

Mit der Sonne die Zeit messen

In Bezug die Rubrik „Der Himmel im Überblick“ in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 8/2021, S. 23-32, Zielgruppe: Mittelstufe bis Unterstufe, WIS-ID: 1571132

Natalie Fischer

Wer kennt das nicht: vor dem Schwimmen wurde das Badehandtuch in den Schatten unter den Sonnenschirm gelegt, und jetzt liegt das Tuch in der prallen Sonne und muss verschoben werden – und zwar nicht nur einmal, sondern immer wieder. Als könne man die Uhr danach stellen. Und tatsächlich kann man das! Der beständige Lauf der Sonne über den Taghimmel ist die Grundlage für die Konstruktion besonderer Uhren, der Sonnenuhren.

Wie eine Sonnenuhr funktioniert und warum einfache Sonnenuhren nicht jeden Tag die genaue Uhrzeit anzeigen werden, ist der Inhalt dieses WIS-Beitrags. Mit Hilfe einer selbst hergestellten Sonnenuhr aus Papier und einer App zur Visualisierung einer Sonnenuhr können die Schülerinnen und Schüler ein Großteil der Messungen eigenständig durchführen.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Positionsastronomie	Sonnenbahn , Sonnenuhr , Tagbogen , Polstab , Äquatoriale Sonnenuhren , Horizontale Sonnenuhren , Vertikale Sonnenuhren , Analemma , wahre Ortszeit , mittlere Ortszeit , Zeitgleichung , Kalender, Tag
Fächer- verknüpfung	Astro - Geographie Astro - Informatik	Geografische Länge, Geografische Breite, Zeitzone Sonnenuhr-App
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen und Erkenntnis), Unter- richtsmittel	Modellbau , naturwissenschaftliche Denk- und Arbeitsweisen (hier: Beobachten, Messen, Hypothesenbildung , Diskussion), Beobachtungsaufträge , Bastelbogen



Abbildung 1: Mit einer Sonnenuhr lässt sich nicht nur die Uhrzeit ablesen, sondern sie verrät viel über die Drehung der Erde um sich selbst und um die Sonne. ©: Natalie Fischer, HdA.

1. Die ersten Sonnenuhren

[zurück zum Anfang](#)

Wann der Mensch erstmals den von der Sonne an einem vertikal ausgerichteten Hindernis (*Gnomon*) erzeugten Schatten zur Messung der Tageszeit genutzt hat, ist nicht genau belegt. Wie wir aus schriftlichen Quellen aus dem antiken Griechenland und dem Römischen Reich wissen, war es aber wohl zunächst der eigene Körper, dessen Schattenlänge gemessen in Fuß die Tageszeit angab und dann später ein in den Boden gesteckter Stab. Dieser konnte auch für andere Messungen (zum Beispiel der Himmelsrichtungen) herangezogen werden.

Später begann man, nicht nur die *Länge* des Schattens zur Bestimmung der Zeit zu verwenden, sondern auch dessen *Richtung*. Dies führt zu besseren Ergebnissen, allerdings wurden die Sonnenuhren dadurch komplexer, wie archäologische Funde aus dem Ägypten des 13. Jh. v. Chr. zeigen. Zeugnisse aus anderen Kulturkreisen wie zum Beispiel China oder Mesopotamien bestätigen, dass an verschiedenen Orten auf der Welt und unabhängig voneinander die Sonne zur Zeitmessung herangezogen wurde. Je nach Verwendungszweck entstanden unterschiedlich Typen von Sonnenuhren (Kanoniale Sonnenuhr, senkrechte Sonnenuhr, vertikale Sonnenuhr, Ringsonnenuhr, Klappsonnenuhr, Bechersonnenuhr, usw.).

In Kulturkreisen rund um das Mittelmeer und Asiens wurden zudem auch monumentale Anlagen gebaut, die nicht nur den täglichen Stand der Sonne, sondern auch den Ablauf eines Jahres dokumentierten. Ruinen solcher Anlagen aus der Zeit 2000 bis 1500 v. Chr. finden wir insbesondere bei den Ägyptern, Assyrern, Arabern und Chaldäern, aber auch in Indien oder Mexiko. Von den germanischen Völkern sind nur wenige Zeugen astronomischen Wissens überliefert, so zum Beispiel die riesige Steinanlage Stonehenge bei Salysbury.

Eine deutliche Verbesserung erfuhren die Sonnenuhren mit der Einführung des Polstabes: Bei diesen Sonnenuhren wird der (Schatten)stab parallel zur Erdachse ausgerichtet. Diese Erfindung wurde wahrscheinlich im 14. Jahrhundert von ägyptisch-muslimischen Astronomen gemacht. Unabhängig davon gibt auch Berichte darüber aus dem 15. Jahrhundert von Peurbach, von Gmunden und Regiomontanus.

Etwa ab dem 15. Jahrhundert wurden Sonnenuhren gewerbsmäßig hergestellt. Manche sind noch heute an Kirchtürmen oder anderen Gebäuden zu sehen (vertikale Sonnenuhren). Erst mit dem Auftreten verlässlicher mechanischer Uhren Ende des 19. Jahrhunderts verloren Sonnenuhren an Bedeutung und wurden immer mehr zu reinen Schmuckelementen. Viele Sonnenuhren können heute nur noch in Museen bewundert werden, aber in manchen Großstädten Europas, zum Beispiel in Paris, Rom, Florenz oder Bologna befinden sich nach wie vor riesige Obelisken mitten in der Stadt. 2008 wurde in Deutschland ein riesiger Obelisk im Rahmen des Horizont-Observatoriums Halde-Hoheward errichtet (siehe <https://www.hoheward.rvr.ruhr/erlebnis-hoheward/horizontastronomie/> bzw. https://www.hoheward.rvr.ruhr/fileadmin/user_upload/08_Hoheward/Downloads/Der_Obelisk.pdf).

2. Der Uhrzeigersinn und die Bahn der Sonne über den Taghimmel

Die Sonne geht in unseren nördlichen Breiten in westlicher Richtung auf, erreicht im Süden ihren höchsten Punkt (*Kulmination*) und geht in westlicher Richtung wieder unter. Die Bahn, die die Sonne am Himmel über der Horizontebene beschreibt, nennen wir den *Tagbogen* der Sonne. Doch nicht die Sonne wandert um die Erde, sondern die Erde dreht sich mit uns als Beobachter auf ihr um ihre eigene Achse (*Erdachse*) und verursacht so diese scheinbare tägliche Bahn am Himmel. Von Mittag zu Mittag (oder Kulmination zu Kulmination) benötigt die Erde 24 Stunden (*synodische Rotation*, *synodischer Tag*) – so die Theorie. Diesen Zeitraum nennen wir *Tag* und dessen seit Mitternacht vergangene Stunden können wir zum Beispiel auf unseren Armbanduhren ablesen. Diese Zeit nennen wir auch *mittlere Sonnenzeit* oder synonym dazu *mittlere Ortszeit*.

[zurück zum Anfang](#)

Perspektivwechsel: Vom Weltraum aus betrachtet lässt sich die Erde wunderbar beobachten. Würden wir hier die Umlaufzeit der Erde um sich selbst messen, so kämen wir auf eine etwas kürzere Zeit: 23 h 56 min.

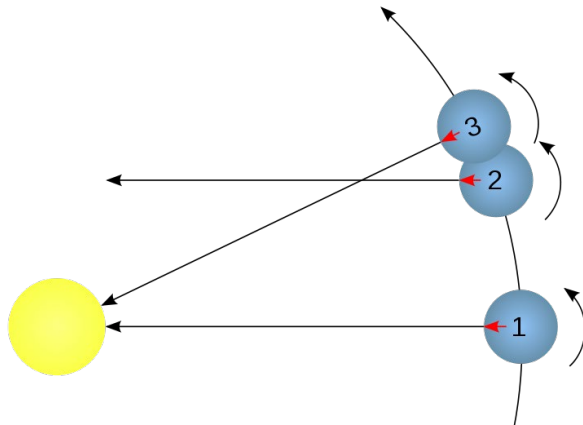


Abbildung 2: Während sich die Erde im Laufe eines Tages einmal um sich selbst gedreht hat (siderische Rotation), ist sie ein Stück weiter auf ihrer Bahn um die Sonne gewandert. Ein Beobachter auf der Erde, der zu Beginn der Betrachtung (1) die Sonne im Süden sieht, würde nach dieser Zeit die Sonne noch nicht wieder an der gleichen Stelle sehen (2). Erst nach weiteren vier Minuten steht die Sonne für den Beobachter wieder im Süden (3). Daher dauert die synodische Rotation 24 Stunden. ©: Sidereal day (prograde).png: User:Gdr / abgeleitetes Werk: Chris828 - Sidereal day (prograde).png, CC BY-SA 3.0, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=5923298>.

Warum?

Weil wir einen anderen Bezugspunkt wählen würden. Hier würden wir den Sternhintergrund, bzw. einen Stern als Start- und Endpunkt wählen: Wir beginnen mit der Messung, wenn der Stern X im Süden eines auf der Erde befindlichen Beobachters steht und enden, wenn dieser Stern erneut im Süden erscheint (*siderische Rotation*).

Der Grund für die um vier Minuten kürzere Rotationsdauer liegt darin, dass sich die Erde in ca. 365 Tagen und 6 Stunden einmal um die Sonne bewegt und damit jeden Tag auf dieser Bahn etwa 1 Grad weiterrückt. Dieses Grad entspricht etwa vier Minuten zusätzlicher Rotationsdauer für die Erde ($24 \text{ h} \times 60 \text{ min} / 360 \text{ Grad} = 4 \text{ min} / \text{Grad}$). Dieses Grad muss sich die Erde jeden Tag zusätzlich drehen, damit die Sonne zur Mittagszeit wieder im Süden steht.

Der synodische Tag ist jedoch nicht jeden Tag der gleichlang. Durch die Schrägstellung der Erde im Zusammenspiel mit ihrer Bewegung um die Sonne, schraubt sich die Sonne von einer unteren scheinbaren täglichen Bahn (Winter) im Laufe eines halben Jahres zu einer oberen Bahn (Sommer) hoch, um dann in den nächsten sechs Monaten wieder nach unten zu laufen. Die obere Bahn erreicht die Sonne am 21. 6. und die untere Bahn am 21. 12. jeden Jahres, weswegen diese Tage auch *Sommer-* bzw. *Wintersonnenwende* heißen. Genau in der Mitte dieser beiden extremen Bahnen liegt der *Himmelsäquator*. Er entspricht dem Erdäquator, der an die Himmelsphäre projiziert wurde. Entlang dieser fiktiven Bahn bewegt sich die Sonne am 21. 3. und am 23. 9. Da lichter Tag und Nacht an diesen Tagen gleich lang sind, heißen diese Tage auch *Tagundnachtgleichen*, es sind auch die einzigen Tage, an denen die Sonne tatsächlich genau im Osten auf- und im Westen untergeht. An allen anderen Tagen verschieben sich diese Punkte ab 21. 12. in Richtung Norden und ab 21. 6. in Richtung Süden.

Diese Vorüberlegungen sind wichtig, wenn wir uns nun überlegen, wie sich der Schatten eines von der Sonne angestrahlten Gegenstandes im Laufe eines Tages und im Laufe eines Jahres verhält: Aus der Alltagserfahrung wissen wir, dass der Schatten im **Uhrzeigersinn** um den Gegenstand wandert. Dabei ändert er nicht nur seine Orientierung, sondern auch seine Länge: am Morgen und Abend, wenn die Sonne tief steht, ist der Schatten lang und verkürzt sich dann bis zur Kulmination der Sonne auf ein Minimum. Dieses Minimum ist abhängig von der geographischen Breite des Beobachtungsortes und der Jahreszeit (im Sommer steht die Sonne erfahrungsgemäß höher über dem Horizont als im Winter).

3. Der Schatten eines Stabes im Laufe eines Tages

[zurück zum Anfang](#)

Wenn wir an unseren Baum und das Handtuch denken, dann wird unser erster Versuch einer Sonnenuhr so ähnlich aussehen: wir benötigen einen Schattengeber in Form eines Stabes, der senkrecht im Boden steht und Platz darum herum, dass wir den Schatten beobachten können.

3.1 Der senkrechte Stab und die horizontale Sonnenuhr

Jeder Gegenstand, der von der Sonne beschienen wird, wirft einen Schatten auf den Boden, der von der Sonne weg zeigt. Die Länge des Schattens hängt vom Einstrahlwinkel des Sonnenlichts und der Länge des Gegenstandes ab.

Beobachtungsauftrag 1:



Abbildung 3: Eine ganz einfache Sonnenuhr ist schnell gebaut: ein kleines Loch in die Mitte eines Bierdeckels bohren und einen unten begradigten Zahnstocher hineinstecken. Jetzt jede Stunde den Schatten des Stabes am Rand markieren (Stundenlinie) und beschriften. Ob diese Sonnenuhr aber das ganze Jahr funktioniert? ©: Natalie Fischer, HdA.

Durchführung: Stelle einen Stab senkrecht auf ein Blatt Papier in die Sonne und beobachte den Schatten im Lauf der Zeit. Dokumentiere den Verlauf seines Schattens, indem du zu jeder vollen Stunde die Position der Schattenspitze und die entsprechende Uhrzeit auf dem Papier festhältst. Achte darauf, dass das Papier groß genug ist! Dokumentiere auch die Himmelsrichtungen auf dem Papier! Dazu kannst Du einen Kompass oder ein Smartphone benutzen (Achtung: ersteres reagiert empfindlich gegenüber elektronischen Geräten in seiner Nähe, zweites gegenüber Eisen in Gebäuden etc.)

Notiere im Vorfeld deine Hypothesen bezüglich des Schattenverlaufs (Länge und Richtung) und seine Lage bezüglich der Himmelsrichtung und überprüfe sie nach dem Versuch.

Ergebnis: Zu Beginn ist der Schatten lang. Er verkürzt sich bis zur Mittagszeit (auf unserer Armbanduhr abgelesen) und wird dann wieder länger. Der Schatten läuft im Uhrzeigersinn um den Gegenstand herum. Um 12 Uhr zeigt der Schatten nicht genau nach Norden, d. h. das Licht kommt nicht genau von Süden. Die Abstände zwischen den gezeichneten *Stundenlinien* sind unterschiedlich groß.

Diese erste Versuchsanordnung entspricht schon einer einfachen *horizontalen Sonnenuhr*, wie die Menschen sie vor einigen Tausend Jahren benutzten. Da sie keine anderen Uhren zum Vergleich hatten, war für sie Mittag genau dann, wenn die Sonne im Süden ihren höchsten Stand hatte bzw. wenn der Schatten eines Stabes oder Obelisken am kleinsten war. Die so gemessene Zeit nennen wir die *wahre Ortszeit*. Sie wird von der *wahren Sonne* hervorgerufen.

Jetzt überprüfen wir die Sonnenuhr auf ihrer Tauglichkeit hin. Zeigt sie auch an den folgenden Tagen zur gleichen Zeit die gleiche Uhrzeit/Schattenlage an?

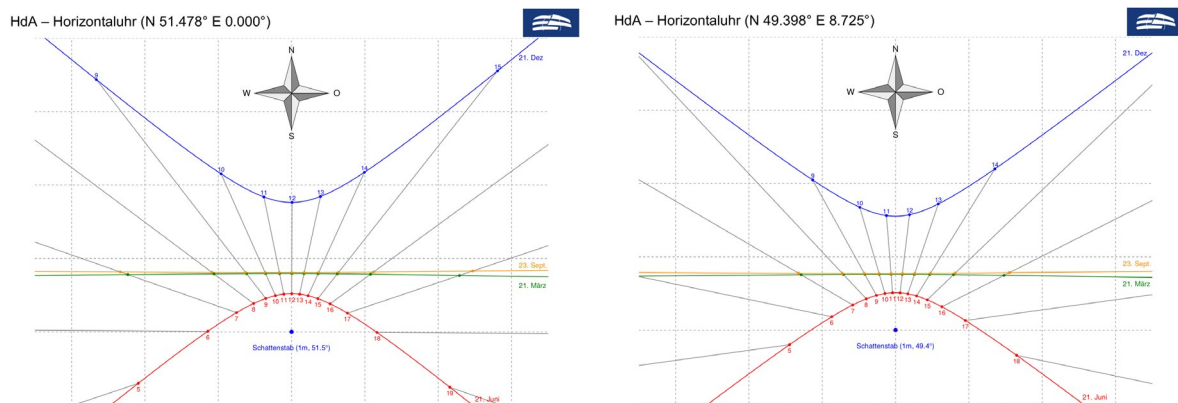
Dieser Beobachtungsauftrag 2 ist eine Messreihe, die sich über mehrere Monate hinziehen kann. Wenn sie nicht Platz im Schulalltag hat, dann kann sie auch mit der **Sonnenuhr-App** (siehe unten) durchgeführt werden (siehe Punkt 2, mit der Einstellung „Schattenwerfer 90°“).

[zurück zum Anfang](#)

Beobachtungsauftrag 2:

Nimm die Materialien des Beobachtungsauftrages 1 und wiederhole die Messungen an weiteren Tagen. Lass zwischen den Messungen auch einmal ein paar Wochen vergehen. Da du die Himmelsrichtung notiert hast, kannst Du bei einer neuen Messung das „alte“ Blatt Papier auch immer wiederverwenden, indem Du es entsprechend ausrichtest. Verbinde die Messpunkte eines Messtages mit einer Linie (*Datumslinie*).

Ergebnis: In den ersten Tagen sind die Messergebnisse innerhalb der Messungenauigkeit noch die gleichen wie am ersten Tag. Doch schon wenige Wochen später sind deutliche Abweichungen zu beobachten. Die Sonnenuhr geht an manchen Tagen nach und an anderen Tag vor, auch die Datumslinien verändern sich. Abb. 4 und 5 zeigen den Verlauf der Datumslinien bei einer Sonnenuhr, die in Greenwich (O 0°) bzw. in Heidelberg (O 8,725°) stehen würde.



Abbildungen 4 und 5: Die Datumslinien zweier Sonnenuhren, die an unterschiedlichen Standorten stehen, links Greenwich (UK) und rechts Heidelberg (DE). Die Schattengeber sind jeweils parallel zur Erdachse. Man beachte die leicht unterschiedlichen Lagen der Datumslinien und die deutlich unterschiedlichen Lagen der Stundenlinien. (Quelle: Thomas Müller, HdA).

Warum zeigt unsere Sonnenuhr nicht jeden Tag an der gleichen Stelle die gleiche Uhrzeit an? Offensichtlich hängt unsere bisherige Sonnenuhr von Parametern ab, an die wir zunächst nicht gedacht haben. Einer davon ist die Ausrichtung des Stabes und des Ziffernblattes.

3.2 Der zur Erdachse parallele Stab und die äquatoriale Sonnenuhr

Wenn wir uns die Geometrie des Tagbogens der Sonne genauer ansehen, so sehen wir, dass sich die Sonne scheinbar um die Erdachse herumbewegt. Wenn wir unsere horizontale Sonnenuhr, bestehend aus dem senkrecht auf dem Ziffernblatt stehenden Stab und dem Ziffernblatt selbst, so neigen würden, dass der Stab parallel zur Erdachse läge, dann sollten die Abstände der Stundenlinien einen gleichen Winkelabstand voneinander haben. Den Stab nennt man wegen seiner Orientierung nun *Polstab*. Aufgrund der Messanordnung (der Polstab ist parallel zur Erdachse ausgerichtet) zeigt die Sonnenuhr automatisch schrägoben nach Norden. Und tatsächlich haben die Abstände der Stundenlinien einer derartigen Sonnenuhr einen Abstand von jeweils 15 Grad. Es gilt: $24 \text{ h} \cdot 15^\circ / \text{h} = 360^\circ$ (die Erde dreht sich ja in 24 Stunden einmal um 360°). Bei dieser Anordnung ist außerdem sichergestellt, dass die Höhe der Sonne über dem Himmelsäquator (*Deklination*) nur noch die *Länge* des Stabschattens beeinflusst, nicht aber gleichzeitig deren *Lage*. Die Lage der Stundenlinie wird nun nur noch durch den *Stundenwinkel* der Sonne bestimmt. Der Stundenwinkel ist der Winkel zwischen den Ebenen des Großkreises „Sonne-Himmelspole“ mit dem Großkreis „Nord-und-Südpunkt-Himmelspole“ (*Meridian*). Er wird in Stunden und Minuten (24 h entsprechen 360°) angegeben und entspricht ganz anschaulich der Zeit, die seit dem Durchgang eines Gestirns durch den Meridian vergangen ist. Stundenwinkel und Deklination zusammen bestimmen die Position eines jeden Himmelskörpers im ortsfesten äquatorialen Koordinatensystem. Eine derartig konstruierte Sonnenuhr heißt *äquatoriale Sonnenuhr*. Vielleicht ist diese Anordnung schon die Lösung? Das überprüfen wir im nächsten Beobachtungsauftrag.

Beobachtungsauftrag 3:

[zurück zum Anfang](#)

Schneide ein quadratisches Stück aus fester Pappe aus (Seitenlänge $z = 10 \text{ cm}$) und durchstoße es in der Mitte mit einem Schaschlikspieß! Damit der Polstab auch parallel zur Erdachse liegt, wird er soweit aus dem Ziffernblatt herausgezogen (Länge l), dass die Uhr auf der Spitze des Polstabes und einer Kante des Ziffernblattes ruht und der Winkel zwischen Polstab und Horizontebene der geografischen Breite φ des Beobachtungsortes entspricht (siehe Abb. 6). Berechnen lässt sich dies so:

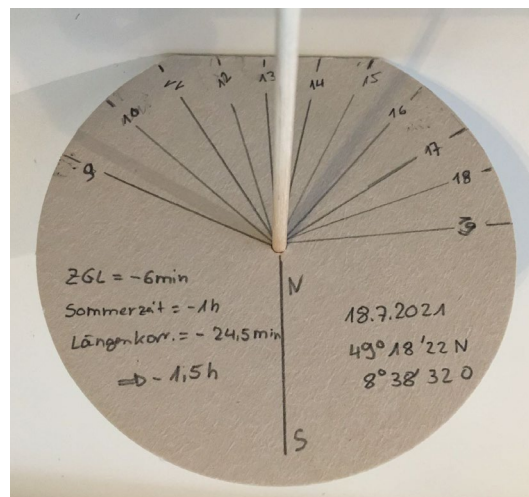
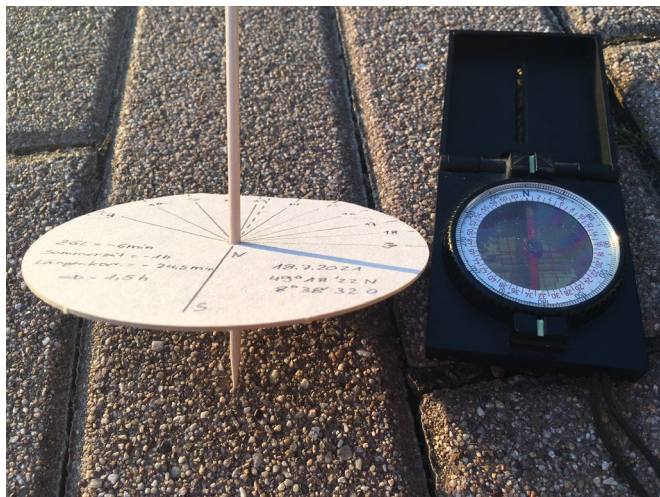
$$\tan \varphi = z / 2 / l, \text{ daraus folgt: } l = z / (2 \cdot \tan \varphi).$$

Für den Standort Heidelberg mit $N 49,398^\circ$ ergibt sich, dass der Stab um $l = 4,3 \text{ cm}$ herausgezogen werden muss. Alternativ zur Pappe kann auch ein Bierdeckel verwendet werden, der in 5 cm Höhe durchstoßen wird, einen runden Bierdeckel kann man unten begradigen. (Bierdeckel haben den großen Vorteil, dass die Pappe im Laufe eines Tages nicht durchhängt!)

Stelle die Sonnenuhr nun mit dem Fußpunkt des Stabes in Richtung Süden auf und markiere auch hier einen Tag lang zu jeder vollen Stunde die Lage des Polstabschattens.

Auch dieser Beobachtungsauftrag kann über einen längeren Zeitpunkt hinweg wiederholt werden und auch hier ist eine Simulation mit der Sonnenuhr-App möglich (siehe Kapitel 5 am Ende des Beitrags, aber diesmal mit dem Extrapunkt „Schattenwerfer parallel zur Erdachse“).

Ergebnis: Die Stundenlinien haben dieses Mal einen gleichen Abstand von 15 Grad . Liegt der Schatten genau im Norden, so ist seine Länge minimal. Auch diese Sonnenuhr zeigt den wahren Mittag an, der auch dieses Mal nicht mit der Uhrzeit unserer Armbanduhr übereinstimmt. Auch hier gibt es Abweichungen des Schattens von den ursprünglichen Stundenlinien im Laufe von wenigen Wochen. Bei dieser Sonnenuhr kommt noch erschwerend hinzu, dass wir in den Wintermonaten die Uhrzeiten auf der Unterseite des „Sommerziffernblattes“ notieren müssen, da sich die Sonne in den Wintermonaten ja unterhalb des Himmelsäquators und damit des Ziffernblattes bewegt.



Abbildungen 6 und 7: Eine äquatoriale Sonnenuhr im Einsatz. Zu jeder vollen Stunde der mittleren Ortszeit wurde der Schatten des Polstabes auf den Rand der Sonnenuhr gezeichnet. Sehr schön ist zu sehen, dass alle Stundenlinien tatsächlich äquidistant mit 15° -Abständen sind. ©: Natalie Fischer, HdA.

Daher werden wir für unsere weiteren Überlegungen wieder auf die horizontale Sonnenuhr mit dem horizontalen Ziffernblatt zurückkehren. Die Lages des Schattengebers parallel zur Erdachse werden wir aber beibehalten.

[zurück zum Anfang](#)

Durch die Wahl eines Polstabes haben wir die Schattenlänge (verursacht auch durch die Deklination der Sonne) und die Lage des Schattens (verursacht auch durch den Stundenwinkel der Sonne) voneinander getrennt. Trotzdem scheinen wahre Ortszeit und mittlere Ortszeit unterschiedliche Angaben zu sein. Das untersuchen wir im nächsten Abschnitt.

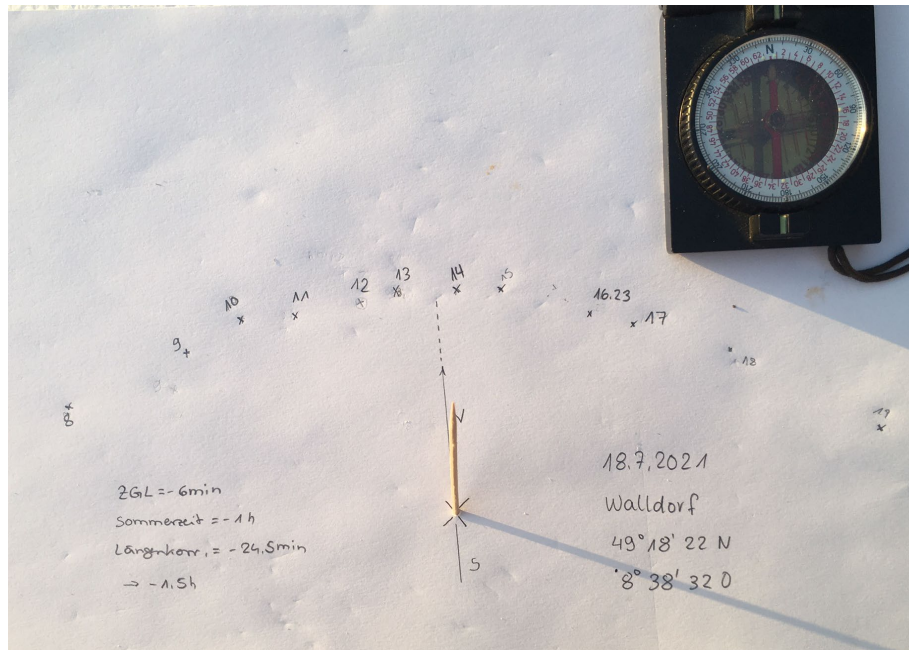


Abbildung 8: Die Schattenspitze des Polstabes einer horizontalen Sonnenuhr wurde zu jeder vollen Stunde auf das Blatt aufgetragen und so entstand eine Datumslinie vom 18.7.2021. ©: Natalie Fischer, HdA.

3.3 Die Zeitgleichung

Wir sind bisher von der Annahme ausgegangen, dass die Sonne gleichmäßig in 24 Stunden über den Himmel läuft und um 12 Uhr im Süden steht. Diese fiktive *mittlere Sonne* umrundet die Erde auf einer kreisförmigen Bahn in Höhe des Himmelsäquators und benötigt für einen Umlauf ein Jahr. Dieser 24-Stunden-Rhythmus ist die Grundlage für unsere Armbanduhren. Die *Bewegung der wahren Sonne* am Himmel, sowohl die tägliche als auch die jährliche, wird aber eigentlich durch die *Bewegung der Erde* hervorgerufen. Folgende Punkte haben wir bisher vernachlässigt:

1. Einfluss der Ellipsenbewegung (Exzentrizität der Bahn):

Die Erde bewegt sich auf einer Ellipse um die Sonne und daher nicht gleichförmig! Nach dem 2. Keplerschen Gesetz bewegt sich die Erde in Sonnennähe (Perihel) schneller als in Sonnenferne (Aphel). Daher sind die wahren Tageslängen (von Kulmination zu Kulmination) nicht jeden Tag gleich lang. Von Aphel zu Perihel geht die wahre Sonne vor und von Perihel zu Aphel geht die wahre Sonne nach.

2. Schiefe der Ekliptik (Erdachse ist geneigt):

Außerdem rotiert die Erde um eine geneigte Erdachse. Das hat zur Folge, dass die Sonne nicht jeden Tag scheinbar auf dem Himmelsäquator die Erde umkreist (Erdachse wäre dann senkrecht auch der Erdbahn), sondern sich entgegen der Bewegung der Himmelskugel auf der sogenannten Ekliptik bewegt, die gegenüber dem Himmelsäquator um 23,5 Grad geneigt ist. Hier geht die wahre Sonne im Winter und Sommer vor und Frühling und Herbst nach. Keinen Einfluss hat dieser Effekt am 21. 3., 21. 6., 23. 9. und 21. 12.

Beide Effekte summieren sich auf und definieren den Unterschied zwischen gemessener wahrer Ortszeit der Sonne (WOZ) und der mittleren Ortszeit der Sonne (MOZ). Dieser wird durch den Wert der *Zeitgleichung* (ZGL) ausgedrückt: Sie nimmt für jeden Tag im Jahr einen anderen Wert an. Es gilt:

$$\mathbf{ZGL = WOZ - MOZ.}$$

[zurück zum Anfang](#)

Ist $ZGL < 0$, so geht die wahre Sonne verspätet durch den Meridian, die Sonnenuhr geht also nach, ist $ZGL > 0$, so geht die wahre Sonne zu früh durch den Meridian, eine Sonnenuhr geht dann vor. Das Zusammenspiel beider Effekte lässt sich gut in dem folgenden Diagramm (Abb. 9) sehen.

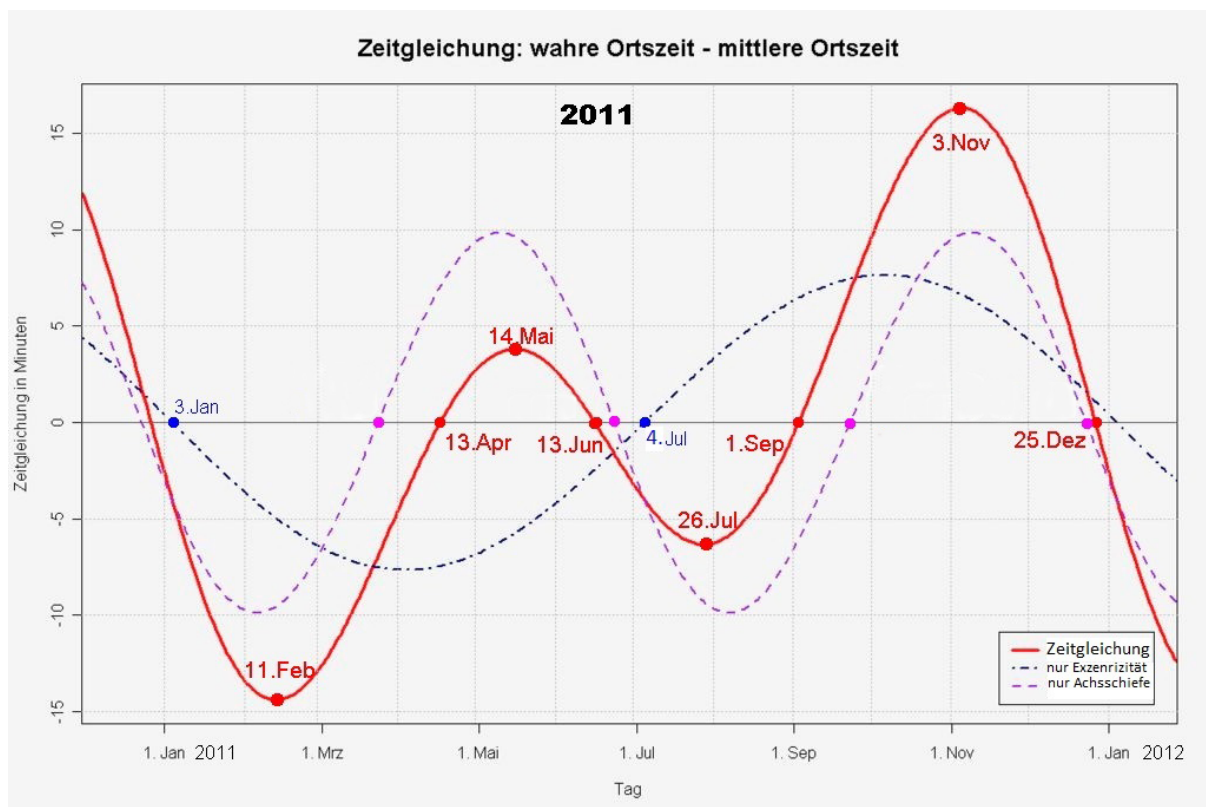


Abbildung 9: Zeitgleichung für das Jahr 2011. Zusätzlich sind noch fiktive Grenzfälle zu sehen: 1. ohne Berücksichtigung der Schiefe der Ekliptik, d.h. wenn die Erdachse senkrecht auf der Erdbahn stünde (Jahresperiode); 2. die Erde bewegt sich auf einer Kreisbahn (Halbjahresperiode). Daten für das jeweils aktuelle Jahr finden sich in aktuellen Jahrbüchern oder im Internet, siehe auch Hinweis am Ende des WIS-Beitrags.

©: Thomas Steiner, S. Wetzel: Die Zeitgleichung, elementar behandelt, Abb. 7, File:Zeitgleichung.png, CC BY-SA 2.5, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=27561540>.

Aus der Grafik (Abb. 9) können wir entnehmen: die Zeitgleichung ist an den Tagen 13. 4., 13. 6., 1. 9. und 25. 12. gleich Null. D. h., an diesen Tagen entspricht die wahre Sonne der mittleren Sonne: der Schatten liegt auf der Stundenlinie. Am 11. 2. ist die Zeitgleichung maximal negativ und am 3. 11. maximal positiv in der Größenordnung einer Viertelstunde.

Wie groß diese Abweichungen an welchem Tag sind, muss für jedes Jahr neu bestimmt werden. Die aktuellen Abweichungen finden sich zum Beispiel als Tabelle oder als Grafik in Jahrbüchern.

Analemma

Schauen wir uns einmal mal an, wie die Zeitgleichung die Schatten unserer Sonnenuhr beeinflusst. Bisher haben wir festgestellt, dass der Schatten des Schattengebers zu einer festen Uhrzeit schon ein paar Tage nach der ersten Messung von der ursprünglichen Stundenlinie abweicht. Das sehen wir uns nun systematisch an: Dazu betrachten wir einmal nur den Schatten, den unser Polstab im Laufe eines ganzen Jahres (!) bei einer einzigen konstanten mittleren Ortszeit (z. B. 9 Uhr) auf das Ziffernblatt wirft. Bei näherem Hinsehen vollführt die Schattenspitze auf der Sonnenuhr die Figur einer „8“. Diese „8“ wird Analemma genannt. Sie lässt sich auch am Himmel fotografieren, indem man die Sonne ein Jahr lang immer zur selben Uhrzeit fotografiert (siehe Abb. 10).

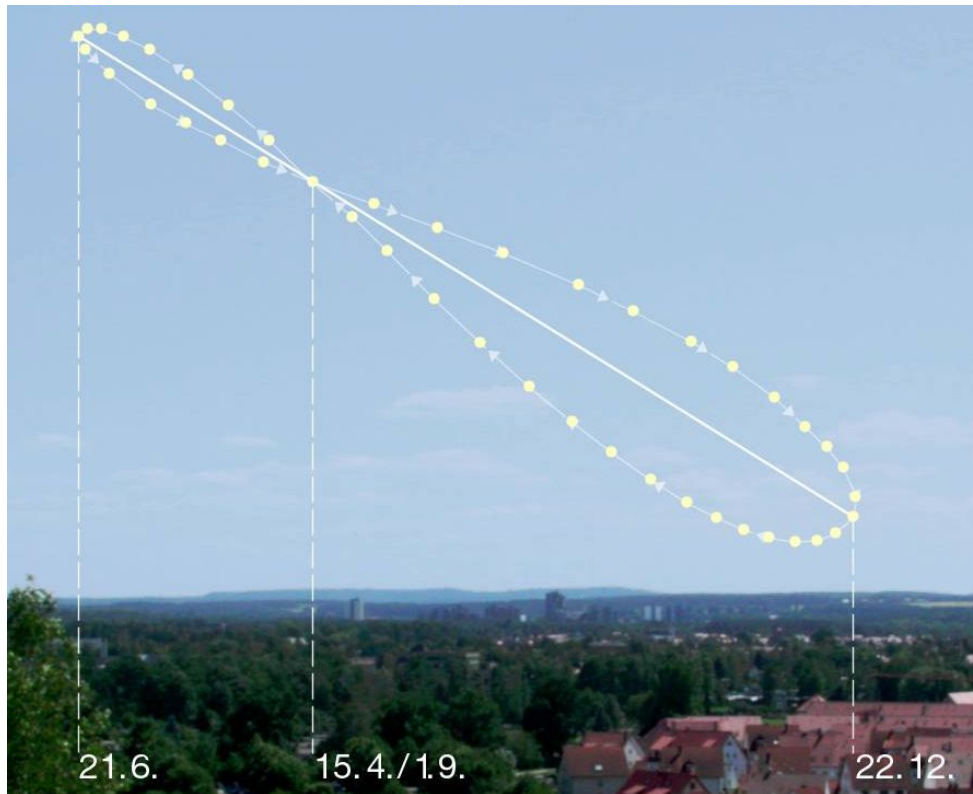
[zurück zum Anfang](#)


Abbildung 10: Für diese fiktive Fotomontage wurde die Sonne alle sieben Tage um 9 Uhr MEZ bei immer den gleichen Einstellungen am Himmel fotografiert. Die übereinandergelegten Fotos ergeben das Bild einer „8“. Diese Figur wird Analemma genannt (Standort liegt ca. N 50° und O 8°). ©: jailbird - Montage and image used have been made/taken by myself., CC BY-SA 2.0 de, <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=209455>.

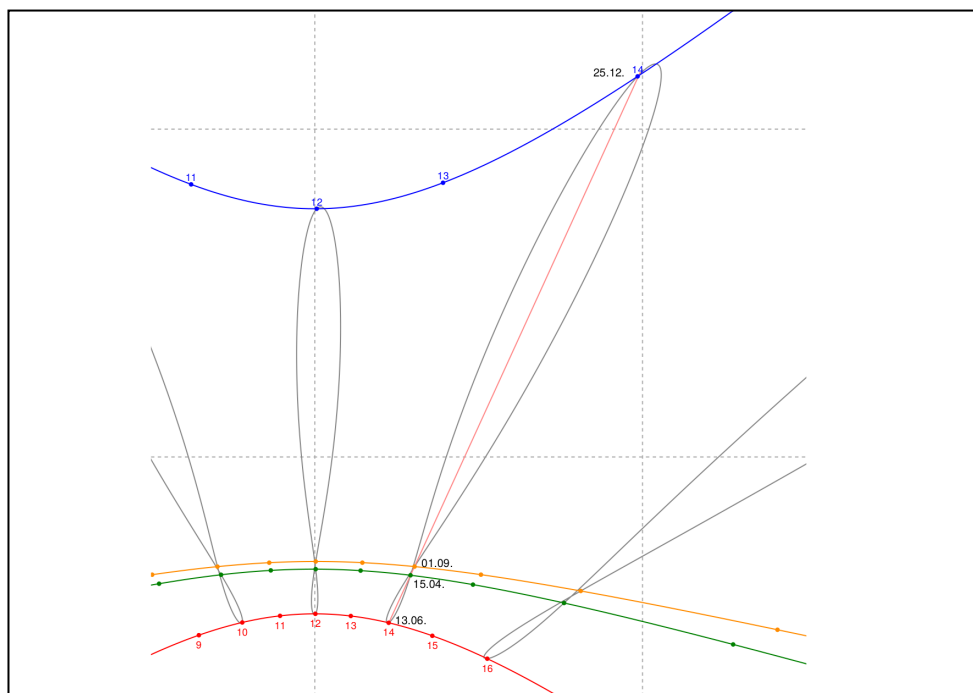
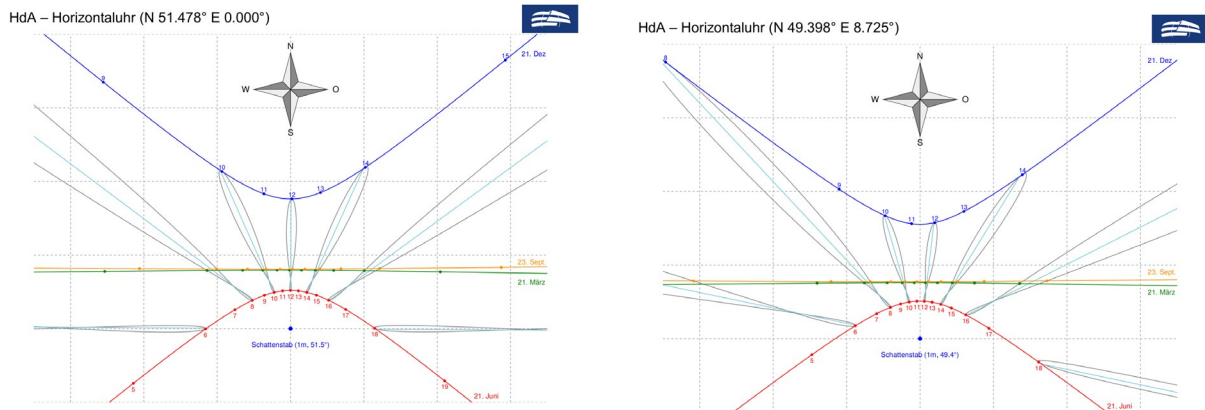


Abbildung 11: Auf diesem Bild schlängeln sich genau diese Analemma um die Stundenlinien der Sonnenuhr. Die Abweichungen der wahren Ortszeit von der mittleren Ortszeit sind also nicht nur am Himmel sichtbar, sondern zeigen sich auch in den Schatten, die die Sonne mit Hilfe des Schattengebers auf einer Sonnenuhr hervorruft. Die „8“ schneidet die Stundenlinie der mittleren Sonne an vier Stellen. Diese entsprechen den Tagen, an denen die Zeitgleichung gleich Null ist. An diesen Tagen entspricht die wahre Sonne der mittleren Sonne. ©: Thomas Müller, HdA.

[zurück zum Anfang](#)

Was heißt das nun für unsere Sonnenuhren? Es bedeutet, dass wir mit den Stundenlinien alleine nicht sofort die „richtige“ Uhrzeit von unserer Sonnenuhr ablesen können. Daher gibt es Sonnenuhren, die entsprechende Analemmas direkt auf ihren Zifferblättern haben (siehe Abb. 11). Bei diesen Sonnenuhren fährt der Schatten der Polstabspitze über das jeweilige Analemma und zeigt die Uhrzeit an: jedes Analemma steht für eine Uhrzeit (11 Uhr, 12 Uhr usw.). Der Schatten bewegt sich also von Analemma zu Analemma.



Abbildungen 12 und 13: Zu sehen sind hier wieder die gleichen Sonnenuhren in Greenwich (links) und Heidelberg (rechts) wie in Abbildungen 4 und 5, diesmal korrigiert mit der Zeitgleichung: Der Endpunkt des Polstabschattens der Sonnenuhren läuft jeweils im Laufe eines Jahres durch die Analemmas. Der Übersicht halber wurden hier nur wenige Analemmas gezeichnet. Zu vier Zeitpunkten im Jahr ist die Zeitgleichung gleich Null, an den Tagen schneiden die Bahnen die Stundenlinien und die wahre Ortszeit entspricht der mittleren Ortszeit, siehe auch Abbildung 11 (Quelle: Thomas Müller, HdA)

Wir wissen jetzt, warum der Schatten unserer Sonnenuhr nicht jeden Tag zur gleichen Zeit auf der gleichen Stundenlinie liegt. Aus den Abbildungen 12 und 13 ergibt sich aber immer noch die Frage, warum die Stundenlinien in Greenwich und Heidelberg an unterschiedlichen Orten liegen? Muss die 12-Uhr-Stundenlinie nicht immer in Nord-Süd-Richtung stehen?

3.4. Lages des Beobachtungsortes

Die Erde dreht sich vor der Sonne um sich selbst und für jeden Beobachter steht die Sonne zu einem bestimmten Zeitpunkt im Süden. Beobachter, die auf ein und demselben Längengrad wohnen, haben zur selben Zeit Mittag, Beobachter weiter im Westen oder Ostern erst später oder früher.

Zu der Zeit, als die schnellsten Fortbewegungsmittel auf der Erde noch Pferdekutschen waren, hatte jeder Ort seine eigene Zeit, bestimmt durch den Mittagszeitpunkt der ortsgebundenen Sonnenuhr. Als jedoch die ersten Eisenbahnen die Ortschaften verbanden, führten unterschiedliche Ortzeiten zu Chaos in den Fahrplänen. Man war gezwungen, *Zeitzone*n einzuführen, in denen eine einheitliche Uhrzeit herrschte. Man einigte sich schließlich 1884 nach einigen regionalen Zwischenlösungen weltweit auf *Zeitzone*n, die in Ost-West-Richtung aus 15 Grad breiten Gebieten bestehen und deren *Zonenzeiten* sich um jeweils plus eine Stunde von der jeweils westlich davon liegenden *Zeitzone* unterscheiden. Unsere *Zeitzone* MEZ hat den *Bezugsmeridian* 15 Grad Ost. Der Nullmeridian führt durch die englische Ortschaft Greenwich. Länder, die über die diese Grenzen im Osten oder Westen leicht hinausragen, schließen sich nur einer *Zeitzone* an. Große Staaten, wie zum Beispiel die Vereinigten Staaten von Amerika, benötigen mehrere *Zeitzone*n in ihrem Land. Pro Grad Abweichung vom *Bezugsmeridian* unterscheidet sich daher die wahre Ortszeit/Sonnenzeit von der mittleren Ortszeit (mittlere Sonne) um weitere 4 Minuten.

Beispiel:

[zurück zum Anfang](#)

Heidelberg hat eine geografische Länge von $8,725^\circ$ Ost. Um wie viele Minuten geht eine dort aufgestellte Sonnenuhr falsch?

Antwort: Heidelberg liegt $15^\circ - 8,725^\circ = 6,275^\circ$ westlich des Bezugsmeridians. Damit geht die Sonne in Heidelberg erst $6,275^\circ \cdot 4 \text{ min} / ^\circ = 25,1 \text{ min}$ später durch den Meridian, d. h., erst um 12:25 Uhr. Die Sonnenuhr in Heidelberg geht daher nach oder anders gesagt, um 12 Uhr mittlerer Ortszeit würde unsere Sonnenuhr in Heidelberg (ohne Zeitgleichung) erst 11:35 Uhr anzeigen.

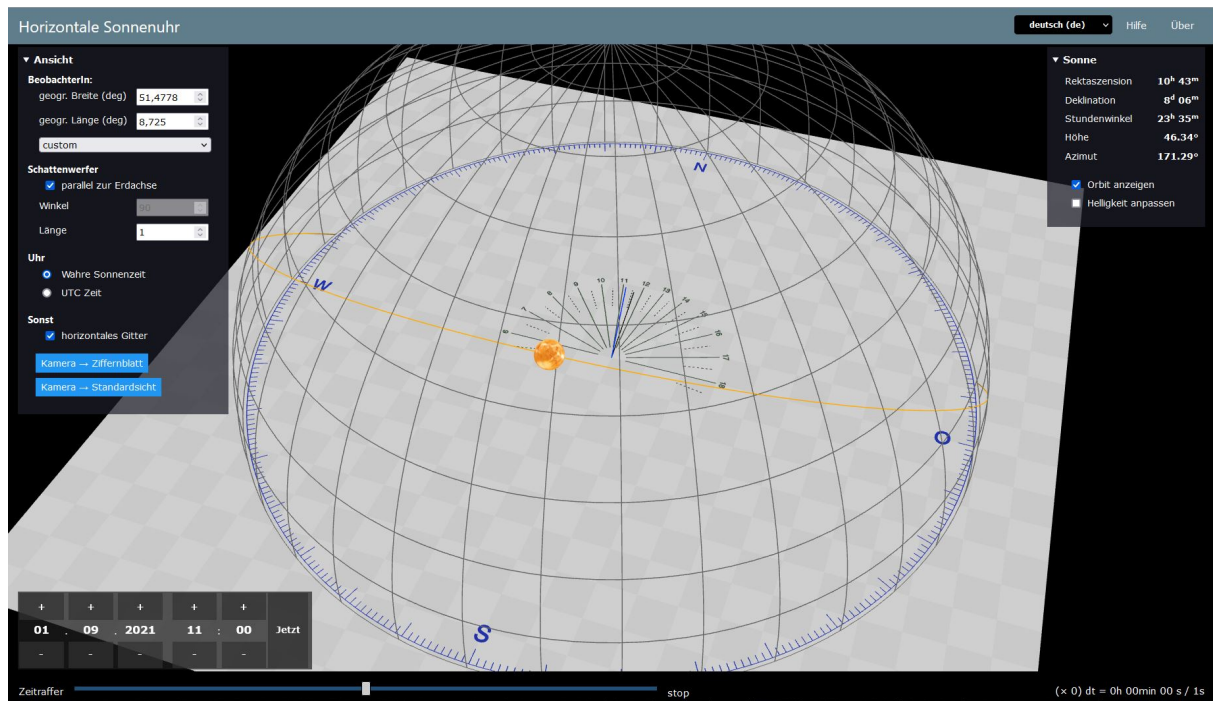


Abbildung 14: Mit Hilfe der Sonnenuhr-App (siehe unten) lässt sich schön zeigen, wie die Länge des Beobachtungsortes die Lage der Stundenlinien beeinflusst: die mittlere Ortszeit für Heidelberg ist bei diesem Beispiel 12 Uhr (11 Uhr UTC + 1 h, s. u.). Die Sonne kulminierte hier aber noch nicht, ihr Stundenwinkel beträgt erst 23 h 35 min, es fehlen noch 25 min bis zum Mittag. ©: Anwendung der Sonnenfinsternis-App, Thomas Müller, HdA.

Wie man mit Hilfe all dieser Korrekturen nun aus der wahren Ortszeit die mittlere Ortszeit bestimmt, erfahren wir im nächsten Kapitel.

4. Bau und Ablesen einer Sonnenuhr

Wie wir jetzt wissen, muss eine gut funktionierende Sonnenuhr immer an die Gegebenheiten des Beobachtungsortes angepasst werden:

- Die geographische Breite φ bestimmt die Geometrie des Schattengebers (beim Polstab einer horizontalen Sonnenuhr ist es zum Beispiel der Winkel zwischen Polstab und Horizontebene).
- Die geographische Länge λ bestimmt die mittlere Ortszeit. In unserer Zeitzone ist die mittlere Ortszeit die MEZ (Mittleuropäische Zeit), im Sommer sogar die MESZ (Mittleuropäische Sommerzeit).

Die Sonnenuhr selber zeigt die wahre Ortszeit an. Diese ist abhängig vom Stundenwinkel τ der Sonne. Wollen wir aus dem Stand der Sonnenuhr also auf die mittlere Ortszeit schließen, müssen wir die wahre Ortszeit durch die Zeitgleichung und die Längenabweichung unseres Beobachtungsortes vom Bezugsmeridian (bei uns ist es 15° Ost) korrigieren. Da letztere Korrektur immer den gleichen Wert ergibt, lässt sich dies auch durch eine Verschiebung des Ziffernblatts der Sonnenuhr im Vorfeld korrigieren.

[zurück zum Anfang](#)

4.1 Konstruktionsdaten einer Sonnenuhr

Die Sonnenuhr im Anhang ist für den Standort Heidelberg konstruiert (N 49,398°, O 8,725°).

Die Lage der Stundenlinien einer horizontalen Sonnenuhr α_H gemessen vom Meridian ergibt sich durch

$$\alpha_H = \arctan(\sin \varphi \cdot \tan \tau).$$

Da die Werte symmetrisch um den Meridian liegen, reicht es aus, diese Werte für die vollen Stunden vor oder nach dem Meridiandurchgang zu berechnen (siehe Werte in Tabelle 1).

Unsere Sonnenuhr wird durch eine vertikale Sonnenuhr stabilisiert. Dies ist vor allem im Winter praktisch, wenn die Sonne nicht so hoch über dem Horizont steht. Hier lautet die Formel für die Lage der Stundenlinien

$$\alpha_V = \arctan(\cos \varphi \tan \tau).$$

(Achtung: da die Tangensfunktion nicht umkehrbar eindeutig ist, gelten diese Formeln für den Bereich $-90^\circ < \tau < +90^\circ$. Für $\tau < -90^\circ$ muss man noch 180° vom Gesamtergebnis abziehen, für $\tau > 90^\circ$ müssen noch 180° hinzugezählt werden.)

Es ergeben sich die folgenden Werte:

Uhrzeit [WOZ]	Stundenwinkel τ [h]	Stundenwinkel τ [°]	Winkelabstand α_H vom Meridian [°]	Winkelabstand α_V vom Meridian [°]
4	-8	-120	-127,1	-131,5
5	-7	-105	-109,3	-112,3
6	-6	-90	-90	-90
7	-5	-75	-70,6	-67,6
8	-4	-60	-52,8	-48,4
9	-3	-45	-37,2	-33,0
10	-2	-30	-23,7	-20,6
11	-1	-15	-11,5	-9,9
12	0	0	0	0
13	1	15	11,5	9,9
14	2	30	23,7	20,6
15	3	45	37,2	33,3
16	4	60	52,8	48,4
17	5	75	70,6	67,6
18	6	90	90	90
19	7	105	109,3	112,3
20	8	120	127,1	131,5

Tabelle 1: Winkel der Stundenlinien bezogen auf den Winkelabstand vom Meridian (positive Winkel werden rechts vom Meridian, negative Winkel links vom Meridian abgetragen).

Jetzt müssen wir nur noch den Schattengeber konstruieren, dessen erster Schenkel parallel zum vertikalen Ziffernblatt zeigt und dessen zweiter Schenkel parallel zum horizontalen Ziffernblatt liegt. Der dritte Schenkel, der die Rolle des Polstabs hat, soll mit dem letzteren Schenkel den Winkel φ (geographische Breite des Beobachtungsorts) haben.

Es gilt: $\tan \varphi = l_V / l_H$.

In unserem Beispiel wurde $l_H = 8$ cm gewählt. Mit $\varphi = 49,4^\circ$ ergibt sich $l_V = 9,3$ cm. Somit sind alle Daten für den Bau einer Sonnenuhr vorhanden und können auch für andere Breitengrade nach dem Muster erstellt werden.

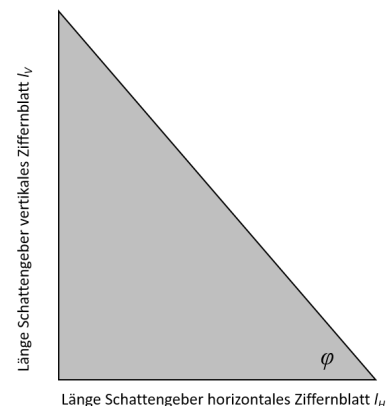


Abbildung 15: Konstruktion des Schattengebers. ©: Natalie Fischer, HdA.

4.2 Arbeiten mit der Sonnenuhr

[zurück zum Anfang](#)

Die Sonnenuhr wird nun mit dem horizontalen Ziffernblatt nach Süden ausgerichtet. Der Schatten des Schattengebers zeigt uns die wahre Ortszeit an. Ein kurzer Blick auf die Armbanduhr (= mittlere Ortszeit/Zonenzeit) verrät, dass beide Zeiten nicht übereinstimmen, was nach den oberen Überlegungen zu erwarten war. Folgende Zeiten müssen nun verrechnet werden (18. 7. 2021):

1. Abweichung unserer geografischen Länge vom 15. Längengrad (siehe oben): -25 min
2. Zeitgleichung (18.7.21): $ZGL = \text{wahre Ortszeit (WOZ)} - \text{mittlere Ortszeit (MOZ)} = -6 \text{ min}$, siehe [4],
3. Im Sommer müssen wir noch die Sommerzeitberücksichtigen: - 1h.

Ergebnis der Messung (siehe Abb. 16):

Um 14:27 Uhr mittlerer Ortszeit (MESZ) zeigte die Sonnenuhr genau 13 Uhr wahre Ortszeit (WOZ) an. Wie passt das zusammen?

Mit den obigen Korrekturen ergibt sich:

$\text{WOZ (Heidelberg)} = \text{MOZ (HD)} - 25 \text{ min} - 6 \text{ min} - 1 \text{ h} = 14:27 \text{ h} - 1:31 \text{ h} = 12:56 \text{ Uhr}$.

Gemessen wurde eine WOZ von 13 Uhr.

Das Ergebnis ist ganz akzeptabel. Messfehler kamen durch den Kompass zustande, der auf jeder Annäherung eines elektronischen Gerätes (Smartphone, Fitnessuhr) und auch das Vorhandensein von Baustahl innerhalb der Wohnräume reagierte. Der Kompass des zuvor eingesetzten Smartphones reagierte noch empfindlicher. Eine weitere Fehlerquelle ist der Messort, der sich etwa 22 km von Heidelberg entfernt befand, was sich in der Längengradkorrektur um ca. - 0,5 min bemerkbar gemacht hat.

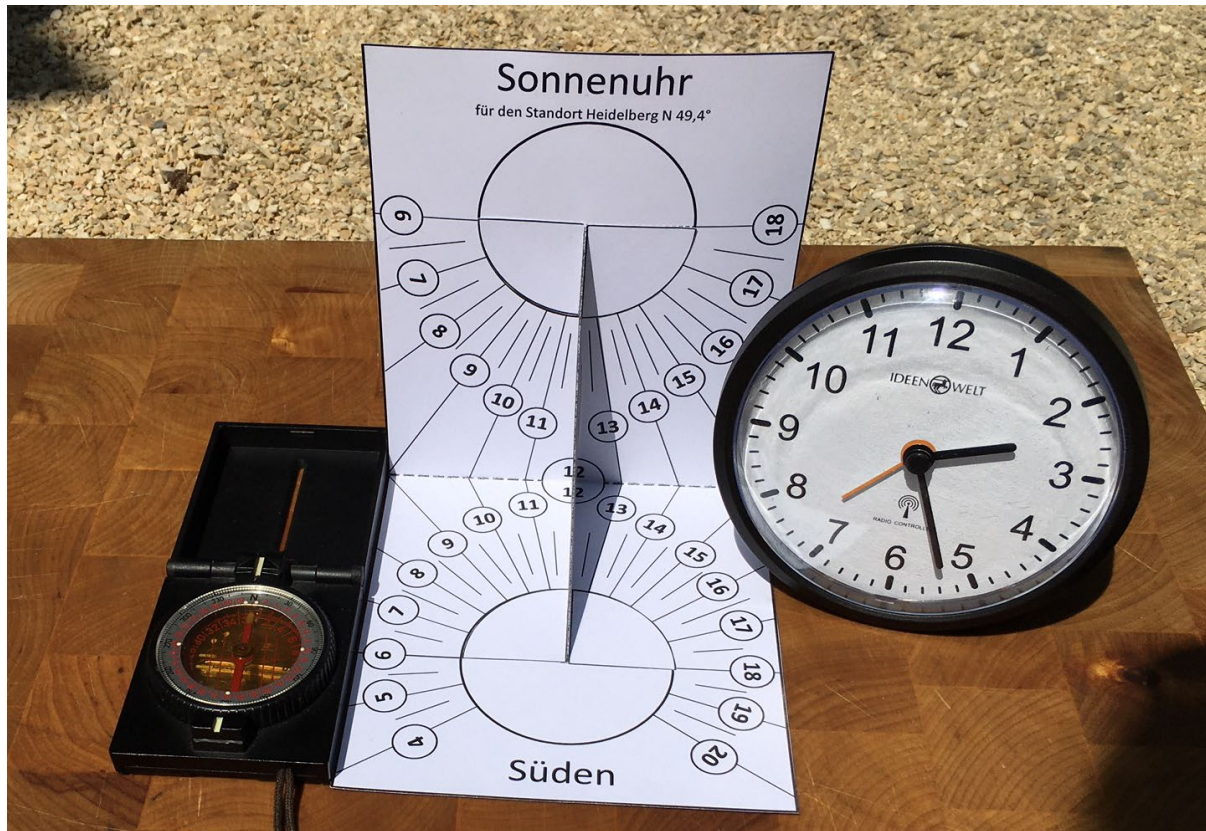


Abbildung 16: Mit Kompass und Uhr ausgestattet, lässt sich mit einer Sonnenuhr aus der dort abzulesenden wahren Ortszeit die mittlere Ortszeit berechnen. (Foto: Natalie Fischer)

5. App ‚Sonnenuhr‘

[zurück zum Anfang](#)

Mit einer entsprechenden Sonnenuhr-App lassen sich viele Szenarien zuhause oder im Klassenzimmer wetter- und ortsunabhängig simulieren. Eine solche App wurde von Dr. Thomas Müller (Haus der Astronomie) entwickelt und steht unter dem Link <https://www.haus-der-astronomie.de/vis/astroapps> kostenfrei zur Verfügung. Die Bedienung ist im Prinzip selbsterklärend: ein beliebiger Schattengeber (Stab) kann in Länge und Orientierung frei gewählt werden, ebenso der Beobachtungsort. Durch Wahl der Uhr sieht man entweder den Schatten der wahren Sonne („Wahre Sonnenzeit“), der über die Stundenlinien der mittleren Sonne läuft. Das entspricht dem Szenario einer aufgestellten Sonnenuhr.

Oder man wählt „UTC-Zeit“. Bei dieser Ansicht ist die Sonnenuhr bereits durch die Zeitgleichung korrigiert. Da die Zeitgleichung an unterschiedlichen Tagen im Jahr unterschiedliche Werte annimmt (siehe oben), sind hier nicht die starren Stundenlinien zu sehen, sondern die Analemmas: Je nach Uhrzeit und Datum steht der Schatten des Schattengebers auf der entsprechenden Kurve und die Uhrzeit kann abgelesen werden. Die Korrekturen bezüglich des Längengrades und der Sommerzeit sind nach wie vor vorzunehmen.

Ebenfalls sehr hilfreich ist das Einblenden des horizontalen Gitters. So kann die Position der Sonne besser gesehen werden. Auf der rechten Seite werden zusätzlich die Koordinaten der Sonne (Rektaszension und Deklination, bzw. Höhe und Azimut, als auch der Stundenwinkel) angegeben. Zoomen und Drehen erfolgt intuitiv mit den Fingern auf einem Screen oder Touchpad.

Mögliche Aufgaben könnten sein:

1. Lauf der Sonne in Abhängigkeit von Datum, Uhrzeit und geographischer Lage: wie verändert sich der Tagbogen der Sonne (Höhe, Punkte des Sonnenaufgangs und Sonnenuntergangs). *(leicht)*
2. Veränderung des Schattens der wahren Sonne an einem festen Beobachtungsort im Laufe des Tages und im Laufe des Jahres. *(leicht)*
Hier einmal den Wechsel zur korrigierten mittleren Sonne (Ansicht UTC) wagen und mit den Ergebnissen der eigenen gebastelten Sonnenuhren vergleichen (siehe oben). *(mittelschwer)*
3. Veränderung der Sonnenuhr bzw. der Stundenlinien in Abhängigkeit vom Breitengrad (Nordpol, Europa, Äquator, Südafrika, Südpol) bei gleichbleibenden Längengraden: durch Drücken der Pfeiltasten der geografischen Breite sieht man zum Beispiel schnell eine Veränderung der Sonnenhöhe und der Stundenlinien, deren Lage am Äquator extrem wird. *(leicht-mittel)*
Die Ansicht UTC (mittlere Sonne) ist dem Zusammenhang eher was für ältere Schülerinnen und Schüler. *(schwer)*
4. Veränderung der wahren Sonnenzeit bei fester geographischer Breite, aber unterschiedlicher Länge. *(leicht)*
Die Ansicht UTC ist auch hier eher was für ältere Schülerinnen und Schüler.

6. Quellen und Zusatzmaterial

- [1] Meyer, Jörg: Die Sonnenuhr und ihre Theorie, Verlag Harri Deutsch, 2008
- [2] Fischer, Olaf; Müller, Thomas: Wie kommt eine Sonnenuhr an die Schulhauswand, WIS-Beitrag 9/2021
- [3] Loske, M. Lothar: Die Sonnenuhren, Springer-Verlag, 1970
- [4] Daten der Zeitgleichung in Tabellenform,
z. B. https://www.helios-sonnenuhren.de/sites/default/files/zeitgleichungstabelle_2021.pdf

Bastelbogen in Datei „Sonnenuhr Heidelberg.pdf“ im Anhang