

„Mondfinsternisse finden genau bei Vollmond statt“ – von wegen!

Motivation durch kognitive Dissonanz – ein Erfahrungsbericht

In Bezug auf: »Aktuelles am Himmel« in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 10/2018,
Zielgruppe: Oberstufe, WIS-ID: 1421016

Dr. Daniel Ahrens

Es ist beunruhigend, ja geradezu verstörend, wenn man feststellt, dass etwas zweifelsfrei für richtig Gehaltenes ganz offensichtlich falsch ist. So erging es dem Verfasser, als ihm anlässlich des „Blutmondes“ im Juli 2018 auffiel, dass – völlig anders als erwartet – die Zeitpunkte von Vollmond und der Mitte der Mondfinsternis nicht exakt zusammenfallen. Diese [kognitive Dissonanz](#) erzeugte einen höchst motivierenden „Denkdruck“, der z. T. überraschende Erkenntnisse zu Tage förderte.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Physik	Mechanik, Optik	Winkelgeschwindigkeit, Lichtgeschwindigkeit
Astronomie	Positionsastronomie	Mondfinsternis, Mondbahn, Syzygien (Vollmond, Neumond), Mondknoten, Ekliptik, Lichtlaufzeit, Äquatorkoordinaten, Ekliptikkoordinaten
Didaktik	Erkenntnisgewinnungskompetenz, Lernpsychologie, Stundenplanung	Kognitive Dissonanz , Sachanalyse , Fehlvorstellungen , Unterrichtseinstieg , Motivation



Der „Blutmond“ am 15. Juni 2011.

© NASA, https://www.nasa.gov/sites/default/files/thumbnails/image/edu_lunar_eclipse_large.jpg

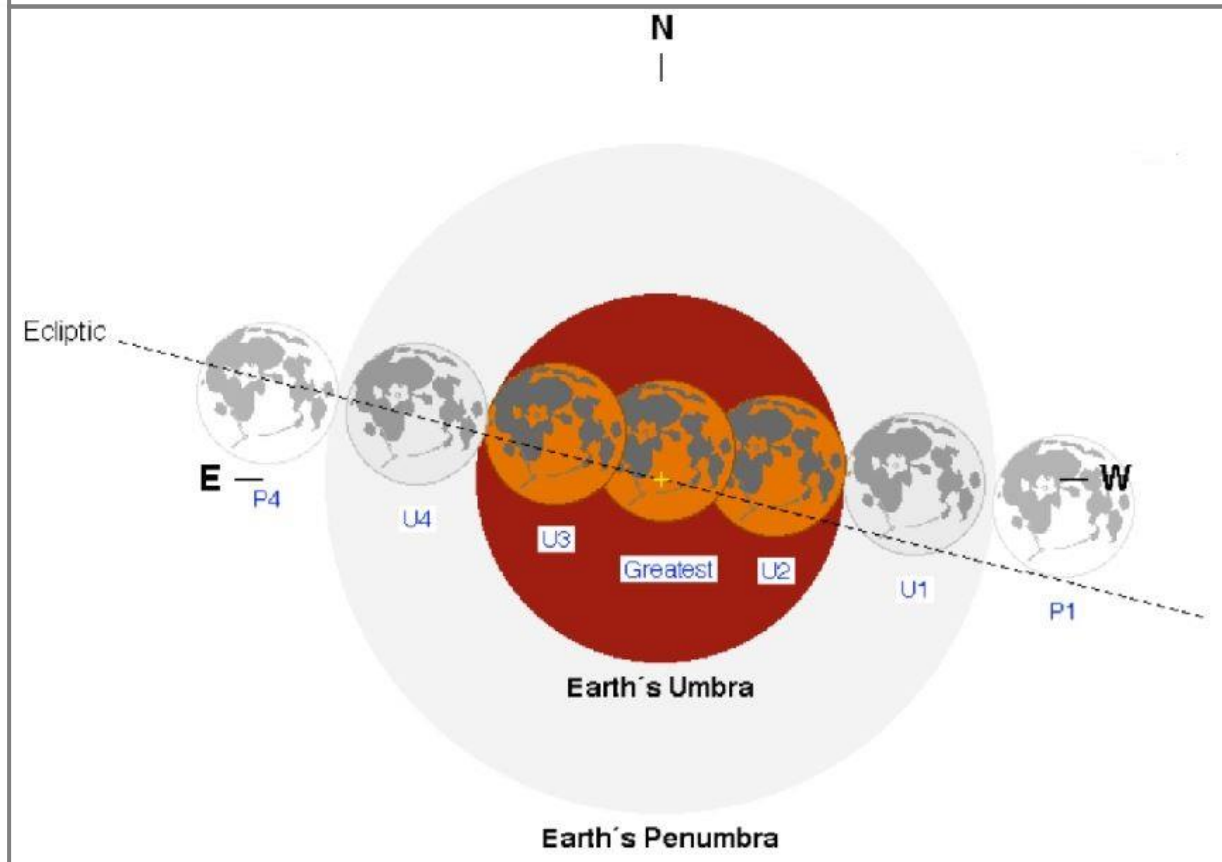
Inhalt

I. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

II. „Mondfinsternisse finden genau bei Vollmond statt“ – von wegen!

1. Akt I des Erkenntnisdramas
2. Akt II des Erkenntnisdramas mit kurzem Zwischenspiel
 - a) Anlauf
 - b) Zwischenspiel
 - c) Denkweg zur Lösung
 - d) Endspurt

III. Nachbemerkung: Motivation durch kognitive Dissonanz



Mondfinsternis am 27.07.2018.

© NASA/F.Espenak, public domain, <https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEplot/LEplot2001/LE2018Jul27T.pdf>

I. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

Der vorliegende Text stellt keinen Unterrichtsvorschlag dar; ihm fehlen didaktische wie auch methodische Überlegungen, erst recht Arbeitsblätter mit Aufgaben für SuS. Stattdessen setzt er eine Ebene tiefer an, nämlich bei der **Sachanalyse der Thematik**, die ja jedem Unterricht zu Grunde liegt und zeitlich der methodisch-didaktischen Planung vorausgeht.

Er tut dies aber nicht auf lehrbuchartige Weise, sondern berichtet von einem recht emotionalen Erkenntniserlebnis des Autors. Dabei lässt er **auch Fehlüberlegungen** und die Diskussion falscher Hypothesen nicht aus. Das scheint mir für eine Unterrichtsvorbereitung durchaus hilfreich zu sein, denn es reicht für uns Lehrende – anders als bei Wissenschaftler(inne)n – ja nicht aus, den richtigen Weg zu kennen; vielmehr müssen wir uns auch mit naheliegenden Fehlwege, Sackgassen und Umwege einer wissenschaftlichen Frage vertraut machen, um unsere SuS sicher auf ihrem Erkenntnisweg begleiten zu können.¹

Vor allem aber will der vorliegende Bericht den Lesenden das Potential eines **emotionalen Unterrichtseinstiegs** vor Augen führen. Dabei ist nicht der „Wow-Effekt“ gemeint, der Staunen hervorruft, also z.B. ein spektakuläres Experiment o.ä., sondern es geht um die Erfahrung, die durch die Feststellung ausgelöst wird, dass etwas, das man nie in Frage gestellt hat, ganz offensichtlich falsch ist. Dieses Erlebnis ist sehr emotional, es ist beunruhigend, aufregend, ja geradezu verstörend. Schließlich steht unsere Denksicherheit auf dem Spiel, und das ist für die meisten von uns erschütternd. Dieser Einstieg erzeugt eine Sogwirkung ins eigene Denken und einen Denkdruck, dem man sich nur schwer entziehen kann. In der Naturwissenschaftsdidaktik spricht man in solchen Fällen von „**Kognitiver Dissonanz**“ und weiß um ihr didaktisches Potential.

Es kann im Unterricht durch die Erzeugung eines solchen „Hä?-Effekts“ gelingen, dass nicht die Lehrkraft, sondern ausschließlich das Phänomen ein Problem aufwirft, dass also nicht die Lehrkraft fragt, sondern dass *sich eine Frage stellt*. Dabei sollte es um eine bewegende Frage gehen. „Bewegend im Sinne von beunruhigend, und deshalb das Denken in Bewegung setzend, motivierend.“² Das führt zu einer Unmittelbarkeit, die wir sonst im Unterricht nicht allzu oft erleben. Fast immer stehen wir Lehrenden ja zwischen der kulturellen Bildungswelt und den SuS, sind Motivatoren und Antreiber und „Aufrechterhalter“ des Lernprozesses. Kognitive Dissonanzen erzeugen nun einen motivationalen Sog in die Frage bzw. das Problem hinein, der nicht vom Lehrenden ausgeht. Der Denk- und Lernfluss kommt durch diesen Sog zustande, nicht durch Lehrerinnen und Lehrer. Letztere bilden eher die „Ufer“, zwischen denen der Verstehensprozess, möglichst allein vom Problem getrieben, abläuft. Zugegeben, nichts für jeden Tag und jede Unterrichtsstunde, aber spannend genug, ausprobiert zu werden!

Der Autor kann im Nachhinein jedenfalls bestätigen, dass die selbst und unfreiwillig erlebte kognitive Dissonanz einen Denkdruck erzeugt, gegen den man sich praktisch nicht wehren kann, der mitunter nur schwer auszuhalten ist und vor allem einen erstaunlichen Schwung auslöst. So geht er davon aus, dass die Lektüre Lehrende nicht unbeeinflusst lässt und sie hinsichtlich des beschriebenen Phänomens und des didaktischen Potenzials kognitiver Dissonanzen anregt. Der vorliegende Text ist – mit einem Reisebericht oder dem Erfahrungsbericht aus einem Kochkurs vergleichbar – quasi ein „appetizer“.

¹ Statt mit einem linearen Erkenntnisweg sollte man sich – um im Bilde zu sprechen – so oft wie möglich mit der thematischen Landschaft des Themas vertraut machen (einschließlich alternativer Routen, Gletscherspalten, Abgründe, Abkürzungen etc.).

² Wagenschein (1968): Zum Problem des Genetischen Lehrens. In: Verstehen lehren, S. 87.

II. „Mondfinsternisse finden genau bei Vollmond statt“ – von wegen!

1. Akt I des Erkenntnisdramas

Mit Interesse habe ich vor einiger Zeit in SuW 7/2018 den Artikel über die anstehende Mondfinsternis am 27. 07. 2018 gelesen und mir die Kontaktzeiten der Finsternis notiert. Nach der vollständigen Lektüre des Heftes blieb mein Blick auf dem Zeitpunkt der Mitte der Finsternis haften: 22:21 Uhr. Hatte ich nicht eben noch in der Rubrik „Astronomische Ereignisse“ gelesen, dass am 27. 07. 2018 um 22:20 Uhr Vollmond sei? Eine kurze Überprüfung zeigte: ich hatte mich nicht getäuscht; die beiden Angaben differieren um eine Minute. Merkwürdig. Beziehen sich beide Angaben auf den gleichen geografischen Ort? Na klar, die Werte sind ja in Zonenzeit MESZ angeben, daran kann's nicht liegen. Vermutlich hat sich einfach jemand vertippt, denn eine Mondfinsternis findet ja nun mal bei Vollmond statt und zwar *genau* bei Vollmond. Also rasche Recherche im Netz. Ups, auch dort die Differenz von einer Minute. Das ist zwar nicht viel, halt eine Minute. Auf die kommt es mir beim Beobachten gar nicht an, aber das ist hier nicht der Punkt. Hier geht es um etwas anderes, etwas sehr Grundsätzliches, und das macht die Zeitdifferenz so beunruhigend. Es geht um die Sache, es geht um mein Wissen, auf das ich mich verlasse, es geht um mein Vertrauen in die Naturwissenschaft.

Was ist hier los??? Bei Vollmond stehen Erde, Mond und Sonne in einer Linie; in diesem Moment muss doch dann auch die Mitte der Finsternis (wenn denn eine eintritt) erreicht sein; wann denn sonst? Meine Stirn legt sich in tiefe Falten, der Blick wird starr. Also rasch eben rekapitulieren, was ich über Syzygien (Neumond/Vollmond) und Finsternisse weiß (ich korrigiere in Gedanken: „zu wissen glaube“, da scheint ja was faul zu sein): Jeden Monat befindet sich der Mond einmal in Opposition und einmal in Konjunktion zur Sonne, dann haben wir Voll- bzw. Neumond. Wäre die Mondbahn nun nicht zur Ekliptik geneigt (es sind ca. 5°), würde es in diesen Momenten auch jeweils zu Finsternissen kommen. Wegen der genannten Neigung entstehen Finsternisse aber nur recht selten, nämlich nur dann, wenn sich die Sonne bei Voll- bzw. Neumond nahe einem der beiden Schnittpunkte von Mondbahn und Ekliptik, den sogenannten Mondknoten, befindet. Soweit klar und logisch; wo also ist der Fehler, wo kommt die Minute Differenz her? Nochmal bei den Profis nachschauen; ich rufe die Finsternisseite der NASA auf (<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/lunar.html>) und sehe, wie befürchtet: unterschiedliche Zeitangaben für Vollmond und die Mitte der Finsternis.

Total Lunar Eclipse of 2018 Jul 27

Ecliptic Conjunction = 20:21:30.3 TD (= 20:20:19.6 UT)

Greatest Eclipse = 20:22:54.3 TD (= 20:21:43.5 UT)

<https://eclipse.gsfc.nasa.gov/LEplot/LEplot2001/LE2018Jul27T.pdf>

Diese Differenz von einer Minute widerspricht allem, was ich über Finsternisse gelernt habe und zu wissen meine. Ich bin zunehmend beunruhigt und diagnostiziere eine „**kognitive Dissonanz**“. Was ich bislang nur als Begriff aus der fachdidaktischen Literatur kannte, erlebe ich nun am eigenen Leib, und zwar derbe. Ich spüre aber auch das Potential eines solchen Erlebnisses, die Sogwirkung ins eigene Denken, den Denkdruck, den die Frage nach der merkwürdigen Differenz auslöst. Wir haben es hier nicht nur mit einem *erstaunlichen* Phänomen zu tun (davon haben wir in den NW ja reichlich), sondern mehr, mit einem beunruhigenden, ja geradezu verstörenden Phänomen. Es entzieht mir die Sicherheit, das Vertrauen in mein Wissen wankt. Ich kann doch nicht jahrelang mit einer solch eklatanten Fehlvorstellung durchs Leben gegangen sein (und dabei reichlich Astronomie unterrichtet haben). Finsternisse und Mondphasen sind doch das „kleine Einmaleins“ eines Physik- und Astronomielehrenden.

Versuche, diese zeitliche Differenz zwischen Vollmond und Mitte der Finsternis zu googeln, scheitern; nix zu finden. Schnell erzeugt diese kleine Minute ein großes, nur schwer auszuhaltendes Bedürfnis nach Aufklärung. **Kognitive Dissonanzen** als Einstieg ins *eigene* Denken. **Na dann mal los!**

Was könnte den Moment des Vollmondes denn von dem der Mondfinsternis unterscheiden? Erstmal: große Leere; keine Idee in Sicht, noch nicht mal am Horizont. Dann taucht in meinem Gehirn ein vorsichtiger Gedanke auf: Könnte es etwas mit der Laufzeit des Lichts zu tun haben? Unser Blick an den Himmel ist ja immer ein Blick in die Vergangenheit, beim Mond um etwas mehr als eine Sekunde, bei der Sonne um mehr als acht Minuten. Während nun der Vollmond als Position zweier Himmelskörper definiert ist, die sich auf der Himmelskugel gerade gegenüberstehen, handelt es sich bei der Finsternis ja um ein beobachtbares Phänomen, bei dem nicht die wirklichen, physikalischen Positionen von Sonne und Mond entscheidend sind, sondern die scheinbaren, von der Erde aus sichtbaren. Der Zeitpunkt für eine Finsternis muss also so angegeben werden, dass die Finsternis in diesem Augenblick von der Erde aus beobachtbar ist, wann auch immer sie tatsächlich stattgefunden hat! Die vergleichsweise lange Lichtlaufzeit des Sonnenlichts könnte bei meinem Problem also wirklich eine Rolle spielen.

Aber Schritt für Schritt.

Ich beginne mit dem Vollmond. In diesem Augenblick müssen sich Sonne und Mond auf der Ekliptik gerade gegenüberstehen, sich in ihren ekliptikalischen Längen also um 180° (bzw. 12 h) unterscheiden. Um wirklich sicher zu sein, überprüfe ich das rasch mit der Planetariumssoftware *stellarium*. In der Tat gilt im Augenblick des Vollmondes: $\lambda_M = \lambda_S + 180^\circ$.

Während bei der Zeitangabe für den Vollmond nun wichtig ist (so meine Überlegung), wo die beiden Gestirne tatsächlich sind, ist bei der Zeitangabe für die Mondfinsternis entscheidend (so mein hoffnungsvoller Gedanke), wie das Ganze von der Erde aus betrachtet aussieht. Da wir die Sonne dort am Himmel sehen, wo sie sich vor 8,3 Minuten befand, sehen wir eine Finsternis also auch später als sie in Wirklichkeit stattgefunden hat.

Mal schauen, ob sich die Minute Differenz so erklären lässt. Ich überschlage grob: Die Sonne benötigt für eine Runde durch die Ekliptik 365,25636042 Tage, besitzt also eine mittlere Winkelgeschwindigkeit von $0,0006845^\circ/\text{min}$, wodurch die am Himmel sichtbare Sonne

$$(1) \quad 8,3 \text{ min} \cdot 0,0006845^\circ/\text{min} = 0,0057^\circ$$

auf der Ekliptik hinter der wahren Sonne herhinkt. Die wahre Sonne ist immer schon $0,006^\circ$, also etwas mehr als 20 Bogensekunden ($20''$) weiter auf der Ekliptik (also östlicher am Himmel) als die für uns sichtbare Sonne (vgl. Abb. 1).

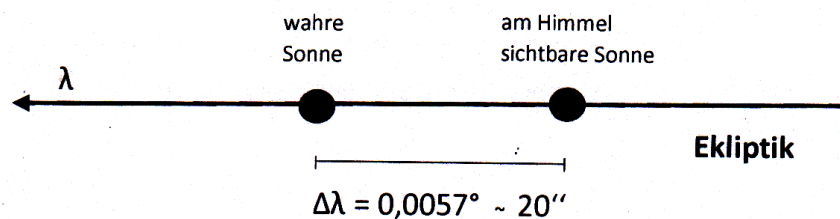


Abbildung 1: Winkelabstand zwischen den Richtungen zur Sonne bei Aussendung und Beobachtung eines Photons.
© Daniel Ahrens

Heißt: Wenn wir die Mitte einer Finsternis sehen, ist sie „in Wirklichkeit“, also physikalisch betrachtet, bereits vorbei. Wie lange? Vielleicht eine Minute? Bange Hoffnung macht sich breit. Wieder rasch überschlagen: Wie viel Zeit vergeht, bis der Mond mit seiner mittleren Winkelgeschwindigkeit von $0,00915^\circ/\text{min}$ die $20''$ Vorsprung der Sonne eingeholt hat? Achtung, nicht voreilig einfach mit Dreisatz rechnen. Die Sonne bzw. das Zentrum des Erdschattens bewegt sich ja auch, man muss also mit der Relativgeschwindigkeit zwischen Mond und Sonne (Mitte des Erdschattens) rechnen:

$$(2) \quad \Delta t = 0,00574^\circ / (\omega_M - \omega_S) = 0,674 \text{ min} = 40 \text{ s.}$$

[zurück zum Anfang](#)

Während man also den Mond im Zentrum des Erdschattens sieht (und das Ganze als *Mondfinsternis* bezeichnet), ist der Erdschatten weitergewandert. Seine Oppositionsstellung (die wir als *Vollmond* bezeichnen) hat also bereits stattgefunden und zwar vor knapp einer Minute (vgl. Abb. 2).

In meinem Gehirn werden Endorphine ausgeschüttet, das fühlt sich gut an. Die errechneten 40 Sekunden passen überschlagsmäßig gut zu den etwa 83 Sekunden, die von der NASA als Differenz zwischen Vollmond und Mitte der Mondfinsternis angegeben werden. Mit dem Unterschied von 43 Sekunden kann ich leben, schließlich habe ich bei den Winkelgeschwindigkeiten mit Mittelwerten gerechnet, und die Abweichungen von diesen sind bei der Sonne und vor allem dem Mond ja bekanntermaßen recht hoch.

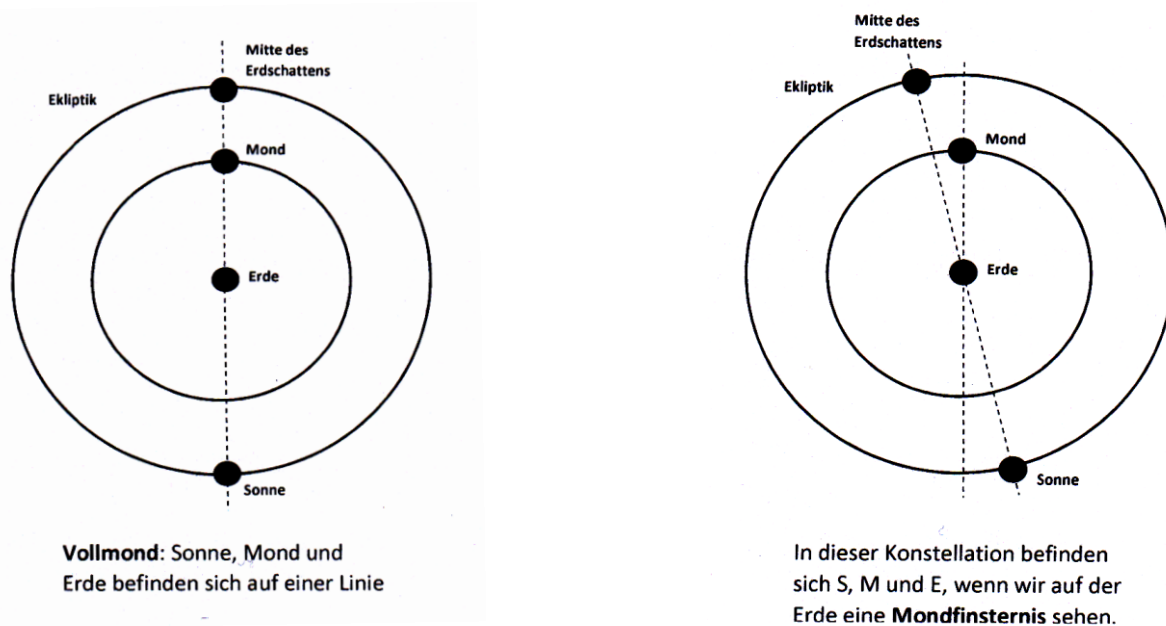


Abbildung 2: Bild zu Akt I des Erkenntnisdramas: „Auf einer falschen Fährte“. © Daniel Ahrens

Auch das Vorzeichen passt: erst der Vollmond, dann die Mondfinsternis. Problem gelöst, super! Nicht schlecht, denke ich, und lehne mich entspannt und auch ein bisschen stolz zurück.

2. Akt II des Erkenntnisdramas

a) Anlauf

Was mich veranlasst hat, noch einmal die Finsternisseite der NASA zu besuchen, weiß ich heute nicht mehr zu sagen. Vielleicht wollte ich rasch checken, ob das auch bei den Sonnenfinsternissen gilt und dann das Ganze in die Schublade der erfolgreich gelösten Aufgaben bzw. Rätsel packen. Jedenfalls belehrt mich bereits ein Klick auf die nächste Mondfinsternis am 21. 01. 2019 eines besseren, sie weist eine Zeitdifferenz zwischen Vollmond und Mitte der Finsternis von knapp 4 min auf und das noch in umgekehrter Reihenfolge: erst Finsternis, dann Vollmond. Weder Betrag noch Vorzeichen meiner Überlegungen stimmten offenbar. Verdammt, was ist denn hier los? Erschüttert klicke ich Dutzende von Finsternissen durch. Mal sind es drei Minuten Differenz, mal sieben oder gar dreizehn, mal findet die Finsternis *vor* dem Vollmond statt, mal *hinterher*. Die Idee mit der Lichtlaufzeit war offensichtlich Unsinn; weder der Betrag noch das wechselnde Vorzeichen lassen sich dadurch erklären. Ich habe das Rätsel offenbar keineswegs gelöst. Jetzt bin ich wirklich ratlos – und übrigens auch kurz davor aufzugeben. Doch rasch kehrt mein Forscherehrgeiz zurück: jetzt will ich es aber wirklich wissen!

[zurück zum Anfang](#)

Offenbar muss man ganz von vorne anfangen, von Grund auf nachdenken, mit dem Fundament beginnen. Wie sind Mondfinsternis und Vollmond „offiziell“ definiert? Deutlich verunsichert verlasse ich mich nicht mehr auf mein Wissen, sondern recherchiere. Beim Vollmond hilft Wikipedia weiter und bestätigt meine oben genannte Vermutung. Bei Vollmond unterscheiden sich die ekliptikalen Längen von Sonne und Mond um 180° , beide stehen also bezüglich der Ekliptik einander gegenüber. Dabei besitzt die Sonne natürlich eine (vom Erdmittelpunkt aus betrachtet) ekliptikale Breite von $\beta = 0^\circ$, der Mond dagegen hat bei Vollmond eine ekliptikale Breite von bis zu ca. $5,2^\circ$. Ist die Breite im Moment des Vollmondes klein, taucht der Mond in den Erdschatten ein, wir sehen eine Finsternis. Ist dies nicht der Fall, ist zwar Vollmond, aber keine Finsternis. Gut, Vollmond geklärt. **Aber Moment mal ...**

b) Zwischenspiel

Das heißt ja – so wird mir klar –, dass der Vollmond zwar Vollmond heißt, aber eigentlich gar keiner ist. Denn der Mond weicht leicht von der Verbindungslinie Erde – Sonne ab, wir können also seine beleuchtete Hälfte nicht wirklich komplett sehen (wir schauen ja gar nicht frontal darauf). Und schon nimmt meine Aufregung wieder zu. Offenbar sind unsere Syzygien eigentlich gar keine. Ja, per Definition schon, in Wirklichkeit aber eben nicht. Der Vollmond wäre nur dann *wirklich* voll, wenn wir 100 % seiner beleuchteten Hälfte sehen können, das ist aber nur der Fall, wenn er gemeinsam mit Sonne und Erde auf einer Linie steht. Dann ist aber Finsternis und wir können ihn nicht in voller Pracht, sondern nur als rostigen „Blutmond“ wahrnehmen. Einen echten Vollmond (ohne Finsternis) kann es also gar nicht geben, mal ganz abgesehen davon, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die Finsternis (bzw. der Vollmond) genau dann stattfindet, wenn die Sonne exakt im Mondknoten steht, sehr sehr klein ist. Wer weiß, ob das in der Erde-Mond-Geschichte überhaupt jemals stattgefunden hat.³ Wenn wir von Vollmond sprechen, meinen wir also eine Beleuchtungsstärke, die sehr nahe an 100% liegt, die 100 % aber nicht erreicht. Für das menschliche Auge ist der Unterschied nicht wahrnehmbar, was diese Erkenntnis aber physikalisch natürlich nicht falsch macht.

Verblüffende Erkenntnis, sozusagen *by the way*: Anders als vorhin noch rekapituliert, sind nicht die Syzygien häufig und die Finsternisse selten, sondern andersherum: echte Voll- und Neumonde sind höchst selten und dann noch anders anzuschauen als die „Fast-Syzygien“, die wir Monat für Monat sehen. Der „echte Vollmond“ ist (im Rahmen einer Mondfinsternis) nur extrem schwach und rötlich zu sehen, kein „Extremvollmond“. Der „echte Neumond“ ist (im Rahmen einer totalen Sonnenfinsternis) nicht unsichtbar wie sonst, sondern quasi „sichtbar“ (als dunkle Scheibe mit koronalem Kranz).

c) Denkweg zur Lösung

Zur Befriedigung ob dieser für mich merkwürdigen, aber sehr erhellenden Erkenntnisse gesellt sich allerdings rasch das ungute Gefühl, hinsichtlich meines eigentlichen Problems noch keinen Millimeter vorangekommen zu sein. Es wurmt, dass die Minute Differenz noch immer „frei herumlaufen darf“. Ich muss mich also jetzt dringend um die Finsternisse kümmern.

Manchmal nähert man sich der Lösung von Problemen Schritt für Schritt an, in anderen Fällen macht es dagegen irgendwann und irgendwie „Klick“, und man hat es. So auch hier:

Inzwischen habe ich mich entschieden, meinen Überlegungen und Rechnungen eine Mondfinsternis zu Grunde zu legen, bei der die Differenz zwischen Vollmond und Mitte der Finsternis deutlich größer als eine Sekunde ist. Ich entscheide mich willkürlich für den 28. 11. 2012. Für diese Finsternis beläuft sich die Zeitdifferenz laut NASA auf 776 Sekunden.

Beim konzentrierten Blick auf die Abbildung der NASA zu dieser Finsternis realisiere ich, dass der Vollmond, wenn er die gleiche ekliptikale Länge wie die Mitte des Erdschattens hat, in seiner Breite von diesem abweicht, sich also nicht in der Mitte des Schattens befindet, diesem Mittelpunkt noch nicht einmal optimal nahekommmt. Das tut er in einer anderen geometrischen Konstellation. Ich fertige eine Skizze an (Abb. 3):

³ Vergleichbares gilt natürlich ebenso für die Sonnenfinsternisse.

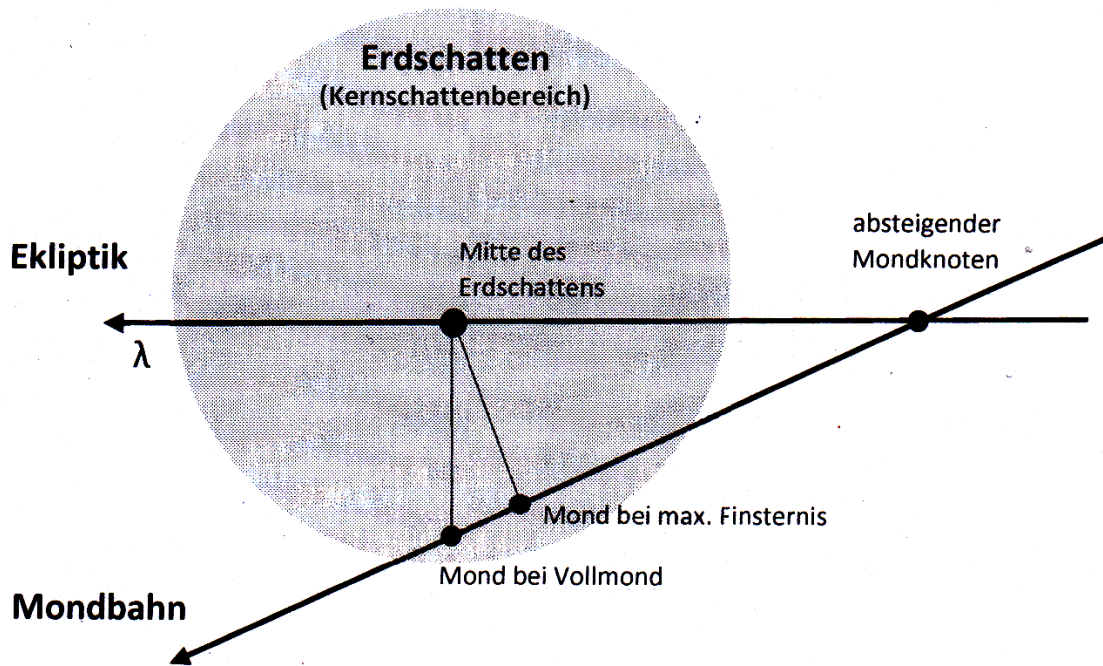


Abbildung 3: Bild zu Akt II des Erkenntnisdramas: Das ist es!!!. © Daniel Ahrens

Die maximale Eindringtiefe in den Erdschatten ist **nicht** dann erreicht, wenn die Verbindungslinie zwischen Mond und Mitte des Erdschattens senkrecht auf der *Ekliptik* steht (Erdschatten und Mond also die gleiche ekliptikale Länge besitzen), sondern senkrecht auf der *Mondbahn*, in obigem Fall also früher. Dann erst ist die größte Nähe zwischen Mitte des Erdschattens und Mond erreicht, das, was man als Maximum der Eindringtiefe oder als „Greatest Eclipse“ bezeichnet, die Mitte der Mondfinsternis. Vollmond und Finsternis müssen zu unterschiedlichen Zeitpunkten stattfinden, weil sie unterschiedliche Situationen beschreiben⁴. Tatsächlich, das macht Sinn!

Da ich mit meinem eigenen Denken aber schon einmal gescheitert bin, bremse ich die Glückshormone in meinem Hirn und überprüfe zunächst meine Hypothese. Mit Excel lässt sich der Winkel zwischen der Verbindungslinie von Mond-Mitte zur Mitte des Erdschattens und der Mondbahn im entscheidenden Zeitraum errechnen (siehe Tab. 1):

28.11.2012 $\varepsilon = 23,437612$ $\omega_s = 1,1408E-05$ °/sec
 $\alpha = 5,1567$ $\omega_M = 0,0001525$ °/sec

UT	Sonne	Sonne	Sonne	Mond	Mond	Mond	Mond		
	α	δ	λ	α	δ	$\lambda + 180^\circ$	β	°	
14:20:00	244,9217	-21,43750	246,76321	64,89174	20,45367	246,56962	0,96498	96,2	
14:25:00	244,9255	-21,43750	246,76663	64,93550	20,45690	246,61058	0,96871	94,0	
14:30:00	244,9292	-21,43750	246,77004	64,97925	20,46012	246,65154	0,97243	91,8	
14:32:59	244,9314	-21,43750	246,77208	65,00536	20,46204	246,67598	0,97466	90,5	max. Verfinsternis
14:35:00	244,9329	-21,43750	246,77346	65,02301	20,46333	246,69250	0,97616	89,6	
14:40:00	244,9366	-21,43750	246,77687	65,06677	20,46653	246,73346	0,97989	87,4	
14:45:00	244,9404	-21,43750	246,78029	65,11053	20,46972	246,77442	0,98361	85,2	
14:45:55	244,9410	-21,43750	246,78092	65,11856	20,47031	246,78193	0,98429	84,8	Vollmond
14:50:00	244,9441	-21,43750	246,78371	65,15430	20,47290	246,81538	0,98734	83,0	
14:55:00	244,9478	-21,43750	246,78712	65,19806	20,47607	246,85634	0,99106	80,8	
15:00:00	244,9515	-21,43750	246,79054	65,24183	20,47923	246,89730	0,99478	78,7	

Tabelle 1: Letzte Spalte: Winkel zwischen der Linie „Mond zur Mitte des Erdschattens“ und der Mondbahn
 © Daniel Ahrens

⁴ Außer bei dem höchst unwahrscheinlichen Fall, dass Vollmond und Finsternis exakt im Mondknoten stattfinden. Dann, und nur dann, finden beide Ereignisse gleichzeitig statt.

[zurück zum Anfang](#)

Tatsächlich. Im Rahmen meiner Exaktheitsansprüche beträgt der Winkel zwischen der Mondbahn und der Verbindungslinie von Mond-Mitte zur Mitte des Erdschattens (letzte Spalte in Tab. 1) im Augenblick der Finsternis 90° .

Die zu beantwortende Frage lautet nun: Kann die Beobachtung der beiden unterschiedlichen Winkelsituationen die sehr unterschiedlichen Zeitdifferenzen zwischen Vollmond und Mitte der Finsternis erklären, und ist auch verstehbar, warum der Vollmond mal vor und mal nach der Finsternis stattfindet? Auf „physikalisch“ formuliert: Sind Betrag und Vorzeichen von Δt aus obiger Zeichnung ableitbar und passen die Werte zu den Daten der NASA?

Ich schaue mir auf der NASA-Seite die Finsternisdetails der zurückliegenden Jahre an und merke, dass es offensichtlich vier unterschiedliche Möglichkeiten für das Zustandekommen einer Mondfinsternis gibt. Sie kann zum einen knapp *vor* oder knapp *hinter* dem Mondknoten stattfinden. Zum anderen kann es sich einmal um den *aufsteigenden*, das andere Mal um den *absteigenden* Knoten handeln.

Ich skizziere die vier Möglichkeiten, zeichne jeweils die beiden interessierenden Situationen ein und stelle befriedigt fest, dass tatsächlich bei zweien dieser Möglichkeiten die Mondfinsternis (MoFi) *vor* dem Vollmond (VM) und bei den anderen beiden *nach* dem Vollmond stattfindet (siehe Tab. 2).

Typ	Skizze	Knoten	Ort der Finsternis	Reihenfolge
A		aufsteigender Knoten	oberhalb der Ekliptik hinter dem Knoten	erst Finsternis dann Vollmond
B		aufsteigender Knoten	unterhalb der Ekliptik vor dem Knoten	erst Vollmond dann Finsternis
C		absteigender Knoten	unterhalb der Ekliptik hinter dem Knoten	erst Finsternis dann Vollmond
D		absteigender Knoten	oberhalb der Ekliptik vor dem Knoten	erst Vollmond dann Finsternis

Tabelle 2: Reihenfolge von Vollmond und Finsternismaximum für 4 verschiedene Mondfinsternissituationen.

© Daniel Ahrens

Ich benenne die Finsternistypen mit A, B, C, D und ordne einige Finsternisse unseres Jahrzehnts entsprechend zu (vgl. Tab. 3). Ja, es passt. Bei Typ B und D erst der Vollmond, dann die Finsternis, bei A und C umgekehrt. Vorzeichen also geklärt. Beflügelnde Zuversicht macht sich breit.

Datum	Vollmond (UT)	MoFi (UT)	Typ
28.09.2015	02:50:29	02:47:08	C
23.03.2016	12:00:49	11:47:12	A
16.09.2016	19:05:04	18:54:17	C
11.02.2017	00:32:51	00:43:53	B
07.08.2017	18:10:36	18:20:28	D
31.01.2018	13:26:43	13:29:50	B
27.07.2018	20:20:20	20:21:44	D
21.01.2019	05:16:03	05:12:16	A
16.07.2019	21:38:11	21:30:44	C
10.01.2020	19:21:16	19:09:59	A
05.06.2020	19:12:21	19:25:02	D
05.07.2020	04:44:22	04:30:00	C
30.11.2020	09:29:38	09:42:49	B

Tabelle 3: Überprüfung der Reihenfolge von Vollmond und Finsternismaximum für vier verschiedene Finsternissituationen nach Tab. 2: Für Typ B und D erst der Vollmond, dann die Finsternis, für A und C umgekehrt. © Daniel Ahrens

Wie ist es aber um den stark variierenden Betrag von Δt bestellt? Rasch wird mir klar, dass der Abstand zwischen den beiden Schnittpunkten der Verbindungslinien mit der Mondbahn und damit der zeitliche Abstand zwischen Vollmond und Mondfinsternis mit dem Abstand der Finsternis bzw. des Vollmondes vom Mondknoten zu tun hat. Je weiter weg die Finsternis vom Mondknoten stattfindet, desto größer müsste eigentlich die Zeitdifferenz Δt sein.

Aber wie vorhin: erstmal die Hypothese überprüfen. Mit der Software *High Precision Ephemeris Tool 4.8* lässt sich der Zeitpunkt, zu dem sich der Mond im Mondknoten befindet, errechnen. Rasch die Daten von Mondfinsternissen des letzten Jahrzehnts in Excel eingetippt und ein Diagramm erstellt:

Mondfinsternisse 2011 bis 2020

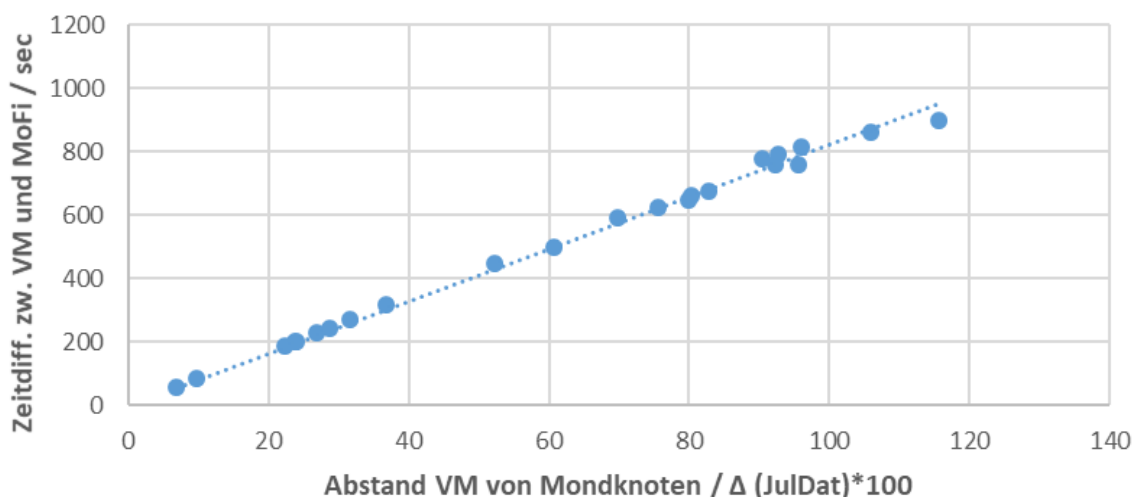


Abbildung 4: Zeitdifferenz zwischen Finsternis und Vollmond in Abhängigkeit vom zeitlichen Abstand zwischen Vollmond und Durchgang des Mondes durch den Mondknoten. © Daniel Ahrens

Und in der Tat: Die vermutete „je ... desto ... – Beziehung“ zwischen Δt und dem zeitlichen Abstand des Mondknotendurchganges von der Finsternis passt zu den Fakten (vgl. Abb. 4). Ok, scheint also ein guter Weg zu sein. Aber geht's genauer? Lässt sich Δt aufgrund der von mir vermuteten Ursache auch errechnen, also für jede Finsternis vorhersagen? Und kommt das gleiche raus wie bei der NASA? Einen Versuch ist es wert.

Die NASA gibt bei jeder Finsternis für den Zeitpunkt der „Greatest Eclipse“, also die Mitte der Finsternis, Rektaszension α und Deklination δ von Sonne und Mond an. Rechnet man diese Werte jeweils in λ und β des ekliptikalen Koordinatensystems um, sieht man für die Situation von Abb. 5, dass der Mond noch die Strecke $\Delta\lambda^*$ zurücklegen muss damit Vollmond ist. Meine Hypothese lautet: dafür benötigt er gerade die Zeit Δt .

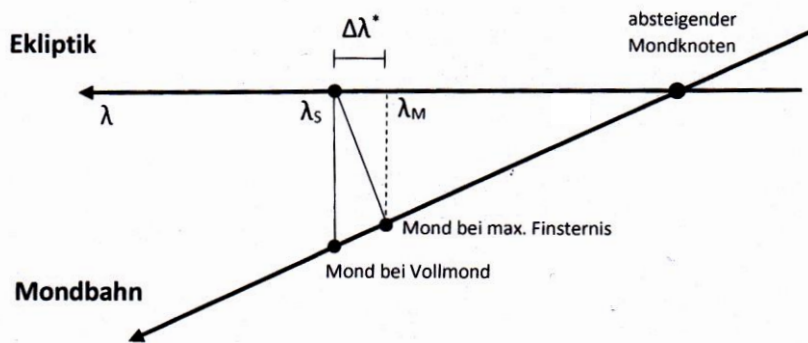


Abbildung 5: Abstand zwischen MoFi und VM auf der Ekliptik: $\Delta\lambda^* = \lambda_M - \lambda_S$. © Daniel Ahrens

Für die ekliptikalen Längen errechnen sich $\lambda_M = 66,6750279^\circ$ und $\lambda_S = 246,7719739^\circ$ und damit $\Delta\lambda^* = 0,096946^\circ$. Für die mittleren Winkelgeschwindigkeiten von Sonne und Mond ergeben sich $\omega_M = 1,52504 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ/\text{s}$ und $\omega_S = 1,14075 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$.

Es folgt:

$$(3) \quad \Delta t = \Delta\lambda^* / \omega_M = 636 \text{ s.}$$

Ups ... Das liegt jetzt aber deutlich neben den zu erwartenden 776 sec. Meine Siegesgewissheit hat mich einmal mehr fehleranfällig werden lassen. Ich war voreilig: Während sich der Mond auf die Mitte des Erdschattens zubewegt, wandert die Sonne (und damit die Mitte des Schattens) ja auch weiter, vergleichsweise langsam zwar, aber immerhin. Wie vorhin muss also mit der Relativgeschwindigkeit zwischen Mitte des Erdschattens (Sonne) und Mond gerechnet werden. Also: zweiter Versuch:

$$(4) \quad \Delta t = \Delta\lambda^* / (\omega_M - \omega_S) = 687 \text{ s.}$$

Besser, aber noch nicht gut. Was ist los? Nach kurzem Nachdenken wird mir klar, dass das so noch gar nicht stimmen kann. Während man für ω_S einfach die mittlere Winkelgeschwindigkeit der Sonne einsetzt (wohlwissend, dass ihre Momentangeschwindigkeit phasenweise recht deutlich von diesem Mittelwert abweicht), muss man bei ω_M berücksichtigen, dass $\omega_M = 360^\circ/T_{M,\text{sid}}$ relativ zu seiner Bahn gilt, hier aber entscheidend ist, wie weit der Mond in Bezug zur Ekliptik(!) vorankommt. Man muss also mit der Komponente der Geschwindigkeit bezüglich der Ekliptik rechnen, wobei α^* dem Winkel zwischen Mondbahn und Ekliptik ($5,16^\circ$) entspricht:

$$(5) \quad \Delta t = \Delta\lambda^* / (\omega_M \cdot \cos(\alpha^*) - \omega_S) = 690 \text{ s.}$$

Naja, nicht wirklich besser. Vermutlich liegt's an den aktuellen Abweichungen zwischen den Momentan- und den Durchschnittsgeschwindigkeiten für Sonne und Mond. Außerdem wird mir klar, dass meine Überlegungen nur in der Ebene stimmen. An der sphärischen Himmelskugel hat sich die Mondbahn seit ihrem Schnitt mit der Ekliptik etwas zu dieser hingekrümmt, so dass der Winkel α^* zwischen den beiden Geschwindigkeitskomponenten ein wenig kleiner als $5,16^\circ$ geworden ist.⁵ Das sieht jetzt nach einem recht mühsamen Weg aus.

Der schnellere Weg führt über einen Ephemeridenrechner, in diesem Fall: HORIZONS der NASA⁶. Ich lasse mir für den ungefähren Zeitpunkt der Finsternis die Positionen von Sonne und Mond jeweils im Abstand von 10 Minuten in ekliptikalen(!) Koordinaten anzeigen und berechne daraus die momentane Winkelgeschwindigkeit beider Körper relativ zur Ekliptik; so schlage ich gleich ganz viele Fliegen (das Mittelwertproblem, das Projektionsproblem einschließlich sphärischer Trigonometrie) mit einer Klappe.

Mit $\omega'_M = 1,36536 \cdot 10^{-4}$ °/s und $\omega'_S = 1,11718 \cdot 10^{-5}$ °/s ergibt sich

$$(6) \quad \Delta t = \Delta \lambda^* / (\omega'_M - \omega'_S) = 773 \text{ s.}$$

Super, das sieht ja richtig gut aus! Mit der Abweichung von 0,3 % bezüglich des NASA-Wertes kann ich sehr gut leben, gehört doch der rechnerische Umgang mit Finsternissen nicht zuletzt wegen der komplizierten Mondbewegung zu den wirklich anspruchsvollen Unterfangen der Ephemeridenrechnung.

Zur Sicherheit überprüfe ich mein Vorgehen noch mit einigen weiteren Finsternisdaten (vgl. Tab. 4), die die Richtigkeit meines Vorgehens aber ganz offensichtlich bestätigen.⁷

Datum	Vollmond (UT)	MoFi (UT)	Typ	NASA $\Delta t/\text{sec}$	Theorie $\Delta t/\text{sec}$	Abweichung (%)
31.01.2018	13:26:43	13:29:50	B	187	186	0,60
27.07.2018	20:20:20	20:21:44	D	84	82	1,91
21.01.2019	05:16:03	05:12:16	A	227	229	0,74
16.07.2019	21:38:11	21:30:44	C	447	450	0,58
10.01.2020	19:21:16	19:09:59	A	677	679	0,31

Tabelle 4: Überprüfung meiner Theorie; die letzte Spalte gibt mir Recht! © Daniel Ahrens

d) Endspurt

Ach ja: Was ist eigentlich mit den 40 Sekunden, die ja – so mein erster Denkweg – zwischen Finsternis und Vollmond liegen müssten? Davon ist in meinen Werten nichts zu sehen. Noch einmal rutscht mir das Herz in die Hose. Doch alles falsch? Nein, eher unwahrscheinlich; dafür passen die Werte zu gut. Ein intensiver Blick in die Hinweise der NASA-Webpage klärt endgültig diese Frage: Bei den Zeitangaben von Finsternissen und Syzygien wird die Lichtlaufzeit immer mit berücksichtigt! Anders als von mir vermutet, ist Vollmond dann, wenn Sonne, Mond und Erde *scheinbar*, also von der Erde aus betrachtet, in einer Linie stehen und nicht dann, wenn sie es tatsächlich tun. Was ich für die Finsternisse also bereits erkannt hatte, dass diese nämlich eigentlich schon vorüber sind, wenn wir sie sehen, gilt ebenso für Voll- und Neumond. In der bereits genannten Planetariumssoftware *stellarium* kann man per Mausklick die Berücksichtigung der Lichtlaufzeit aktivieren. Dabei sieht man sehr deutlich, wie sich die ekliptikale Länge der Sonne jeweils um 20" verändert (siehe Abb. 6 und 7).

⁵ Der Unterschied ist nicht sehr groß, aber umso größer, je weiter weg die Mondfinsternis vom Mondknoten entfernt stattfindet.

⁶ <https://ssd.jpl.nasa.gov/horizons.cgi#results>

⁷ Durch die begrenzte Genauigkeit der Ephemeriden ist klar, dass der relative Fehler für Δt bei kleinen Zeitabweichungen (wie am 27. 07. 2018) etwas größer ist.

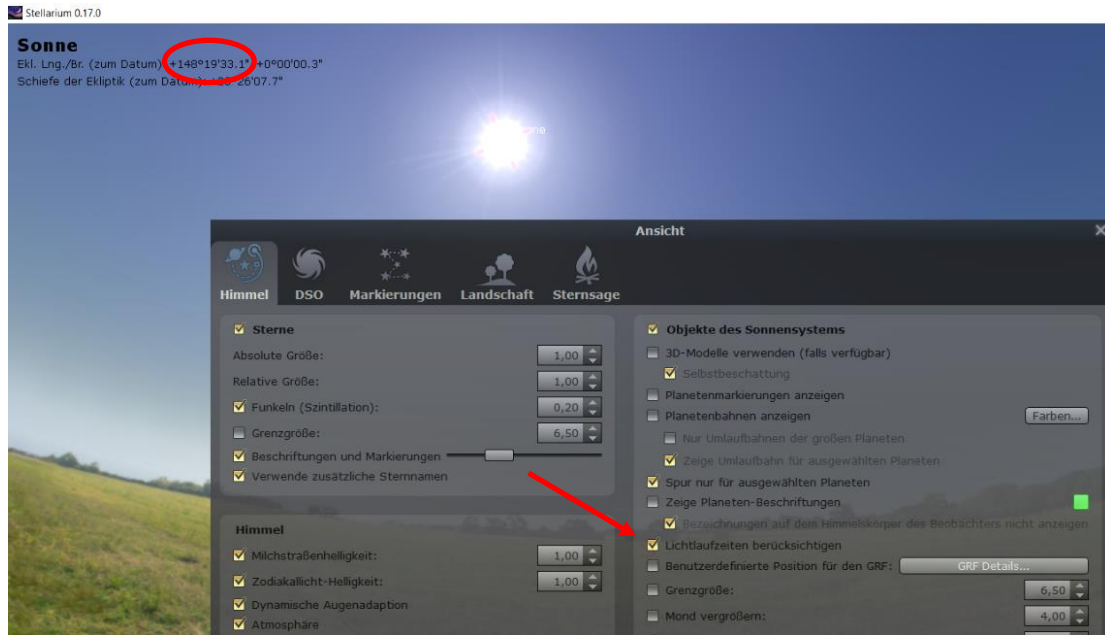


Abbildung 6: Blick zur Sonne mit Berücksichtigung der Lichtlaufzeiten. © stellarium

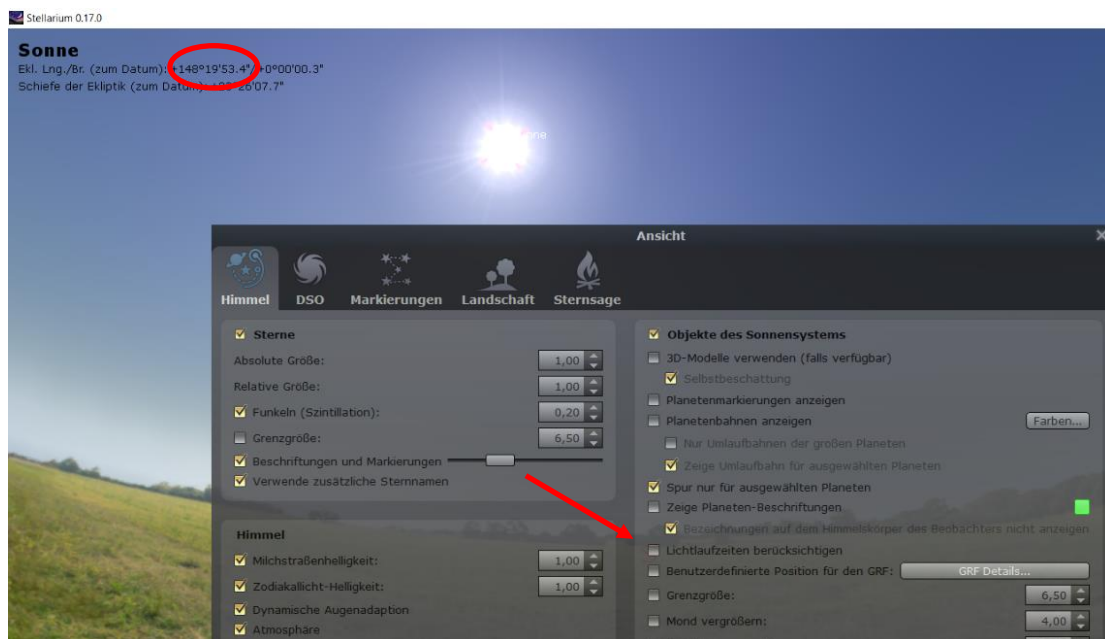


Abbildung 7: Blick zur Sonne ohne Berücksichtigung der Lichtlaufzeiten. © stellarium

III. Nachbemerkung: Motivation durch kognitive Dissonanz

Das Ergebnis erfüllt mich mit großer Zufriedenheit. Was mit großer Beunruhigung, ja fast Entsetzen begann, hat nun ein gutes und lehrreiches Ende gefunden. Ich habe nicht nur das verblüffende Problem gelöst, sondern darüber hinaus mein Wissen über Syzygien und Finsternisse deutlich konsolidiert. Erleichtert und um die eine oder andere Erkenntnis reicher, gehe ich aus diesem Denkabenteuer hervor, im Übrigen um die Erfahrung reicher, dass ein zunächst unangenehmes „Hä?“ zu einem sehr befriedigenden „Aha!“ führen kann.