrie stammt aus der Zeit um 100 v. Chr. und wurde von Theodosios von Pitane verfasst. Diese Lehrsätze waren sehr anwendungsorientiert und damit zugleich grundlegend für die Navigation, aber auch für die Berechnungen von Entfernungen auf der Erde, sowie für die Anfertigung von Sternkarten, die Übertragung von Sternörter an der „scheinbaren“ Himmelskugel auf ebene Karten.

Auftrag 3:

- Wie lässt sich die kürzeste Verbindung zwischen zwei Orten auf der Erde bestimmen? Gehe dabei von der Kugelgestalt der Erde aus, wie es Eratosthenes getan hat.
- Nutze die Antwort, um deine errechnete Entfernung zum Ort aus Auftrag 2 mit dem realen Wert zu vergleichen.

Mit dem seinem 3. Gesetz ($\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}$) machte Kepler (1571-1630) einen weiteren entscheidenden Schritt zur Vermessung des Sonnensystems. Wie die Umlaufzeit der Planeten zu ermitteln ist, war schon vor Kepler bekannt. Er aber konnte nun die Abstände Sonne-Planet mit den Umlaufzeiten in Verbindung bringen. Allerdings blieb es bei einer mit Aristarch vergleichbaren Situation. Die Entfernungen ließen sich beispielsweise als „dreimal so weit wie“ ermitteln, aber konkrete Entfernungen fehlten noch.

Auftrag 4:

- Die Erde benötigt rund 365 Tage für einen Sonnenumlauf, der Mars 687 Tage. Berechne das Verhältnis der beiden Halbachsen der Planeten.
- Im Zusammenhang mit den Berechnungen sind die Beobachtungen der Planetenorte wichtig. Zwei der besonderen „Orte“ tragen die Namen Opposition und Konjunktion. Finde heraus, was mit diesen Begriffen gemeint ist.
- Erstelle ein Poster, auf welchem die Planetenorte erkennbar sind. Gehe insbesondere auf Unterschiede zwischen inneren und äußeren Planeten ein.

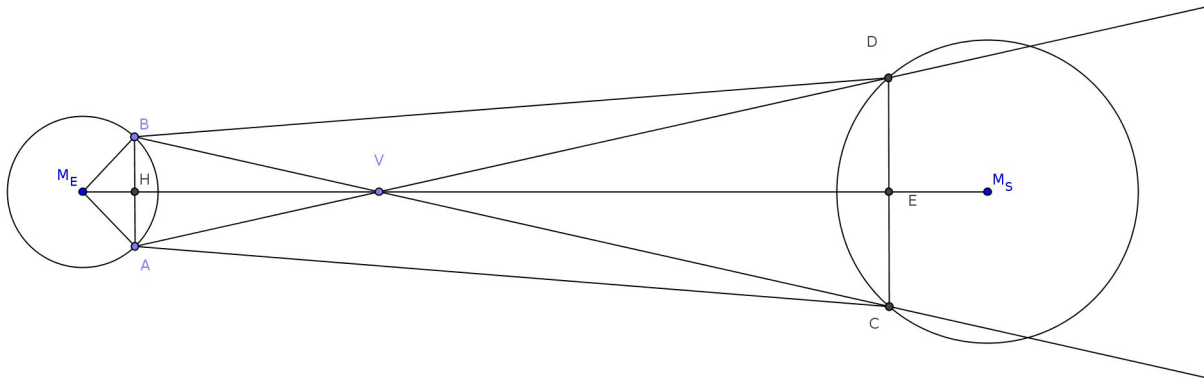
Nicole-Reine Lepaut, Jérôme Lalande und Alexis Clairaut berechneten in den Jahren 1757/58 die Bahnen des Halleyschen Kometen auf den Basis des Gravitationsgesetzes von Newton. Ihre Ergebnisse zeigten Übereinstimmung von Gesetz und Beobachtung. Dieser Erfolg führte dazu, dass die drei Astronomen den Venustransit von 1761 und den von 1769 zur Grundlage der Ermittlung der astronomischen Einheit – der Entfernung von Erde-Sonne – machen wollten. (Eine Anregung dazu hatte Halley schon im Jahr 1716 gegeben.)

Ihre Überlegung war, dass man von vielen Orten der Erde aus dem Durchgang der Venus vor der Sonnenscheibe beobachten sollte. Mit den Beobachtungen der Zeitdauer des Transits, dem Wissen der Koordinaten der Beobachtungsorte und der Ausnutzung des dritten keplerschen Gesetzes, sollte es möglich sein, die Entfernung von Sonne und Erde konkret zu ermitteln.

Es wurde eine bis dahin beispiellose internationale Zusammenarbeit verschiedener Wissenschaftler

organisiert. Beobachtungen sollten in der Südsee, in Europa, an den Küsten Afrikas, in Nordamerika und in den Weiten Russlands durchgeführt werden. Literarische Beschreibungen dieses gigantischen Unternehmens finden sich in „Rendezvous mit Venus“ von Luminet, aber auch in „Venuspassage“ von Schröter.

Die Ergebnisse von 1761 waren nicht so gut wie erhofft, die Beobachtungsorte waren nicht immer rechtzeitig erreicht worden oder die Beobachtungen vor Ort waren witterungsbedingt sehr schwierig bis unmöglich gewesen. Hinzu kam, dass die Zeit für den eigentlichen Transit nicht so einfach zu ermitteln gewesen war (und auch heute durchaus noch ist). Das „Tropfenphänomen“ machte die genaue Zeitmessung schwierig. Erst die Auswertung aller Daten von 1761 und 1769 führte zu einem brauchbaren Wert von etwas mehr als 150 Millionen Kilometer.



Die Zeichnung zeigt eine vereinfachte – nicht maßstabsgerechte – Rekonstruktion vieler Beobachtungen. (Als Sonnenparallaxe ist der Winkel $M_E V B$ anzusehen.)

Lalande ermittelte aus den Daten einen Winkel von 8,59 Bogensekunden, Pingré errechnete den Wert mit 8,80 Bogensekunden.

Auftrag 5:

Versuche die folgende vereinfachte Beispielrechnung nachzuvollziehen.

Die Rechnung basiert auf dem Strahlensatz. A steht für Paris und B für Kiew, so dass die Entfernung von A nach B mit 2050 km errechenbar ist. Die Variable v steht für die Entfernung Venus-Sonne, e für die gesuchte Entfernung, den Abstand Erde-Sonne, Erde-Venus ist dann $e-v$. Der Winkel Alpha (Winkel CBD) ist ermittelt worden mit $7,37''$.

$$\frac{\overline{AB}}{e-v} = \frac{\overline{DC}}{v} \quad \text{Strahlensatz Teil 2}$$

Wegen $\alpha \ll 1'$ kann $\tan a = \frac{\overline{DC}}{e}$ gesetzt werden

$$\frac{\overline{AB}}{e-v} = \frac{e \cdot \tan a}{v}$$

$$v \cdot \overline{AB} = e \cdot \tan a (e-v)$$

$$e = \frac{v \cdot \overline{AB}}{\tan a \cdot (e-v)} \quad v \text{ im Nenner ausklammern}$$

$$e = \frac{v \cdot \overline{AB}}{v \cdot \tan a \cdot \left(\frac{e}{v} - 1\right)}$$

$$e = \frac{\overline{AB}}{\tan a \cdot \left(\frac{e}{v} - 1\right)}$$

Nun wird das dritte Keplersche Gesetz genutzt:

$$\frac{a_e^3}{a_v^3} = \frac{T_e^2}{T_v^2} \quad \text{in guter Näherung wird das zu:}$$

$$\frac{e^3}{v^3} = \frac{T_e^2}{T_v^2}$$

$$\left(\frac{e}{v}\right)^3 = \frac{T_e^2}{T_v^2}$$

$$\frac{e}{v} = \sqrt[3]{\frac{T_e^2}{T_v^2}}$$

mit $T_e = 365,25$ Tage und $T_v = 224,7$ Tage

$$\frac{e}{v} = 1,382477$$

$$e = \frac{2050 \text{ km}}{\tan 7,37'' \cdot (1,382477 - 1)}$$

Der Wert die Entfernung Erde-Sonne ergibt sich damit zu rund 150 Mio. km.

Zum Abschluss noch zwei Bilder – erstellt mit dem Programm „Stellarium“. Sie zeigen den Himmelsanblick vom Mars aus. Das erste zeigt den Merkurtransit vom 3. Juni 2014. Das zweite zeigt den Transit der Erde, die am 10. November 2084 vor der Sonnenscheibe vorbei ziehen wird.

