

Wie hell scheint die Sonne? Ein Fettfleck hilft Grundlegendes zur Fotometrie, der Vermessung des Lichts

In Bezug auf „Sonne aktuell“ in der Rubrik „Aktuelles am Himmel: Sonnensystem“ in der Zeitschrift „Sterne und Weltraum“ 7/2021, WIS-ID: 1571278, Zielgruppe: Oberstufe

Olaf Fischer

Im Fokus des WIS-Beitrags steht die Fotometrie – die Lichtmessung mit dem Auge als Detektor. Dazu wird das erste zur Anwendung gekommene Fotometer, das Fettfleckfotometer nach Bunsen, eingeführt und in einer Selbstbauversion vorgestellt. Ergänzt durch ein helligkeitsminderndes Bauelement wird das Fettfleckfotometer zur Bestimmung der fotometrischen Größen der Sonne genutzt. Eine Einführung in die Grundgrößen der Fotometrie (deren Einheiten man auf Leuchtmittelverpackungen im Baumarkt lesen kann) ergänzt notwendigerweise den Beitrag. Die Besonderheiten der in der Astronomie verwendeten fotometrischen Größen kommen abschließend zur Sprache, wobei auch zu den astrofotometrischen Größen der Sonne hingeführt wird.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Astropraxis	astronomische Fotometrie , scheinbare Helligkeit , scheinbare Gesamthelligkeit eines Mehrfachsterns , Flächenhelligkeit , fotometrische Größen der Sonne
Fächer- verknüpfung	Astro-Ma	Raumwinkel
Physik	Optik	Lichtmessung , Fotometrie , Grundgrößen der Fotometrie , Fettfleckfotometer nach Bunsen , Lichtstrom , Lichtstärke , Leuchtdichte , Beleuchtungsstärke
Lehre allgemein	Erkenntnisgewinnungs- kompetenz, Unterrichtsmittel	Schüler gewinnen Einblick in das Grundprinzip der vergleichenden Fotometrie , Schüler erwerben Kenntnisse zu Grundgrößen der Fotometrie oder vertiefen diese , Vergleichsmethode , Selbstbau-Fotometer , Schülerprojekt , Aufgaben

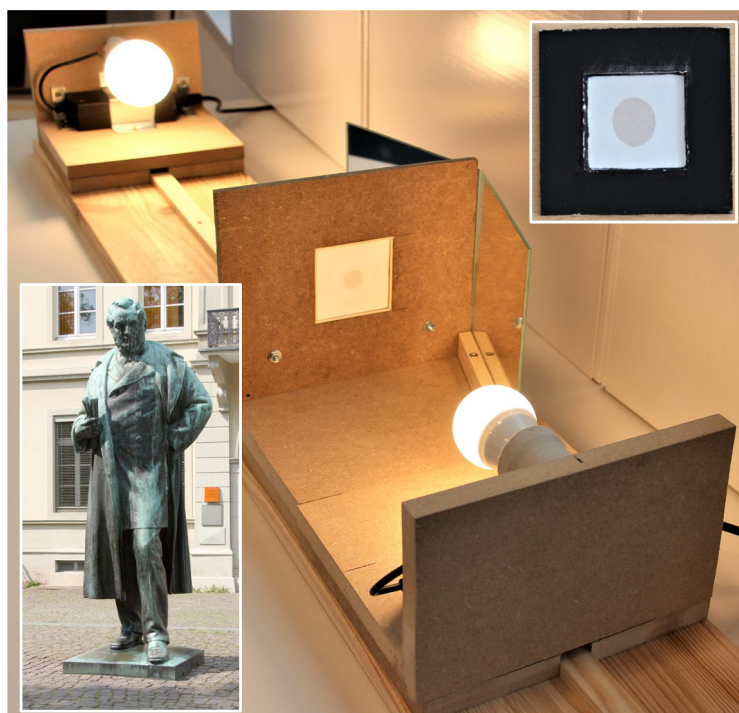


Abbildung 1: Das Fettfleckfotometer nach Bunsen erlaubt die Bestimmung der unbekannten Strahlstärke einer Lichtquelle durch Kompensation ihrer unbekannten Beleuchtungsstärke durch die bekannte Beleuchtungsstärke einer Vergleichslichtquelle. Zentrales Element des Fotometers ist ein Fettfleck (siehe auch Einschubbild oben rechts), der sich bei ungleicher Beleuchtungsstärke von beiden Seiten vom papiernen Träger abhebt. Bei gleicher Beleuchtungsstärke verschwindet der Kontrast – der Fleck ist nicht mehr erkennbar.

©: Olaf Fischer.

Das Einschubbild links zeigt das in der heidelberger Altstadt stehende Denkmal von Robert Wilhelm Bunsen. Auch wenn Bunsen das Fettfleckfotometer im Rahmen seiner wissenschaftlichen Arbeit an der Universität Marburg entwickelte, so verbrachte er doch in Heidelberg die letzten 44 Jahre seines Forscherlebens. ©: Sven Teschke, Bidingen - Own work, CC BY-SA 2.0 de, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=760601>.

Lichtmessung

[zurück zum Anfang](#)

Vermutlich sind die Anfänge der Lichtmessung in der Astronomie zu suchen. Der anfangs alleinige Detektor war das Auge, welches nur die sichtbare (visuelle) Strahlung wahrnehmen kann, wobei die Helligkeitsempfindung nicht einfach proportional zum Reiz ist, sondern eine logarithmische Abhängigkeit besitzt. Dies hat in der Astronomie in der Magnitudenskala zur Bewertung von Sternhelligkeiten seinen Niederschlag gefunden.

Mit der im 19. Jahrhundert aufkommenden Beleuchtungstechnik kam die Notwendigkeit auf, das „künstliche“ Licht zu vermessen. Die „Ur-Idee“ bestand darin, die zu vermessende Lichtquelle (z. B. eine Gasflamme) mit einem Normal (z. B. einer speziellen Kerze) zu vergleichen, wobei anfangs noch das Auge als Detektor diente.

An dieser Stelle ist es wichtig, noch kurz die Begriffe zu klären. Man spricht von (visueller) **Fotometrie**, wenn es um die Vermessung des (für das Auge) sichtbaren Lichts geht. Geht es allgemein um die Vermessung elektromagnetischer Strahlung (also mehr als nur sichtbares Licht) mit Hilfe „physikalischer“ Detektoren, dann gebraucht man den Begriff Radiometrie.

Wenn es um Lichttechnik geht, dann macht die Fotometrie sofort eine Aussage dazu, wie wir eine Lichtquelle wahrnehmen. Auf Grundlage der radiometrischen Messung müssten wir die Werte erst umrechnen, weil die Empfindlichkeit des Auges von der Wellenlänge abhängt. So z. B. erscheint dem Auge grünes Licht viel heller als rotes Licht der gleichen Leistungsübertragung.

Fotometrie mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen

[zurück zum Anfang](#)

Der deutsche Chemiker R. W. Bunsen (1811-1899) galt in der Zeit der aufkommenden Gasbeleuchtung als Experte für Gasanalyse [3]. Die Bewertung der Gasbeleuchtung bedurfte eines Messinstruments, welches von Bunsen in seiner Zeit an der Universität Marburg 1842 entwickelt wurde – das **Fettfleckfotometer von Bunsen**. So liest man in einem historischen Dokument dieser Zeit: „Im Vertrag von 1846 zwischen der Stadt Nürnberg und dem ersten Unternehmer der Gasanstalt war seinerzeit festgelegt worden, daß eine Gasflamme beim Brennen die siebenfache Leuchtkraft einer guten Wachskerze, von denen vier auf das Pfund gingen, haben müsse.“ [2].

Beim Bunsenschen Fettfleckphotometer wird ein papierner Projektionsschirm mit einem Fettfleck (mit Stearin) genutzt. Wird dieser Fleck samt umgebendem Papier von beiden Seiten beleuchtet, so hebt er sich nicht mehr von seiner Umgebung ab, wenn die Beleuchtungsstärken* E_{gesucht} und $E_{\text{Vergleich}}$ des von beiden Seiten einfallenden Lichts gleich sind. (Dabei wird angenommen, dass das Licht beider Quellen die gleiche spektrale Zusammensetzung hat und der Absorptionsunterschied im Fleck vernachlässigbar ist.) Da die Beleuchtungsstärke E mit dem Lichtstrom* Φ , der den im Abstand r befindlichen Fettfleck trifft, wie folgt zusammenhängt: $E = \Phi / r^2$, kann ein gesuchter Lichtstrom Φ_{gesucht} auf Grundlage des gegebenen Vergleichslichtstroms $\Phi_{\text{Vergleich}}$ und der ebenfalls gegebenen Entfernungen zum Fettfleck

r_{gesucht} und $r_{\text{Vergleich}}$ wie folgt ermittelt werden:

$$\frac{\Phi_{\text{gesucht}}}{\Phi_{\text{Vergleich}}} = \frac{r_{\text{gesucht}}^2}{r_{\text{Vergleich}}^2}$$

* die Lichtgrößen werden weiter hinten eingeführt

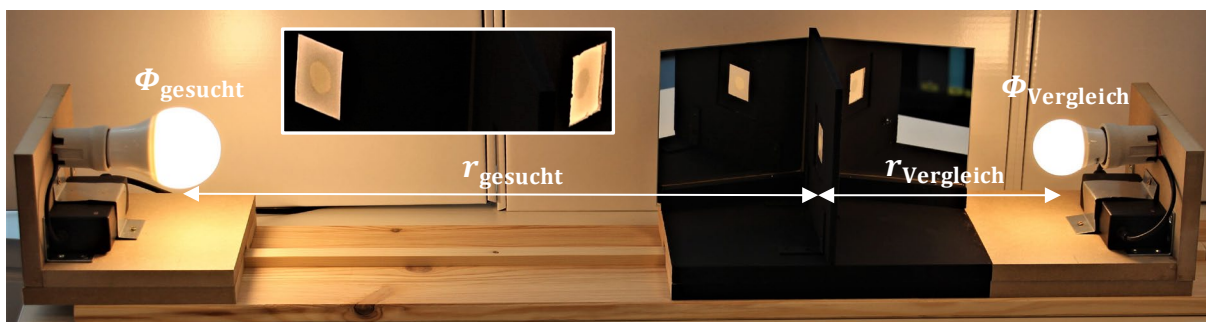


Abbildung 2: Selbstbau-Fettfleckfotometer. Der Fettfleck kann hier durch einen Winkelspiegel von beiden Seiten gleichzeitig beobachtet werden. Im dargestellten Fall erscheint der Fleck links heller und rechts dunkler (siehe Einschubbild).
© Olaf Fischer.

Fettfleckfotometer nach Bunsen im Selbstbau

[zurück zum Anfang](#)

Das Bunsensche Fettfleckphotometer kann mit relativ geringem Kostenaufwand und einfachen Hilfsmitteln selbst gebaut werden (z. B. im Rahmen eines **Schülerprojekts**). Im Folgenden wird der Eigenbau eines Fettfleckfotometers vorgestellt, welches zusätzlich auch zur Bestimmung der Strahlstärke der Sonne geeignet sein soll. Die Vorstellung beginnt mit einer Auflistung der für die einzelnen Fotometerelemente benötigten Materialien und setzt sich fort in Bildern, welche notwendige Bestandteile des Fotometers zeigen. Die jeweils nötigen Arbeitsschritte und Werkzeuge werden in den Abbildungsunterschriften aufgeführt.

Benötigte Materialien:

- Trägerplatte für Schiebeschiene: Leimholzplatten Fichte B/C 18 mm × 200 mm: 2 m,
- Schiebe-Schiene: Rechteckleisten 10 mm × 20 mm: 3 m,
- Grundplatten für Lampen-Einheiten und Fettfleck-Einheit: MDF-Platte (mitteldichte Faserplatte) 16 mm × 85 mm: 2 m,
- Teile für Lampenhalter und Sockel für Reflektor-Platten: MDF-Platte 16 mm × 120 mm: 1 m,
- Schirm für Fettfleck-Dia: MDF-Platte 6 mm × 160 mm × 195 mm,
- 2 Spiegelfliesen 150 mm × 150 mm für Winkelspiegel,
- 2 Schweißglasplatten oder ebene Glasplatten (90 mm × 110 mm) für Reflektor-Einheiten,
- 8 Stuhlwinkel 40 mm × 40 mm × 15 mm × 2 mm,
- 2 Stück 12V, 5A Netzteil Trafo Netzadapter Steckernetzteil, AC100-240V,
- 2 Stück E27-Einbau-Prozellanfassung,
- 2 verschieden helle Leuchtmittel E27, 12 V: z. B. LED 9 W (900 lm) und LED 3 W (270 lm),
- Fettfleck-Dias: Pappe und Papier,
- Verbindungen/Befestigung: Verschiedene Holzschrauben, 2 Gewindeschrauben samt Mutter, Holzklebstoff,
- Stearin, Paraffin oder Öl für Fettfleck,
- Schwarze Farbe vor allem für Fettfleck-Einheit.

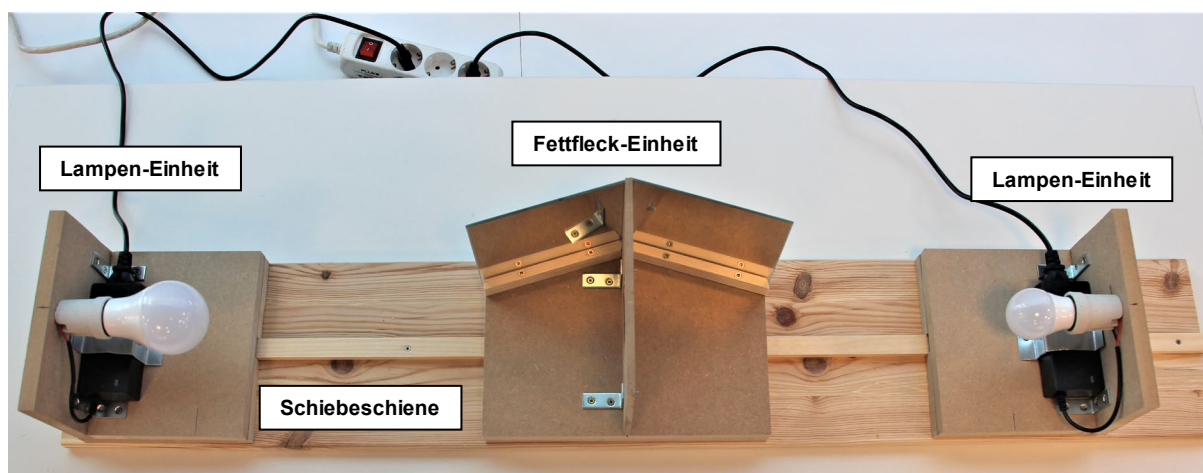


Abbildung 3: Grundeinheit des Selbstbau-Fettfleckfotometers. Auf der Schiebeschiene befinden sich die beiden Lampen-Einheiten und die Fettfleck-Einheit. Die Trägerplatten aller Fotometer-Einheiten sind jeweils auf zwei Führungsplatten geklebt, welche die als Schiene fungierende Rechteckleiste einschließen (siehe z. B. in Abb. 4). ©: Olaf Fischer.

[zurück zum Anfang](#)



Abbildung 4: Lampen-Einheit des Selbstbau-Fettfleckfotometers auf der Schiebeschiene. Aus Sicherheitsgründen wird mit 12-V-Lampen (nur noch als LED-Lampen erhältlich) gearbeitet. Der notwendige Transformator wurde auf der Lampeneinheit befestigt. Die Porzellanfassung wird an den aufrechten Teil der zuvor mit Stuhlwinkeln zum L verschraubten MDF-Platten mittels Holzschrauben angebracht.
©: Olaf Fischer.

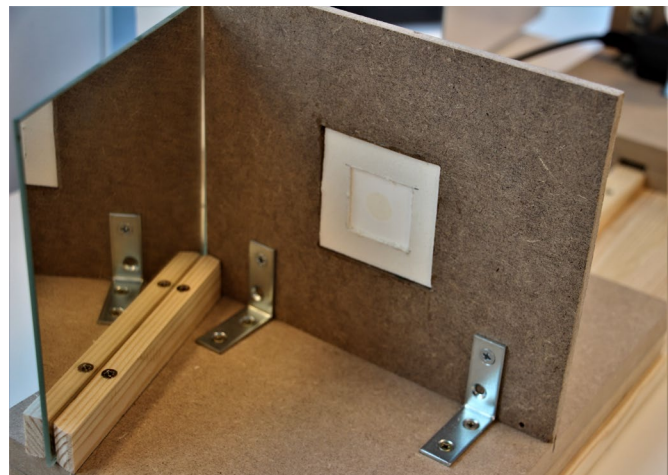
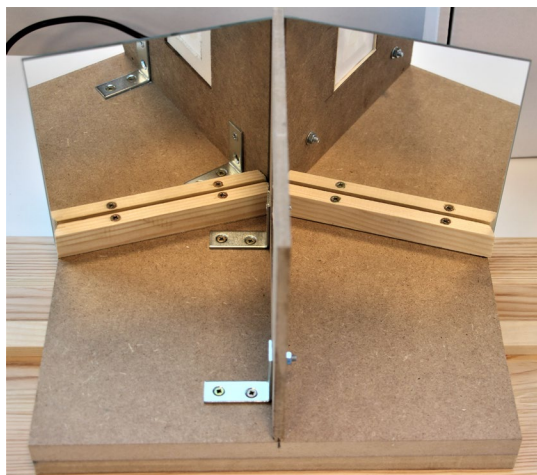


Abbildung 5: Fettfleck-Einheit des Selbstbau-Fettfleckfotometers auf der Schiebeschiene. Mittig auf der Grundplatte wird der Schirm mit dem Fettfleck-Dia mit Stuhlwinkeln angebracht. Das auswechselbare Fettfleck-Dia passt genau in die Aussparung im Schirm. Ein schmaler Anschlag aus dünnen Pappstreifen oder Holzleisten (2,5 mm mal 2,5 mm) verdeckt den möglichen Spalt zwischen Dia und Schirm. Die abgewinkelten Spiegel werden durch zwei Holzleisten eingeklemmt. ©: Olaf Fischer.

[zurück zum Anfang](#)



Abbildung 6: Reflektor-Einheiten des Selbstbau-Fettfleckfotometers auf der Schiebeschiene. Als Reflektoren werden hier Schweißglasplatten genutzt, weil diese im Gegensatz zu Spiegeln einen deutlich geringeren Reflexionsgrad (der zur Reduzierung der Strahlstärke der Sonne benötigt wird) haben. Links: Drehbarer Reflektor zum „Einfangen“ des Sonnenlichts (siehe auch Abb. 7). Die Trägerplatte des Reflektors wurde mittels Stuhlwinkeln mit den zwei aufrechten Halteplatten drehbar verschraubt. Rechts: 45°-Spiegel zum Umlenken der Lichtstrahlen (siehe auch Abb. 7). ©: Olaf Fischer.

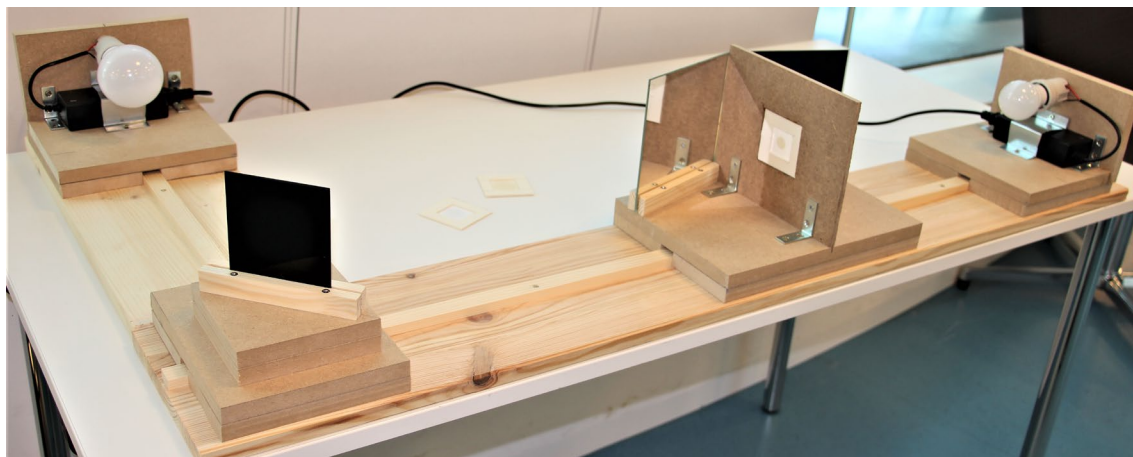


Abbildung 7: Oben: Reflektor-Einheit zum „Einfangen“ des Sonnenlichts auf der Schiebeschiene der Grundeinheit. Unten: Reflektor-Einheit zum Umlenken der Lichtstrahlen (im Teilexperiment zur Bestimmung des Reflexionsgrads der Glasplatte) auf der Schiebeschiene der Grundeinheit. Eine Lampen-Einheit befindet sich auf einer abgewinkelt ansetzbaren Zusatzeinheit. ©: Olaf Fischer.

[zurück zum Anfang](#)

Demonstration der prinzipiellen Arbeitsweise mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen

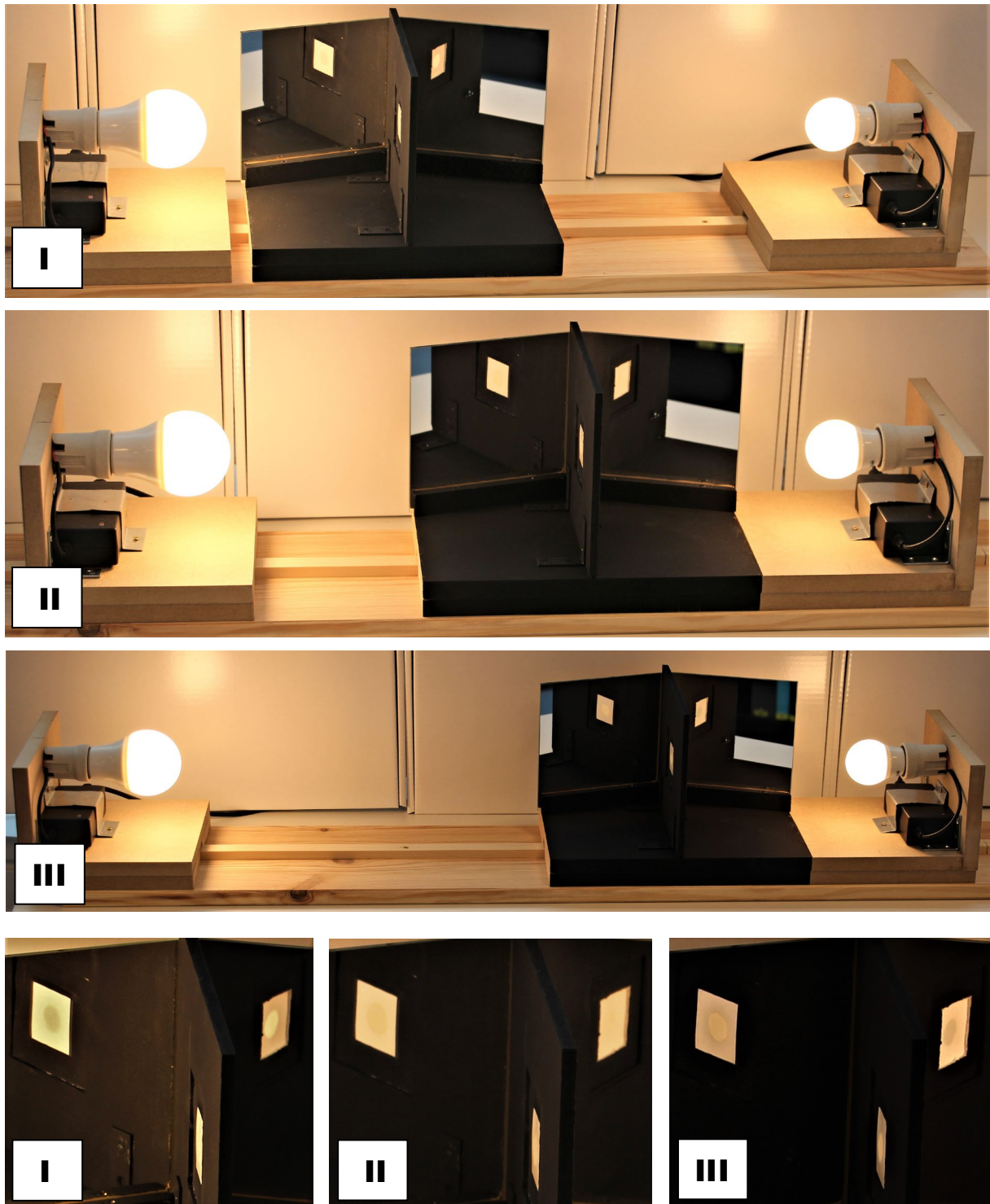


Abbildung 8: Vor der Nutzung des Fettfleckfotometers zur Bestimmung der Strahlstärke der Sonne ist es angebracht, die prinzipielle Arbeitsweise des Fotometers (die Vergleichsmethode) in drei Schritten qualitativ zu demonstrieren.

I: Die Beleuchtungsstärke durch die linke Lampe ist größer als diejenige durch die rechte Lampe. Entsprechend erscheint der schlechter reflektierende Fettfleck links dunkel vor dem besser reflektierenden Papier und rechts erscheint der Fleck wegen des besser hindurchgelassenen Lichts heller.

II: Die Beleuchtungsstärken sind (nahezu) gleich und der Fettfleck erscheint (fast) nicht mehr.

III: Nun ist die Beleuchtungsstärke durch die linke Lampe kleiner als diejenige durch die rechte Lampe und der Fleck erscheint nun links hell und rechts dunkel.

©: Olaf Fischer

Bestimmung der fotometrischen Größen der Sonne [zurück zum Anfang](#)

1. Bestimmung des Lichtstroms oder der Lichtstärke einer irdischen Lichtquelle mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen (als Grundversuch)

Zu Beginn ist es angebracht, die Arbeit mit dem Fettfleckfotometer an einem „Laborbeispiel“ quantitativ zu demonstrieren. Dazu wird eine Lampe mit bekanntem Lichtstrom Φ^* (technische Angabe, die man für die Lampe entweder auf der Verpackung oder in den Produktdetails nachlesen kann, siehe Abb. 16) mit einer Lampe mit (angenommen) unbekanntem Lichtstrom verglichen.

* die Lichtgrößen werden weiter hinten eingeführt

Gegeben sind z. B. folgende zwei Lampen:

- Lampe mit bekanntem Lichtstrom Φ : z. B. LED Bulb, Model: E14ZM107, DC 12-24 V, 9 W, $\Phi_{\text{Vergleich}} = 750 \text{ lm}$.
- Lampe mit gesuchtem Lichtstrom Φ : z. B. LED Bulb, Model: E14ZM103, DC 12-24 V, 3 W, Φ_{gesucht}

Es gilt: $\Phi_{\text{gesucht}} = \frac{r_{\text{gesucht}}^2}{r_{\text{Vergleich}}^2} \cdot \Phi_{\text{Vergleich}}$

Im ersten Versuch wird nun entsprechend der Lichtstrom Φ_{gesucht} für eine (angenommen) unbekannte Lichtquelle auf Grundlage der Kenntnis des Lichtstroms $\Phi_{\text{Vergleich}}$ einer Vergleichslichtquelle und der zu messenden Abstände r_{gesucht} und $r_{\text{Vergleich}}$ ermittelt (Bild unten, siehe auch Abb. 2).

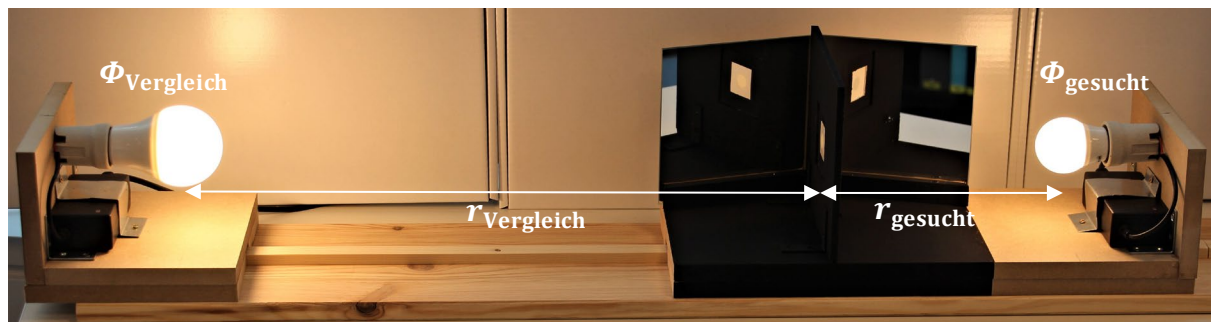


Abbildung 9: Grundversuch mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen. Ausgehend von einer Lichtquelle mit bekanntem Lichtstrom wird der Lichtstrom (zumindest in der Richtung zum Fettfleck) einer unbekannten Lichtquelle ermittelt.
©: Olaf Fischer.

Beispiel:

- Gegeben: $\Phi_{\text{Vergleich}} = 900 \text{ lm}$,
- $\left(\frac{r_{\text{gesucht}}}{r_{\text{Vergleich}}}\right)^2 \approx 0,45$ (Mittelwert aus 8 Messungen von $r_{\text{Vergleich}}$ und r_{gesucht} bei verschiedenen Abständen),
- Ermittelt: $\Phi_{\text{gesucht}} = \left(\frac{r_{\text{gesucht}}}{r_{\text{Vergleich}}}\right)^2 \cdot \Phi_{\text{Vergleich}} \approx 0,45 \cdot 900 \text{ lm} = 405 \text{ lm}$.

[zurück zum Anfang](#)

2. Vorbetrachtungen zur Bestimmung des Lichtstroms der Sonne mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen

Die zuvor genutzte Anordnung ist nun dahingehend anders, dass der gesuchte Lichtstrom nicht mehr von einer Lampe auf der Fotometerschiene, sondern von der Sonne kommt. Zur Planung dieses Versuchs gehört zunächst die Abschätzung, ob und wie das Fettfleckfotometer nach Bunsen zur Bestimmung des Lichtstroms der Sonne geeignet ist.

Als Vergleichslichtquelle dient die schon zuvor zum Einsatz gekommene Lampe mit einem Lichtstrom von $\Phi_{\text{Vergleich}} = 900 \text{ lm}$. Der Lichtstrom der Sonne (der ja ermittelt werden soll) beträgt laut [1] $\Phi_{\text{Sonne}} \approx 3,7 \cdot 10^{28} \text{ lm}$. Der Abstand der Sonne zum Fettfleck ist $r_{\text{Sonne}} = 150 \cdot 10^9 \text{ m}$.

Die Frage ist, ob der Abstand $r_{\text{Vergleich}}$ der Vergleichslampe sinnvoll einstellbar ist (siehe auch Abb. 10).

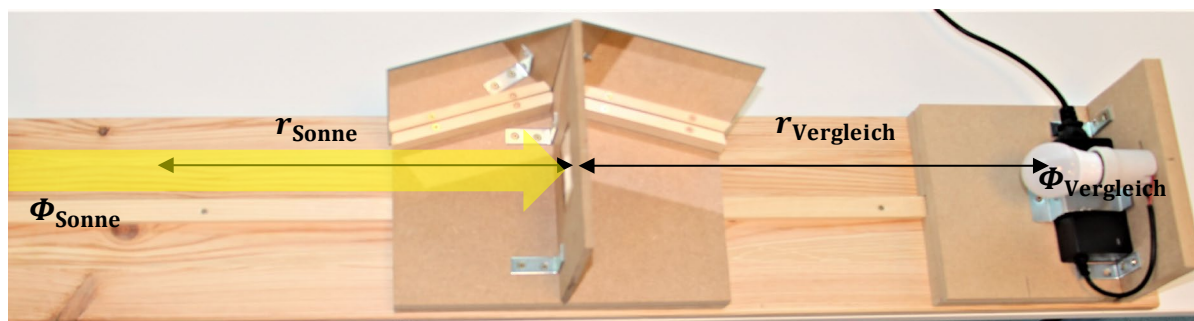


Abbildung 10: Fiktive Versuchsanordnung zur Bestimmung des Lichtstroms von der Sonne. ©: Olaf Fischer.

$$\frac{\Phi_{\text{Sonne}}}{\Phi_{\text{Vergleich}}} = \frac{r_{\text{Sonne}}^2}{r_{\text{Vergleich}}^2} \rightarrow r_{\text{Vergleich}} = \sqrt{\frac{\Phi_{\text{Vergleich}}}{\Phi_{\text{Sonne}}} \cdot r_{\text{Sonne}}^2} \rightarrow r_{\text{Vergleich}} = \sqrt{\frac{900 \text{ lm}}{3,7 \cdot 10^{28} \text{ lm}} \cdot (150 \cdot 10^9)^2 \text{ m}^2}$$

$$r_{\text{Vergleich}} \approx \sqrt{0,00055 \text{ m}^2} \approx 0,023 \text{ m}.$$

Das Ergebnis (der viel zu kleine Abstand von nur ca. 2,3 cm) zeigt, dass der Lichtstrom der Sonne auf diese Art und Weise nicht bestimmbar ist, da er für die Vergleichslampe zu groß ist. Die Versuchsanordnung muss also so geändert werden, dass der Lichtstrom der Sonne, der auf den Fettfleck trifft, definiert reduziert werden muss und/oder, dass eine andere Vergleichsquelle, die (zumindest in Richtung des Fettflecks) einen größeren Lichtstrom aussendet, hinzugezogen wird.

Die Verringerung des auf den Fettfleck treffenden Lichtstroms der Sonne kann in einfacher Manier durch Reflexion geschehen. Die Nutzung eines ebenen Reflektors (hier eine Schweißglasscheibe, siehe dazu Bild 11) ist zudem nützlich, um das Sonnenlicht in das Fotometer einzuspiegeln.

Bei Nutzung eines ebenen Reflektors im Strahlengang muss dessen Reduktionsfaktor f bekannt sein. Für den um den Faktor f reduzierten Lichtstrom der Sonne gilt dann:

$$\frac{\Phi_{\text{Sonne}} \cdot f}{\Phi_{\text{Vergleich}}} = \frac{r_{\text{Sonne}}^2}{r_{\text{Vergleich}}^2}.$$

3. Bestimmung des Reduktionsfaktors f

[zurück zum Anfang](#)

In Vorbereitung der Bestimmung des Lichtstroms der Sonne gilt es also, den Reduktionsfaktor f des reflektierenden Elements im Strahlengang von der Sonne zu ermitteln.

Dazu verwenden wir den in Abb. 11 (schon in Abb. 7) gezeigten Aufbau des Fotometers mit den nun bekannten Lichtquellen ($\Phi_{\text{Lampe 1}} = 900 \text{ lm}$ und $\Phi_{\text{Lampe 2}} = 405 \text{ lm}$) und dem Schweißglas als Reflektor. Mit den im Zustand gleicher Beleuchtungsstärken ausgemessenen Abständen $r_{\text{Lampe 1}}$ und $r_{\text{Lampe 2}}$ gilt:

$$\frac{\Phi_{\text{Lampe 1}} \cdot f}{\Phi_{\text{Lampe 2}}} = \frac{r_{\text{Lampe 1}}^2}{r_{\text{Lampe 2}}^2}.$$

f kann dann berechnet werden aus

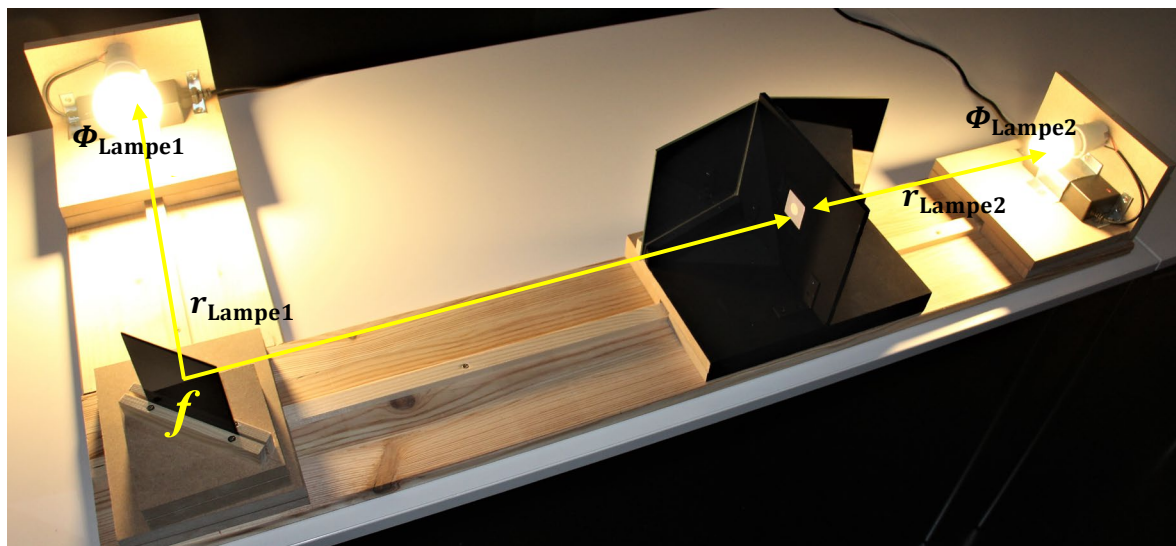
$$f = \frac{\Phi_{\text{Lampe 2}}}{\Phi_{\text{Lampe 1}}} \cdot \frac{r_{\text{Lampe 1}}^2}{r_{\text{Lampe 2}}^2}.$$


Abbildung 11: Versuchsaufbau zur Bestimmung des Reduktionsfaktors f (in etwa das Reflexionsvermögen) der Schweißglasplatte. ©: Olaf Fischer

Beispiel:

- Gegeben: $\Phi_{\text{Lampe 1}} = 900 \text{ lm}$, $\Phi_{\text{Lampe 2}} = 405 \text{ lm}$
- Gemessen: gleiche Beleuchtungsstärken bei verschiedenen Abständen $r_{\text{Lampe 1}}$ und $r_{\text{Lampe 2}}$

$r_{\text{Lampe 1}} = 65,7 \text{ cm}$ und $r_{\text{Lampe 2}} = 145,2 \text{ cm}$	$\rightarrow \frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \approx 0,452$
$r_{\text{Lampe 1}} = 61,0 \text{ cm}$ und $r_{\text{Lampe 2}} = 135,5 \text{ cm}$	$\rightarrow \frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \approx 0,450$
$r_{\text{Lampe 1}} = 60,4 \text{ cm}$ und $r_{\text{Lampe 2}} = 123,5 \text{ cm}$	$\rightarrow \frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \approx 0,489$
$r_{\text{Lampe 1}} = 57,6 \text{ cm}$ und $r_{\text{Lampe 2}} = 122,0 \text{ cm}$	$\rightarrow \frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \approx 0,472$
$r_{\text{Lampe 1}} = 51,1 \text{ cm}$ und $r_{\text{Lampe 2}} = 106,9 \text{ cm}$	$\rightarrow \frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \approx 0,478$
$r_{\text{Lampe 1}} = 48,9 \text{ cm}$ und $r_{\text{Lampe 2}} = 95,5 \text{ cm}$	$\rightarrow \frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \approx 0,512$

Mittelwert: 0,4755

- $\left(\frac{r_{\text{Lampe 1}}}{r_{\text{Lampe 2}}} \right)^2 \approx 0,22$
- Ermittelt: $f = \frac{\Phi_{\text{Lampe 2}}}{\Phi_{\text{Lampe 1}}} \cdot \frac{r_{\text{Lampe 1}}^2}{r_{\text{Lampe 2}}^2} \approx \frac{405 \text{ lm}}{900 \text{ lm}} \cdot 0,226 \approx 0,1.$

Der Vorversuch ergab so einen Reduktionsfaktor von $f = 0,1$.

4. Bestimmung des Lichtstroms Φ_{Lenser} der Lenserlampe

Da es sich zeigte, dass die Vergleichslampe trotz Reduktion des solaren Lichtstroms nach Reflexion des Lichtstroms der Sonne zu schwach leuchtet, wurde eine Lenserlampe als lichtstärkere Vergleichslampe eingesetzt. Dazu sei gesagt, dass die Lenserlampe im Gegensatz zur bisher verwendeten LED-Kugellampe stark anisotrop abstrahlt. Daher ist bei der Zentrierung des Lenser-Strahlenbündels auf den Fettfleck besondere Sorgfalt geboten.

Auch erwähnt werden muss die erschwerende Tatsache, dass die Lichtfarbe von Lenserlampe und LED-Lampe verschieden ist.

Mit dem in Abb. 12 ersichtlichen Aufbau wird der Lichtstrom der Lenserlampe anhand folgender Formel ermittelt, wobei anzumerken ist, dass dabei ein Lichtstrom berechnet wird, der gedacht isotrop (wie von der LED-Kugellampe) abgegeben würde.

$$\Phi_{\text{Lenser}} = \frac{r_{\text{Lenser}}^2}{r_{\text{Vergleich}}^2} \cdot \Phi_{\text{Vergleich}}$$

Beispiel:

- Gegeben: $\Phi_{\text{Vergleich}} = 900 \text{ lm}$
- Gemessen: gleiche Beleuchtungsstärken bei verschiedenen Abständen r_{Lenser} und $r_{\text{Vergleich}}$

$$r_{\text{Lenser}} = 185,5 \text{ cm und } r_{\text{Vergleich}} = 28,1 \text{ cm} \rightarrow \frac{r_{\text{Lenser}}}{r_{\text{Vergleich}}} \approx 6,601$$

$$r_{\text{Lenser}} = 173,2 \text{ cm und } r_{\text{Vergleich}} = 26,8 \text{ cm} \rightarrow \frac{r_{\text{Lenser}}}{r_{\text{Vergleich}}} \approx 6,463$$

$$r_{\text{Lenser}} = 165,5 \text{ cm und } r_{\text{Vergleich}} = 25,2 \text{ cm} \rightarrow \frac{r_{\text{Lenser}}}{r_{\text{Vergleich}}} \approx 6,567$$

$$r_{\text{Lenser}} = 163,1 \text{ cm und } r_{\text{Vergleich}} = 24,8 \text{ cm} \rightarrow \frac{r_{\text{Lenser}}}{r_{\text{Vergleich}}} \approx 6,577$$
- Mittelwert: 6,552
- $\left(\frac{r_{\text{Lenser}}}{r_{\text{Vergleich}}} \right)^2 \approx 42,93$
- Ermittelt: $\Phi_{\text{Lenser}} = 42,93 \cdot 900 \text{ lm} = 38637 \text{ lm}$.
(Diesen Lichtstrom würde der Lenser abgeben, wenn er so stark in alle Richtungen strahlen würde!)

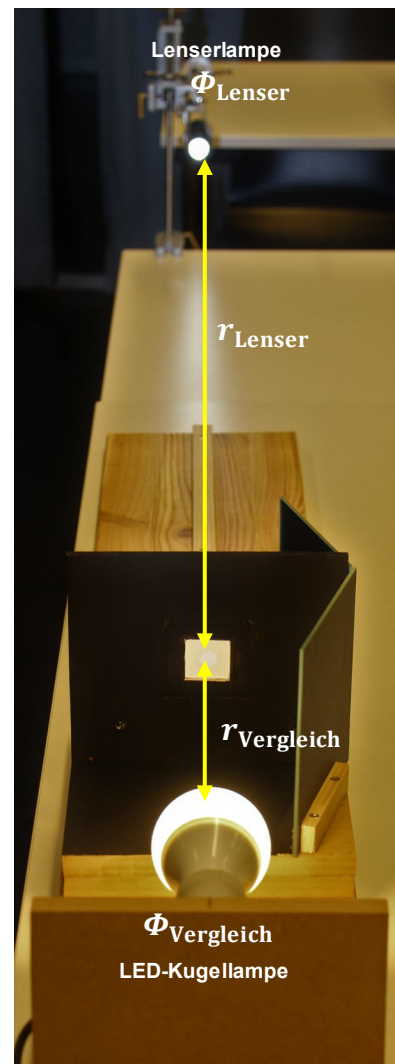


Abbildung 12: Versuchsanordnung zur Bestimmung des (scheinbaren) (Gesamt-)Lichtstroms der Lenserlampe. ©: Olaf Fischer.

[zurück zum Anfang](#)

5. Bestimmung des Lichtstroms der Sonne Φ_{Sonne} mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen

Mit Kenntnis von Φ_{Lenser} und f bleibt nur noch die Bestimmung von r_{Lenser} , um bei bekanntem r_{Sonne} den Lichtstrom der Sonne Φ_{Sonne} wie folgt zu ermitteln: $\Phi_{\text{Sonne}} = \frac{r_{\text{Sonne}}^2}{r_{\text{Lenser}}^2} \cdot \frac{\Phi_{\text{Lenser}}}{f}$.

Unter Nutzung der in Abb. 13 gezeigten Versuchsanordnung wurde nach 8 Messungen für r_{Lenser} ein Mittelwert von rund 51,4 cm ermittelt.

Damit ergibt sich für den solaren Lichtstrom ein Wert von

$$\Phi_{\text{Sonne}} = \frac{r_{\text{Sonne}}^2}{r_{\text{Lenser}}^2} \cdot \frac{\Phi_{\text{Lenser}}}{f} = \frac{(150 \cdot 10^9)^2 \text{ m}^2}{(0,514)^2 \text{ m}^2} \cdot \frac{38637 \text{ lm}}{0,1} \approx 3,3 \cdot 10^{28} \text{ lm}.$$

Auf eine ausführliche Fehlerbetrachtung soll verzichtet werden, weil es bei dem Versuch lediglich darum geht, einen Wert in der richtigen Größenordnung zu erzielen.

[zurück zum Anfang](#)

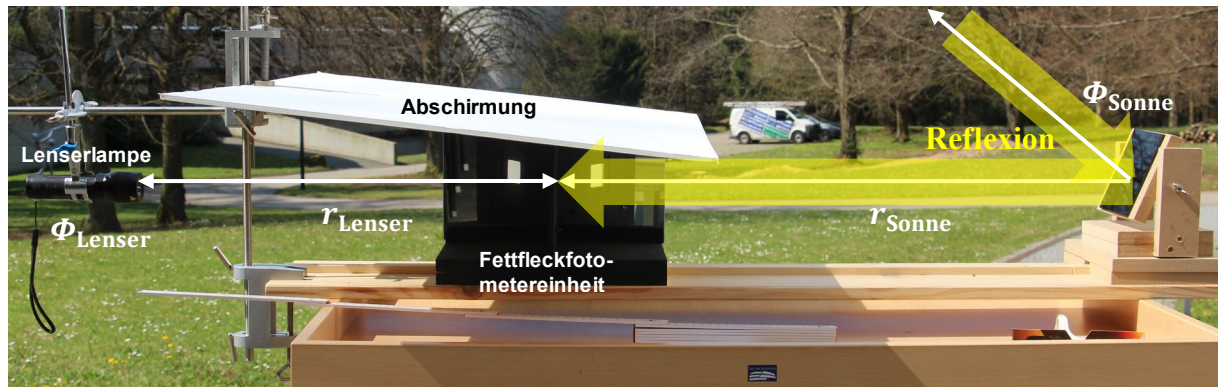


Abbildung 13: Versuchsanordnung zur Bestimmung des solaren Lichtstroms. Das Sonnenlicht wird mittels einer ebenen Schweißglasplatte (rechts) in den Strahlengang des Fettfleckfotometers eingespiegelt (Die Sonnenhöhe betrug etwa 46°). Als Vergleichslichtquelle dient die Lenserlampe (links). ©: Olaf Fischer.

6. Ergebnisse – fotometrische Größen* der Sonne

[zurück zum Anfang](#)

Die Bestimmung des (in alle Richtungen abgegebenen) **Lichtstroms der Sonne** Φ_{Sonne} mit dem Fettfleckfotometer nach Bunsen ergab folgenden Wert:

- $\Phi_{\text{Sonne}} \approx 3,3 \cdot 10^{28} \text{ lm}$.

Die **Lichtstärke der Sonne** I_{Sonne} ergibt sich dann aus:

- $I_{\text{Sonne}} = \frac{\Phi_{\text{Sonne}}}{\Omega} = \frac{\Phi_{\text{Sonne}}}{4\pi \text{ sr}} = \frac{3,3 \cdot 10^{28} \text{ lm}}{4\pi \text{ sr}} \approx 2,6 \cdot 10^{27} \text{ cd}$.

In der Literatur findet man bei [1] für die extraterrestrische Lichtstärke der Sonne (die natürlich größer sein muss als die auf der Erde durch die Luftmasse hindurch gemessene) einen Wert von $I_{\text{Sonne}} = 2,887 \cdot 10^{27} \text{ cd}$.

Für die **Leuchtdichte der Sonne** L_{Sonne} wird ihre Lichtstärke auf die abstrahlende Oberfläche O_{Sonne} bezogen:

- $L_{\text{Sonne}} = \frac{I_{\text{Sonne}}}{O_{\text{Sonne}}} = \frac{I_{\text{Sonne}}}{\pi \cdot (7 \cdot 10^8 \text{ m})^2} = \frac{2,6 \cdot 10^{27} \text{ cd}}{\pi \cdot (7 \cdot 10^8 \text{ m})^2} \approx 1,7 \cdot 10^9 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$.

Bei [10] findet man Werte von $0,006 \cdot 10^9 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$ für die Sonne am Horizont bis $1,6 \cdot 10^9 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$ für die hochstehende Sonne zum Mittag.

Die **Beleuchtungsstärke der Sonne** E_{Sonne} (Verteilung der Strahlung auf Kugeloberfläche im Erdabstand $O_{\text{Sonne-Erde}}$) erhält man schließlich aus:

- $E_{\text{Sonne}} = \frac{I_{\text{Sonne}}}{O_{\text{Sonne-Erde}}} = \frac{2,6 \cdot 10^{27} \text{ cd}}{\pi \cdot (150 \cdot 10^9 \text{ m})^2} \approx 37.000 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2} (\text{lx})$.

Zum Vergleich sind unter [11] u. a. gelistet: klarer Himmel, Sonnenhöhe 60° (Mitteleuropa mittags im Sommer) Beiträge: Sonne = 70.000 lx + Himmelslicht = 20.000 lx; klarer Himmel, Sonnenhöhe 16° (Mitteleuropa mittags im Winter) Beiträge: Sonne = 8.000 lx + Himmelslicht = 12.000 lx.

* die Lichtgrößen werden weiter hinten eingeführt

Grundgrößen der irdischen Fotometrie

[zurück zum Anfang](#)

Im Folgenden sollen einige **Grundgrößen der Fotometrie** eingeführt werden. Diese kann man in zwei Gruppen unterteilen: Größen, die die **Lichtaussendung** beschreiben und solche, die den **Lichtempfang** beschreiben.

Die fotometrischen Grundgrößen beziehen sich auf das Auge als Detektor. Die Einheiten der Laborgrößen beruhen auf dem Vergleich mit irdischen Normalen (z. B. einer speziellen Kerze). Im Falle der astronomischen Fotometrie kommt die logarithmische Helligkeitsverarbeitung im Auge zum Tragen, was in der astronomischen Magnitudenskala seinen Niederschlag findet.

Raumwinkel

[zurück zum Anfang](#)

Bei der Lichtaussendung wie auch bei der Beschreibung des Empfangs muss der Raumbereich, in den das Licht ausgesendet wird oder aus dem das Licht kommt, quantifiziert werden. Dazu wird der sogenannte Raumwinkel benötigt. Vor der Einführung der Grundgrößen der Fotometrie muss also der **Raumwinkel** definiert werden.

Zur Motivation der Einführung des Raumwinkelbegriffs eignet sich das Bild eines speziellen Springbrunnens (Abb. 15), welcher das Wasser in alle Richtungen abgibt. Um die Richtungsabhängigkeit der Wasserabgabe auszudrücken, bedarf es dieser neuen Größe.

Der Raumwinkel Ω lässt sich einfach über die Oberfläche der Einheitskugel ($r = 1$) definieren. Während man die Oberfläche in m^2 ausdrückt, nutzt man für den Raumwinkel die Einheit sr (Steradian).

Der volle Raumwinkel Ω_G (entspricht der gesamten Kugeloberfläche $A_G = 4\pi \text{ m}^2$) hat dann 4π sr. Der Raumwinkel des Oberflächenbereichs A_T bestimmt sich dann anteilig wie folgt:

$$\frac{\Omega_T}{\Omega_G} = \frac{A_T}{A_G} \rightarrow \Omega_T = \frac{A_T}{A_G} \cdot \Omega_G = \frac{A_T}{4\pi \cdot r^2} \cdot 4\pi = \frac{A_T}{r^2}.$$

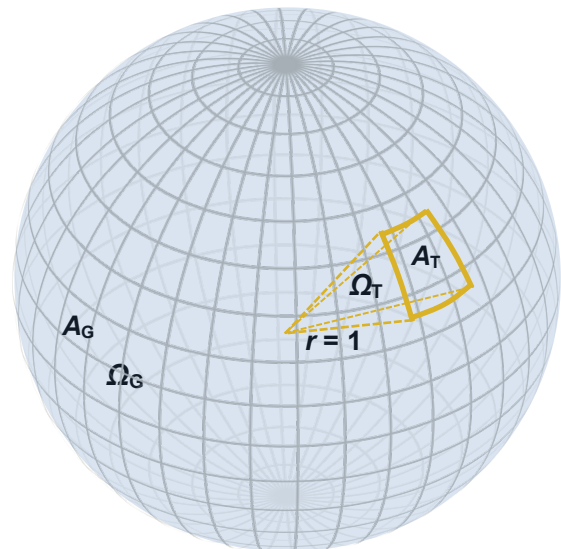


Abbildung 14: Vorstellungshilfe zur Raumwinkeldefinition © Von Geek3 - Eigenes Werk, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5262806>. Ergänzt durch den Autor.

Fragen an Schüler:

- Wie viele Quadratgrad hat die Himmelskugel?
Diese Frage ist adäquat der Frage, wie viele Flächenstücke der Winkelgröße $1^\circ \times 1^\circ$ die Oberfläche der Einheitskugel ergeben.
- Unter welchem Raumwinkel erscheint die Sonne am Himmel? (in Steradian und in Quadratgrad und in Quadratbogensekunden)

Lichtstrom Φ

[zurück zum Anfang](#)

Um die Menge des für das menschliche Auge wahrnehmbaren Lichts, welches eine Lichtquelle pro Zeiteinheit in einen eingegrenzten Richtungsbereich (oder in alle Richtungen) abstrahlt, verwendet man die fotometrische Größe **Lichtstrom Φ** .

Dieser entspricht der physikalischen Größe des Strahlungsstroms (hier eingengt auf den visuellen Bereich), der auch als Strahlungsfluss oder als Strahlungsleistung bezeichnet wird, berücksichtigt aber zusätzlich die Empfindlichkeit des menschlichen Auges.

In der Astronomie wird der von einer Strahlungsquelle insgesamt in alle Richtungen abgegebene Strahlungsstrom auch als Leuchtkraft $\mathcal{L}$ bezeichnet. (Wir verwenden hier den Buchstaben ‚L‘ in der Schreibweise $\mathcal{L}$, da er in der Fotometrie auch verwendet wird - für die Leuchtdichte).

Die Einheit des Lichtstroms ist Lumen (lm). Diese SI-Einheit bezeichnet die pro Sekunde abgestrahlte Leistung im Wellenbereich des sichtbaren Lichtes, wobei die Empfindlichkeit des menschlichen Auges maßgeblich ist.

1 lm ist definiert als der Lichtstrom einer 1,464 mW starken, (grünen) 555-nm-Lichtquelle mit 100 % Wirkungsgrad. Eine 1,464 mW starke rote Lichtquelle (100 % Wirkungsgrad) liefert nur etwa 0,1 lm, da das Auge im Roten nur 10 % seiner maximalen Empfindlichkeit besitzt.

Wer heutzutage ein Leuchtmittel kauft, findet auch die Angabe des zu erwartenden abgegebenen Lichtstroms auf der Verpackung (siehe Abb. 16).

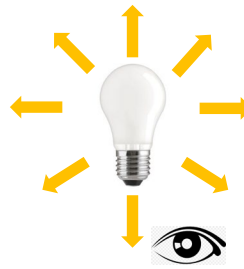


Abbildung 15: Vorstellungshilfe zur Einführung der Größe Lichtstrom (wie auch Leuchtkraft). Rechtes Bild: © By Angus Fraser - <https://www.flickr.com/photos/angusf/2253963167/>, CC BY 2.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=3533754>.



Abbildung 16: Lichtstromangabe auf einer Packung von LED-Leuchtmitteln (hier: 806 lm).

Die **Sonne** hat über alle Wellenlängen aufsummiert die bolometrische Leuchtkraft von $\mathcal{L} = 3,845 \cdot 10^{26}$ W. Eingegrenzt auf den visuellen Bereich beträgt ihre Leuchtkraft $\mathcal{L}_{\text{vis}} = 3,539 \cdot 10^{26}$ W.

Der für das Auge wahrnehmbare **Lichtstrom der Sonne** beträgt

$$\Phi = \mathcal{L}_{\text{vis}} \cdot K(\lambda) = 3,539 \cdot 10^{26} \text{ W} \cdot K(\lambda) \approx 3,7 \cdot 10^{28} \text{ lm ab [1].}$$

$K(\lambda)$ stellt dabei das spektrale photometrische Strahlungsäquivalent dar, welches die Hellempfindlichkeit des Auges berücksichtigt.

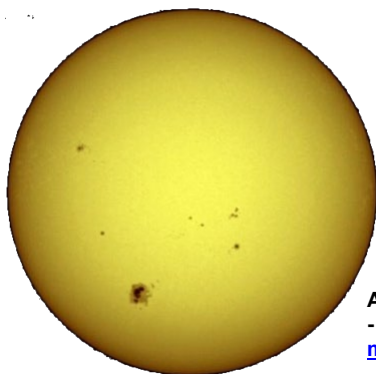
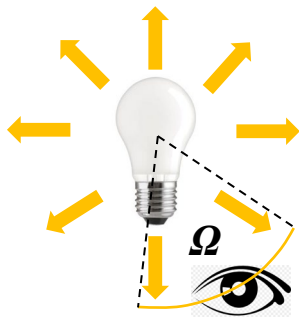


Abbildung 17: Die Sonne gibt einen Lichtstrom von $3,7 \cdot 10^{28}$ lm ab. ©: NASA - <http://solarscience.msfc.nasa.gov/surface.shtml>, Gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=184248>.



Lichtstärke I

[zurück zum Anfang](#)

Bezieht man den in einen bestimmten Raumwinkel abgegebenen Lichtstrom Φ auf die Größe dieses Raumwinkels Ω , so erhält man die Lichtstärke $I = \Phi / \Omega$.

Die mittlere Lichtstärke einer Quelle erhält man, indem man den insgesamt abgegebenen Lichtstrom auf den gesamten Raumwinkel in den die Lichtabgabe erfolgt, bezieht.

Die Einheit der Lichtstärke ist Candela ($\text{cd} = \text{lm}/\text{sr}$). Das Candela ist eine SI-Basiseinheit.

Eine ehemals übliche Haushaltskerze (lat. Candela) strahlt mit ca. 1 cd.

Eine 100-Watt-Glühlampe hat eine Lichtstärke von ca. 110 cd.

Die Angabe der Lichtstärke bekommt man bei gebündelt strahlenden Lichtquellen wie z. B. LEDs (siehe Abb. 18).

Aufgabe an Schüler:



Die Sonne gibt einen Lichtstrom $3,7 \cdot 10^{28} \text{ lm}$ ab. Berechne ihre Lichtstärke!

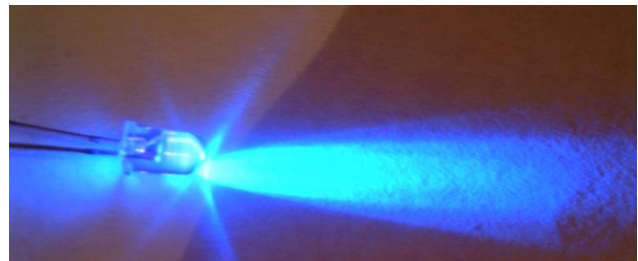
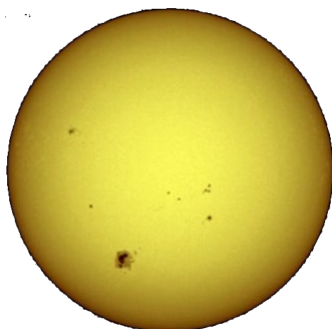
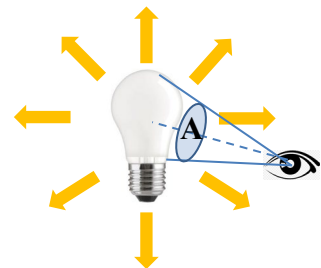


Abbildung 18: Für diese UV-LED findet man u.a. die Angabe, dass sie mit 2 cd in einen Raumwinkelkegel von 20° Öffnung bei 380 – 405 nm abstrahlt. ©: Von Christian Pelant - german wikipedia, original upload 10. Apr 2005 by de:Benutzer:C. Pelant (selfmade), Attribution, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=242442>.

Leuchtdichte L (eine Flächenhelligkeit)

[zurück zum Anfang](#)

Reale Lichtquellen sind nicht punktförmig. Um deren reale Lichtabstrahlung zu beschreiben, wird die Leuchtdichte L benötigt, welche die Lichtstärke I auf die abstrahlende Fläche A bezieht. Die Leuchtdichte ist das wichtigste Maß in der Lichttechnik. Die vollständige, in eine Richtung ausgesandte Lichtstärke ergibt sich aus der Summe der Beiträge der einzelnen infinitesimalen Flächenelemente der Lichtquelle. Diese Flächenelemente liegen stets senkrecht zur Strahlrichtung und können deshalb auch „scheinbar“ sein. So zum Beispiel kann man den Glaskolben einer Glühlampe als leuchtende Oberfläche annehmen, obwohl das eigentliche Licht vom Glühfaden emittiert wird.



Um die **Leuchtdichte L** der Sonne (Oberkante Erdatmosphäre) zu bestimmen, vereinigen sich die vom Beobachter sichtbaren infinitesimalen Oberflächenelemente zur projizierten Sonnenscheibe - einen Kreis mit dem Radius der Sonne. Entsprechend ergibt sich die Leuchtdichte L der Sonne:

$$L = \frac{I}{A} = \frac{2,94 \cdot 10^{27} \frac{\text{lm}}{\text{sr}}}{\pi \cdot R^2} = \frac{2,94 \cdot 10^{27} \text{cd}}{\pi \cdot (7 \cdot 10^8 \text{m})^2} \approx 1,9 \cdot 10^9 \text{cd/m}^2.$$

(siehe auch Abb. 21)

Beleuchtungsstärke E [zurück zum Anfang](#)

Die zuvor genannten Lichtgrößen beschreiben die Lichtaussendung (die Lichtquelle) und sind damit unabhängig von der Entfernung. Die Beleuchtungsstärke charakterisiert dagegen den Lichtempfang und ist damit **abhängig von der Entfernung**.

Während die Leuchtdichte den von einer bestimmten Fläche in einen bestimmten Raumwinkel ausgehenden Lichtstrom angibt, benennt die Beleuchtungsstärke den pro Flächeneinheit einfallenden Lichtstrom.



Abbildung 19: „Sonnentaler“ – Abbilder der Sonne, erzeugt durch den Lochkameraeffekt eines dichten Blätterdachs. ©: Quelokee - Transferred from de.wikipedia.org [1]: 2006-07-12 14:15 . . . Quelokee . . . 890×1100 (265060 bytes), Gemeinfrei, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=8013279>.

Die Beleuchtungsstärke E als der auf eine Ebene A einfallende Lichtstrom Φ wird wie folgt definiert:

$$E = \frac{\Phi}{A}.$$

Die SI-Einheit der Beleuchtungsstärke ist das Lux ($1\text{ lx} = 1\text{ lm/m}^2$). Dieses Wort kommt vom Lateinischen lux - das Licht.

Die extraterrestrische Beleuchtungsstärke der Erde durch die Sonne (Oberkante Erdatmosphäre) beträgt 129.000 lx [5]. Auf dem Erdboden kommen an einem klaren Sommertag (60° Sonnenhöhe) 90.000 lx an, wobei die Sonne mit 70.000 lx und das Himmelslicht mit 20.000 lx beitragen.

Aufgabe an Schüler:



Welche Bestrahlungsstärke erzeugt eine punktförmige Lichtquelle mit der Lichtstärke von einer Candela auf einer 1 Meter entfernten senkrecht beleuchteten Fläche?

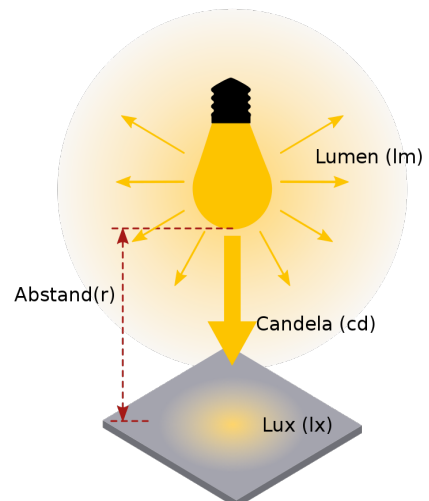


Abbildung 20: Einheiten der Fotometrie. ©: Von MakeMagazinDE - Eigenes Werk, CC BY-SA 4.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=58203201>.

Die fotometrische Größe Beleuchtungsstärke entspricht der radiometrischen Größe Bestrahlungsstärke (hier aber eingengt auf den visuellen Bereich). Die im gesamten Spektralbereich (und oberhalb der Erdatmosphäre) ermittelte Bestrahlungsstärke durch die Sonne nennt man auch **Solarkonstante**.

Grundgrößen der astronomischen Fotometrie

[zurück zum Anfang](#)

Scheinbare Helligkeit m

Die Anfänge der astronomischen Fotometrie liegen weit zurück und stammen wohl aus der antiken Astronomie. Zur visuellen Charakterisierung der Helligkeit der beobachtbaren Strahlung wurde eine sechsstufige Skala für die scheinbare Helligkeit m mit der Größe Magnitude (oder Größenklasse) mag eingeführt. Die sechs Stufen reichten von den hellsten (1 mag) bis hin zu den gerade noch sichtbaren Sternen (6 mag).

Was anfangs intuitiv geschah, wurde 1850 durch N. Pogson festgelegt. Die Größenklassenskala wurde mathematisch so abgestuft, dass einem Unterschied von 5 mag einem Helligkeitsfaktor von 100 entspricht. Es gilt also $10^{2/5} \cdot 10^{2/5} \cdot 10^{2/5} \cdot 10^{2/5} \cdot 10^{2/5} = 100$.

Die für das Auge wahrnehmbare Helligkeitsdifferenz $\Delta m = m_1 - m_2$ (die Empfindung) hängt also ab vom Verhältnis der Beleuchtungsstärken (dem Reiz) $\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$, welches noch mathematisch so angepasst werden muss, dass einem Verhältnis $\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$ von 100 eine Differenz $m_1 - m_2$ von 5 entspricht. Dies geschieht, indem man den Wert von $\lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$ noch mit 2,5 multipliziert. Da die Helligkeitsskala so verläuft, dass die Magnitudenwerte zu größeren Beleuchtungsstärken hin kleiner werden, muss der Faktor negativ sein. Alles in allem erhalten wir die Beziehung $\Delta m = m_1 - m_2 = -2,5 \cdot \lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right)$.

Was noch fehlt, ist ein Referenzpunkt für die Magnitudenskala. Dieser liegt so, dass der Stern Wega etwa die scheinbare Helligkeit von Null hat: $m_{\text{Wega}} = 0$.

Welche scheinbare Helligkeit m_{Sonne} hat die Sonne?

[zurück zum Anfang](#)

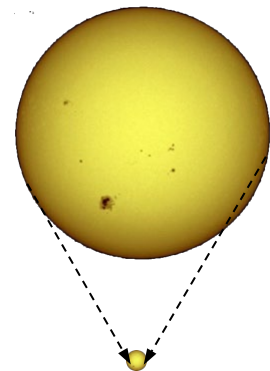
Mit „technischen“ Detektoren war man später in der Lage, die Magnitudenskala der Astronomie an die physikalisch messbaren Größen anzuschließen und entsprechend objektiv „einzustellen“.

So kann man eine unbekannte scheinbare Helligkeit eines Sterns auf Grundlage der Festlegung $m_{\text{Wega}} = 0$ und der gemessenen Beleuchtungsstärken (oder auch Bestrahlungsstärken) wie folgt ermitteln:

$$m_{\text{gesucht}} - m_{\text{Wega}} = -2,5 \text{ mag} \cdot \lg\left(\frac{E_{\text{gesucht}}}{E_{\text{Wega}}}\right).$$

Die scheinbare Helligkeit eignet sich zur (Helligkeits-)Charakterisierung von punktförmigen Lichtquellen. Konzentriert man das Licht der Sonne (im Geiste) auf einen Punkt, so kann man ihre scheinbare Helligkeit trotzdem berechnen:

Mit $E_{\text{Sonne}} \approx 1354 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$ (Beleuchtungsstärke, also nur im Visuellen) und $E_{\text{Wega}} \approx 2,518 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$, [4] erhält man: $m_{\text{Sonne}} - 0 = -2,5 \text{ mag} \cdot \lg\left(\frac{1354}{2,518 \cdot 10^{-8}}\right) \approx -26,8 \text{ mag}$.



Gesamthelligkeit eines m_{ges} eines Mehrfachsterns

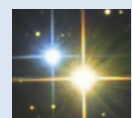
[zurück zum Anfang](#)

Der Vollständigkeit halber soll an dieser Stelle noch aufgeführt werden, wie man die Gesamthelligkeit m_{ges} eines Mehrfachsterns mit n Komponenten aus den scheinbaren Helligkeiten der Einzelkomponenten errechnet:

$$m_{\text{ges}} = -2,5 \cdot \lg\left(\sum_{k=1}^n 10^{\frac{0,4}{\text{mag}} \cdot m_k}\right).$$

Aufgabe an Schüler:

Die Komponenten des Doppelsterns Albireo im Sternbild Schwan haben die scheinbaren Helligkeiten $m_A = 3,1 \text{ mag}$ und $m_B = 5,1$? Berechne die Gesamthelligkeit von Albireo!



Flächenhelligkeit B (in Einheiten der irdischen Fotometrie)

[zurück zum Anfang](#)

Bezieht man die Beleuchtungsstärke E auf das Raumwinkelgebiet α^2 , welches von der Flächenquelle (A) aufgespannt wird (siehe Abb. 19), so erhält man die Flächenhelligkeit B . Diese entspricht der Leuchtdichte bei der irdischen Fotometrie, bezieht sich aber anstatt der Fläche auf den Raumwinkel. Im Gegensatz zur scheinbaren Helligkeit ist die Flächenhelligkeit **unabhängig vom Abstand**.

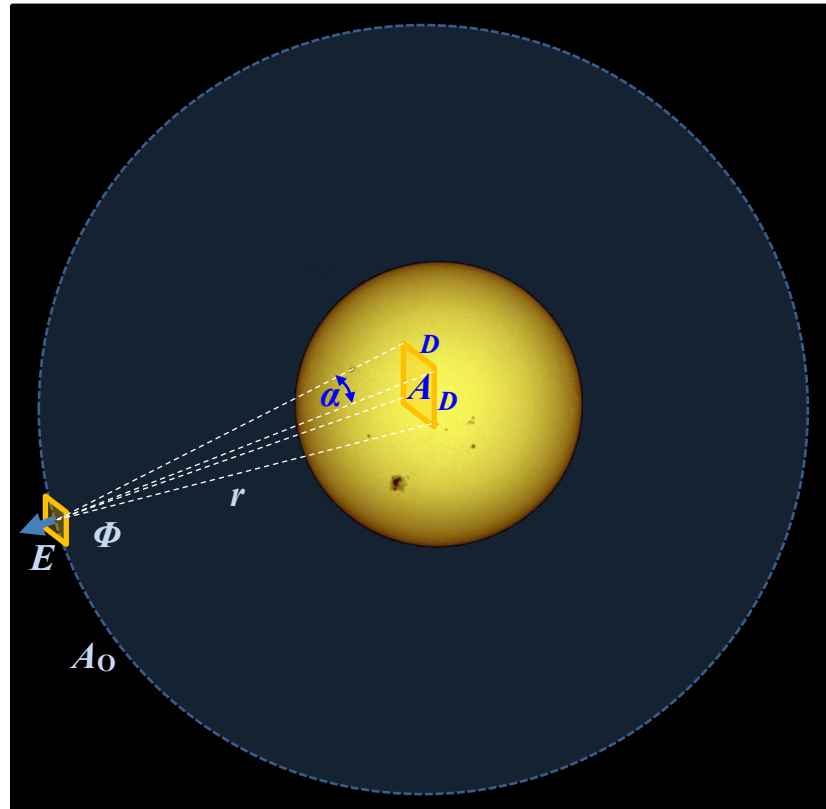


Abbildung 21: Beleuchtungsstärke E einer Flächenquelle A (Flächenhelligkeit B).

Die für das Auge wahrnehmbare Beleuchtungsstärke E (in lm/m^2) an Kugeloberfläche A_0 (in m^2) bei der Entfernung d des Beobachters von dem leuchtenden Flächenstück beträgt:

$E = \frac{\Phi_D}{A_0} = \frac{\Phi_D}{4\pi \cdot r^2}$, wobei Φ_D den in allen Richtungen und von allen Punkten des $A = D \cdot D$ großen Flächenstücks der Quelle ausgehenden Lichtstrom (in lm) darstellt.

Das (projizierte) Flächenstück der Größe $A = D \cdot D$ erscheint dem Beobachter unter dem Winkel α , dem Raumwinkel Ω .

Der Winkel α kann wie folgt im Bogenmaß ausgedrückt werden, da für kleine Winkel der Tangens des Winkels (das Verhältnis D/r) dem Winkel im Bogenmaß entspricht:

$$\alpha \approx \frac{D}{r}$$

Bezieht man die Beleuchtungsstärke E auf das Raumwinkelgebiet $\Omega = \alpha^2$, welches von der Flächenquelle ($A = D \cdot D$) aufgespannt wird, so erhält man die Flächenhelligkeit B (eine Leuchtdichte):

$$B = \frac{E}{\alpha^2} = \frac{\frac{\Phi_D}{4\pi \cdot r^2}}{\left(\frac{D}{r}\right)^2} = \frac{\Phi_D \cdot r^2}{4\pi \cdot r^2 \cdot D^2} = \frac{\Phi_D}{4\pi \cdot A} \quad (\text{Der Abstand } r \text{ spielt keine Rolle mehr.})$$

Welche Flächenhelligkeit B_{Sonne} hat die Sonne?

[zurück zum Anfang](#)

Die in Projektion sichtbare abstrahlende Fläche A der Sonne ist eine Kreisscheibe (die „Sonnen-scheibe“). Diese hat den Durchmesser $D \approx 1,4 \cdot 10^9$ m der Sonne.

Mit $A = \frac{\pi}{4} \cdot D^2$ ergibt sich:

$$B_{\text{Sonne}} = \frac{\Phi_D}{4\pi \cdot A} = \frac{\Phi_D}{4\pi \cdot \frac{\pi}{4} \cdot D^2} = \frac{\Phi_D}{\pi^2 \cdot D^2} = \frac{3,7 \cdot 10^{28} \text{ lm}}{\pi^2 \cdot (1,4 \cdot 10^9 \text{ m})^2} \approx 1,9 \cdot 10^9 \frac{\text{lm}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2} = \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}.$$



Aufgabe an Schüler:
Wie groß ist die Flächenhelligkeit der Sonne, wenn man den Raumwinkel der Sonnenscheibe in Quadratbogen-sekunden ($(")^2$) ausdrückt?

Flächenhelligkeit μ (in Magnituden)

[zurück zum Anfang](#)

Um die im (linearen) irdisch fotometrischen Maß cd/m^2 ausgedrückte Flächenhelligkeit B in Magnituden (also logarithmisch) als Flächenhelligkeit μ (z. B. in $\text{mag}/(")^2$) anzugeben, bedarf es (wieder) der Umrechnung auf Grundlage der Beziehung

$$\mu - \mu_{\text{Bezug}} = -2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \lg \left(\frac{B}{B_{\text{Bezug}}} \right).$$

Mit bekannten Werten für den Bezugspunkt $\mu_{\text{Bezug}} = 0$, $B_{\text{Bezug}} = \text{const}$ kann man nun von der Flächenhelligkeit B (lineares Maß) auf die Flächenhelligkeit μ (logarithmisches Maß) oder umgekehrt schließen:

$$\mu - 0 = -2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \lg \left(\frac{B}{\text{const}} \right),$$

$$\mu = -2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \lg(B) + \text{const}'.$$

Zur Umrechnung können folgende Formeln verwendet werden [6]:

$$\mu \left(\text{in } \frac{\text{mag}}{(")^2} \right) = -2,5 \cdot \lg \left(\frac{B}{10,8 \cdot 10^4} \right) \quad \left(B \text{ in } \frac{\text{cd}}{\text{m}^2} \right),$$

$$B \left(\text{in } \frac{\text{cd}}{\text{m}^2} \right) = 10,8 \cdot 10^4 \cdot 10^{(-0,4 \cdot \mu)} \quad \left(\mu \text{ in } \frac{\text{mag}}{(")^2} \right).$$

Welche Flächenhelligkeit μ_{Sonne} hat die Sonne?

Ausgehend von $B_{\text{Sonne}} = 1,9 \cdot 10^9 \frac{\text{cd}}{\text{m}^2}$ erhält man:

$$\mu_{\text{Sonne}} = -2,5 \cdot \lg \left(\frac{1,9 \cdot 10^9}{10,8 \cdot 10^4} \right) \approx -10,6 \text{ mag}/(")^2.$$

Ausgehend von

$\mu - \mu_{\text{Bezug}} = -2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \lg \left(\frac{B}{B_{\text{Bezug}}} \right)$ und $B = \frac{E}{\Omega}$ kann man die Flächenhelligkeit μ auch wie folgt erhalten:

$$\mu - \mu_{\text{Bezug}} = -2,5 \frac{\text{mag}}{(")^2} \cdot \lg \left(\frac{\frac{E}{\Omega}}{\frac{E_{\text{Bezug}}}{\Omega_{\text{Bezug}}}} \right) = -2,5 \frac{\text{mag}}{(")^2} \cdot \lg \left(\left(\frac{E}{E_{\text{Bezug}}} \right) \cdot \left(\frac{\Omega_{\text{Bezug}}}{\Omega} \right) \right),$$

$$\mu - \mu_{\text{Bezug}} = -2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \left[\lg \left(\frac{E}{E_{\text{Bezug}}} \right) + \lg \left(\frac{\Omega_{\text{Bezug}}}{\Omega} \right) \right].$$

[zurück zum Anfang](#)

Mit $m = -2,5 \text{ mag} \cdot \lg\left(\frac{E}{E_{\text{Bezug}}}\right)$ (siehe scheinbare Helligkeit m) und $\mu_{\text{Bezug}} = 0$ ergibt sich:

$$\mu = m \frac{1}{(\text{''})^2} - 2,5 \text{ mag}/(\text{''})^2 \cdot \lg\left(\frac{\Omega_{\text{Bezug}}}{\Omega}\right),$$

$$\mu = m \frac{1}{(\text{''})^2} + 2,5 \text{ mag}/(\text{''})^2 \cdot \lg(\Omega) - 2,5 \text{ mag}/(\text{''})^2 \cdot \lg(\Omega_{\text{Bezug}}).$$

Mit $\Omega_{\text{Bezug}} = 1$ erhält man schließlich

$$\mu = m \frac{1}{(\text{''})^2} + 2,5 \text{ mag}/(\text{''})^2 \cdot \lg \Omega,$$

wobei die scheinbare Helligkeit m mit der Einheit mag und der Raumwinkel in $(\text{''})^2$ ohne Einheit eingesetzt wird.



Aufgabe an Schüler:

Bestimme die Flächenhelligkeit μ_{Sonne} der Sonne ausgehend von ihrer scheinbaren Helligkeit $m_{\text{Sonne}} = -26,74 \text{ mag}$ und dem Raumwinkel in Quadratbogensekunden, den die Sonnenscheibe am Himmel aufspannt ($\Omega_{\text{Sonne}} = 2893060$).



Aufgabe an Schüler:

Die Andromedagalaxie (M31) hat im Visuellen eine scheinbare (Gesamt-)helligkeit von $m_{\text{M31}} = 3,5 \text{ mag}$. Ihre Winkelausdehnung am Himmel beträgt $191' \times 62'$ ($a \times b$). Berechne die mittlere Flächenhelligkeit μ_{M31} der Andromedagalaxie ausgehend von ihrer scheinbaren Helligkeit und dem Raumwinkel $\Omega_{\text{M31}} = a \cdot b \cdot \pi$, den die Galaxie am Himmel aufspannt!

Quellen

[zurück zum Anfang](#)

- [1] S. Darula, R. Kittler, C. A. Gueymard: Reference luminous solar constant and solar luminance for illuminance calculations. In: Solar Energy. Volume 79, Issue 5, November 2005, S. 559–565 doi:10.1016/j.solener.2005.01.004. Für die Standard-Hellempfindlichkeitskurve $V(\lambda)$: $3,7497438 \cdot 10^{28}$ lm, für die 1988 modifizierte Hellempfindlichkeitskurve $V_M(\lambda)$: $3,7715109 \cdot 10^{28}$ lm.
- [2] L. Prestel (Anm. 10), S. 10. Eine gedruckte Ausfertigung des gesamten Vertrages ist in den Akten des Stadtarchivs Nürnberg »Kommunalregistratur VI, 1, lfd. Nr. 4a, Bl. 43-50, enthalten.
- [3] https://www.gdch.de/fileadmin/downloads/GDCh/historische_staetten/bunsen.pdf
- [4] RESOLUTION B2 on recommended zero points for the absolute and apparent bolometric magnitude scales, Proposed by IAU Inter-Division A-G Working Group on Nominal Units for Stellar & Planetary Astronomy, August 13, 2015
- [5] Prof. Dr.-Ing. Peter Marx: DIE LICHTAUSBEUTE DER SONNE, LICHT 7–8/2012, MX-Electronic, Berlin
- [6] https://en.wikipedia.org/wiki/Surface_brightness
- [7] Grundlagen der photometrischen Messung:
<https://www.production-partner.de/basics/lichtmessung-photometrische-messung/>
- [8] Online-Werkzeug zur Umrechnung mag/arcsecond² zu cd/m² und zurück: <http://unihedron.com/projects/darksky/magconv.php?ACTION=SOLVEMAGS&txtCDM2=1900000000>
- [9] <https://de.wikipedia.org/wiki/Leuchtdichte>
- [10] <https://de.wikipedia.org/wiki/Beleuchtungsst%C3%A4rke>

Ergebnisse

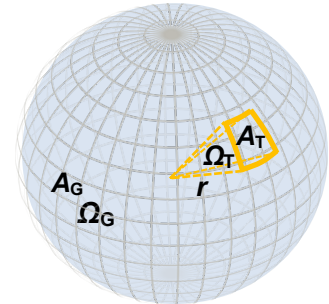
[zurück zum Anfang](#)

Antwort auf die Frage „Wieviele Quadratgrad hat die Himmelskugel?“

Flächenstück der Winkelgröße $1^\circ \times 1^\circ$ auf der Einheitskugel: $\left(\frac{2\pi \cdot 1 \text{ m}}{360}\right)^2$
 1/360-tel wegen der Winkelanzahl des Vollkreises, Gesamtoberfläche der Einheitskugel: $4\pi \text{ m}^2$

Anzahl der Flächenstücke auf Gesamtoberfläche der Einheitskugel:

$$\frac{4\pi \text{ m}^2}{\left(\frac{2\pi \cdot 1 \text{ m}}{360}\right)^2} = \frac{4\pi}{\left(\frac{2\pi}{360}\right)^2} = \frac{4\pi \cdot 360^2}{4\pi^2} = \frac{360^2}{\pi} \approx \mathbf{41253 \text{ srd.}}$$



Antwort auf die Frage „Unter welchem Raumwinkel erscheint die Sonne am Himmel?“ (in Steradian und in Quadratgrad und in Quadratbogensekunden)

Von der Erde aus, also im Abstand von ca. 150 Mio km, hat die Sonne einen Winkeldurchmesser von ca. $32' \approx 0,533^\circ$.

Für den Raumwinkel Ω_T erhält man also:

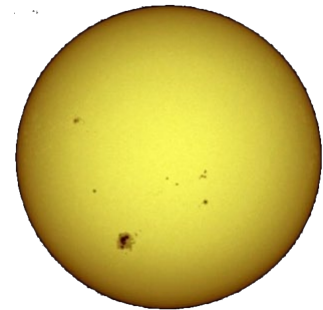
$$\Omega_T = \frac{A_T}{A_G} \cdot \Omega_G = \frac{\frac{\pi \cdot \left(\frac{0,533^\circ}{180^\circ} \cdot \pi\right)^2}{4}}{4\pi} \cdot 4\pi \approx \mathbf{6,8 \cdot 10^{-5} \text{ sr}}$$

$$\text{bzw. } 4,2545 \cdot 10^{10} \frac{(\text{''})^2}{\text{sr}} \cdot 6,8 \cdot 10^{-5} \text{ sr} = \mathbf{2893060 (\text{''})^2}.$$

$$(\text{Es gilt: } 4\pi \text{ sr} \approx \mathbf{41253 (\text{''})^2} = 3600 \cdot 3600 \cdot 41253 (\text{''})^2)$$

Lichtstärke der Sonne (im lm/sr = cd): Lichtstrom / Raumwinkel:

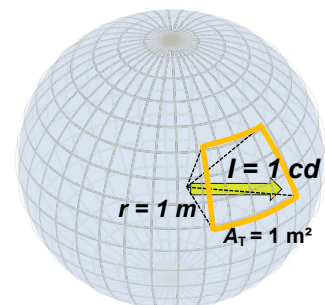
$$I = \frac{\Phi}{\Omega} = \frac{3,7 \cdot 10^{28} \text{ lm}}{4\pi \text{ sr}} \approx \mathbf{2,94 \cdot 10^{27} \frac{\text{lm}}{\text{sr}} (\text{cd})}.$$



Antwort auf die Frage „Welche Bestrahlungsstärke erzeugt eine punktförmige Lichtquelle mit der Lichtstärke von einer Candela auf einer 1 Meter entfernten senkrecht beleuchteten Fläche?“

Eine Lichtstärke von 1 cd bedeutet 1 lm pro 1 sr.

Bei einem Abstand von 1 m wird die bestrahlte Kugeloberfläche dann eine Fläche von 1 m² haben. (Auf Einheitskugel entspricht dem Raumwinkel von 1 sr ein Oberflächenteil von 1 m².)



Antwort auf die Aufgabe „Die Komponenten des Doppelsterns Albireo im Sternbild Schwan haben die scheinbaren Helligkeiten $m_A = 3,1$ mag und $m_B = 5,1$? Berechne die Gesamthelligkeit von Albireo!



$$m_{ges} = -2,5 \text{ mag} \cdot \lg \left(\sum_{k=1}^n 10^{\frac{-0,4}{\text{mag}} \cdot m_k} \right)$$

$$m_{ges} = -2,5 \text{ mag} \cdot \lg \left(10^{\frac{-0,4}{\text{mag}} \cdot m_A} + 10^{\frac{-0,4}{\text{mag}} \cdot m_B} \right) = -2,5 \text{ mag} \cdot \lg \left(10^{\frac{-0,4}{\text{mag}} \cdot 3,1 \text{ mag}} + 10^{\frac{-0,4}{\text{mag}} \cdot 5,1 \text{ mag}} \right)$$

$$m_{ges} \approx -2,5 \text{ mag} \cdot \lg(0,058 + 0,009) \approx -2,5 \text{ mag} \cdot \lg(0,067)$$

$$m_{ges} \approx 2,93 \text{ mag}$$

Antwort auf die Frage „Wie groß ist die Flächenhelligkeit der Sonne, wenn man den Raumwinkel der Sonnenscheibe in Quadratbogensekunden ($(\prime)^2$) ausdrückt?“



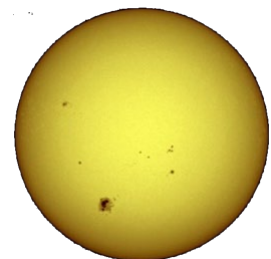
Zunächst wird der in Steradian (sr) ausgedrückte Raumwinkel erst in Quadratgrad $(^\circ)^2$ und dann in Quadratbogensekunden $(\prime)^2$ ausgedrückt:

$$4\pi \text{ sr} \approx 41253 (^\circ)^2 \rightarrow 1 \text{ sr} \approx 3283 (^\circ)^2 = \frac{3283 (^\circ)^2 \cdot 12960000 (\prime)^2 / (^\circ)^2}{4,25 \cdot 10^{10} (\prime)^2}$$

Nun kann die Flächenhelligkeit auf Quadratbogensekunden bezogen aufgeschrieben werden:

$$B \approx 1,9 \cdot 10^9 \frac{\text{lm}}{\text{sr} \cdot \text{m}^2} = 1,9 \cdot 10^9 \frac{\text{lm}}{4,25 \cdot 10^{10} (\prime)^2 \cdot \text{m}^2} \approx 0,045 \frac{\text{lm}}{(\prime)^2 \cdot \text{m}^2}$$

Ergebnis zur Aufgabe „Bestimme die Flächenhelligkeit μ_{Sonne} der Sonne ausgehend von ihrer scheinbaren Helligkeit $m_{\text{Sonne}} = -26,74$ mag und dem Raumwinkel in Quadratbogensekunden, den die Sonnenscheibe am Himmel aufspannt ($\Omega_{\text{Sonne}} = 2893060$)!“



$$\mu_{\text{Sonne}} = m_{\text{Sonne}} \frac{1}{(\prime)^2} + 2,5 \text{ mag} / (\prime)^2 \cdot \lg \Omega_{\text{Sonne}}$$

$$\mu_{\text{Sonne}} = -26,74 \text{ mag} \frac{1}{(\prime)^2} + 2,5 \text{ mag} / (\prime)^2 \cdot \lg 2893060$$

$$\mu_{\text{Sonne}} = -10,587 \frac{\text{mag}}{(\prime)^2}$$

(siehe auch [8])

Ergebnis zur Aufgabe „Die Andromedagalaxie (M31) hat im Visuellen eine scheinbare (Gesamt-)helligkeit von $m_{M31} = 3,5$ mag. Ihre Winkelausdehnung am Himmel beträgt $191' \times 62'$ ($2a \times 2b$).

Berechne die mittlere Flächenhelligkeit μ_{M31} der Andromedagalaxie ausgehend von ihrer scheinbaren Helligkeit und dem Raumwinkel $\Omega_{M31} = a \cdot b \cdot \pi$, den die Galaxie am Himmel aufspannt.“



M31 spannt am Himmel folgenden Raumwinkel in $(")^2$ aus:

$$\Omega = a \cdot b \cdot \pi = 95,5 \cdot 60'' \cdot 31 \cdot 60'' \cdot \pi \approx 33.482.466 (")^2 \approx 9300 (')^2.$$

$$\mu_{M31} = m_{M31} \frac{1}{(")^2} + 2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \lg \Omega_{M31}$$

$$\mu_{M31} = 3,5 \text{ mag} \frac{1}{(")^2} + 2,5 \text{ mag}/(")^2 \cdot \lg 33.482.466$$

$$\mu_{M31} \approx 22,3 \text{ mag}/(")^2$$

oder

$$\mu_{M31} = m_{M31} \frac{1}{(')^2} + 2,5 \text{ mag}/(')^2 \cdot \lg \Omega_{M31}$$

$$\mu_{M31} = 3,5 \text{ mag} \frac{1}{(')^2} + 2,5 \text{ mag}/(')^2 \cdot \lg 9300$$

$$\mu_{M31} \approx 13,4 \text{ mag}/(')$$