

Woraus bestehen Exoplaneten?

In Bezug auf den Beitrag „Uraltes Planetensystem trotz störender Sterne“ in der Zeitschrift »Sterne und Weltraum« 1/2024, Rubrik „Nachrichten“, S. x, WIS-ID: 1571232, Zielgruppe: Unterstufe, Mittelstufe

Markus Nielbock, Haus der Astronomie, Heidelberg

Weit über 5000 Planeten sind bekannt, die andere Sterne als die Sonne umkreisen. Doch woraus bestehen sie? Woher wissen wir, dass sich eine nähere Untersuchung auch in Bezug auf den Nachweis von Lebensspuren auf diesen Planeten lohnt? Bereits mit elementaren Betrachtungen und Berechnungen auf der Basis von fundamentalen Messungen wie dem Radius und der Masse von Planeten sind erste Abschätzungen möglich. Wir können unterscheiden, ob es sich um Gesteinsplaneten ähnlich der Erde, um Wasserplaneten mit tiefen Ozeanen oder um Gasplaneten handelt. Allerdings zeigt sich, dass diese Methode komplexe numerische Modelle benötigt und analytische Berechnungen mit idealisierten Annahmen keine korrekten Ergebnisse liefern.

Der WIS-Beitrag bietet nach einer Darstellung der fachlichen Hintergründe (für den Lehrer) und **für die Schüler eine Mischung aus Eigenarbeit, angeleiteten Aufgaben, Interpretation und Kontrolle des Verständnisses.**

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Planeten	Exoplanet , Detektionsmethode für Exoplaneten , Transitmethode , Radialgeschwindigkeitsmethode , Masse , Radius , Masse-Radius-Diagramm , Zusammensetzung von Planeten
Physik	Mechanik, Thermodynamik	Gas , Dichte , Druck , Temperatur , Flüssigkeit , Festkörper , Aggregatzustand , Masse , Geschwindigkeit , Dopplereffekt , Modell
Fächer- verknüpfung	Astronomie - Mathematik Astronomie - Chemie	Volumen , Radius , Kugel , Koordinatensystem , Dezimalzahl , Parabel , Funktion , Graph , Datenpunkt , Wertepaar , Summenformel , Mineral , Periodensystem
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen, Erkenntnis und Kommunikation), Lehr-/Sozialformen, Unterrichtsmittel	Berechnungen und Vergleiche durchführen , Diskussion , Recherche , Diagramm füllen , Arbeitsblatt

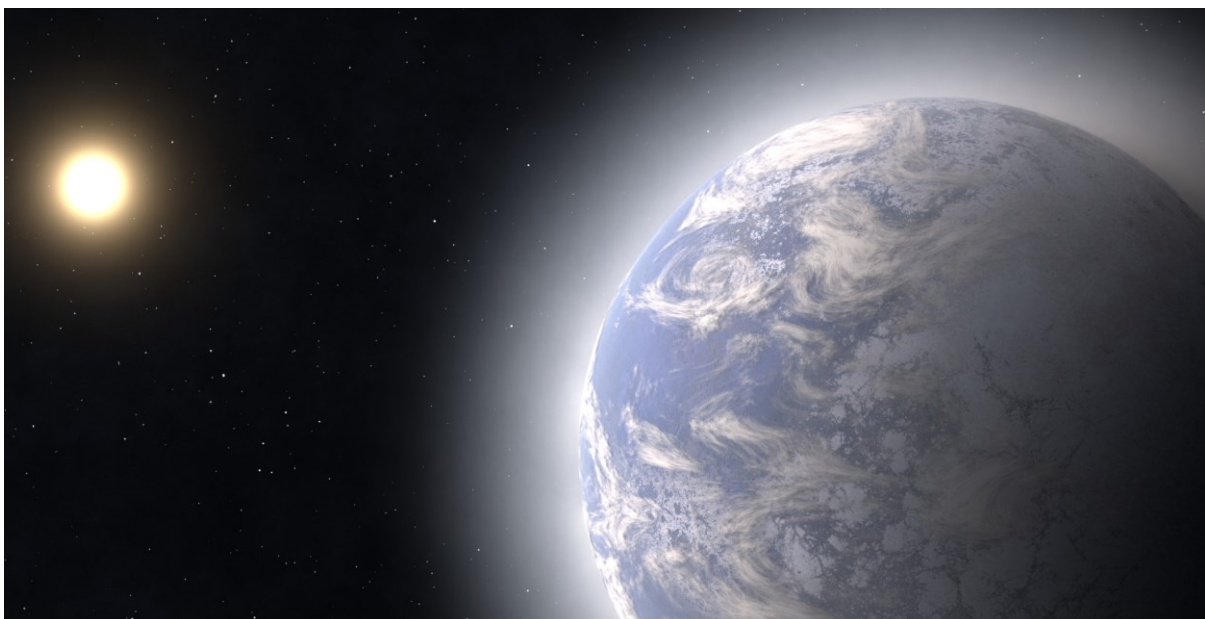


Abbildung 1: Künstlerische Darstellung eines Exoplaneten, der große Mengen an Wasser besitzt und eine dichte Atmosphäre ausbildet. ©: Thomas Müller (MPIA).

Inhalt

1 Grundlagen.....	3
1.1 <i>Exoplaneten</i>	3
1.2 <i>Detektionsmethoden</i>	3
2 Massen und Radien von Exoplaneten	5
3 Die Dichte von Exoplaneten	6
3.1 <i>Naiver Ansatz</i>	6
3.2 <i>Realistischer Ansatz</i>	7
4 Charakterisierung von Exoplaneten	9
5 Vorbetrachtungen zu den Übungen.....	11
6 Übungen.....	12
7 Lösungen der Diagramme.....	19
8 Literaturverzeichnis	21

1 Grundlagen

1.1 Exoplaneten

Seit Mitte der 1990er Jahre, als die ersten Planeten entdeckt wurden, die andere Sterne außerhalb des Sonnensystems umkreisen [1], [2], sind bis Ende 2023 etwa 5500 Exoplaneten nachgewiesen [3]. Wegen der großen Entfernungen und enormen Helligkeitsunterschiede zwischen den Zentralsternen und den Planeten werden sie nur selten durch direkte Abbildung auf Teleskopaufnahmen gefunden. Unter den indirekten Methoden haben sich im Laufe der Jahrzehnte insbesondere zwei als besonders erfolgreich erwiesen: die Radialgeschwindigkeitsmethode¹ und die Transitmethode².

1.2 Detektionsmethoden

An dieser Stelle werden die beiden vorherrschenden Detektionsmethoden nur kurz angerissen. Ausführlichere Darstellungen mit dazu passenden Übungen werden in anderen WIS-Beiträgen behandelt: [4]–[7].

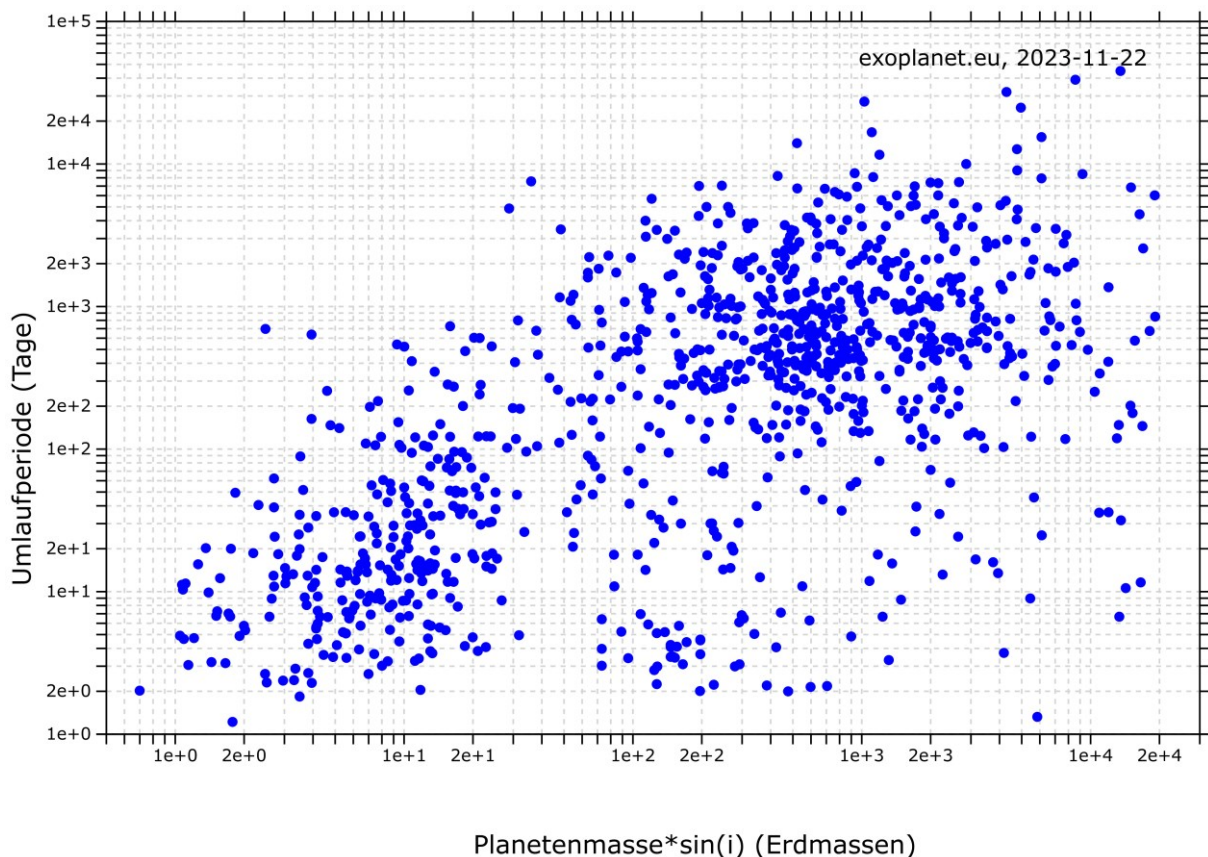


Abbildung 2: Darstellung aller bis zum 22.11.2023 mittels Radialgeschwindigkeitsmethode gefundenen Exoplaneten. Aufgetragen ist die Umlaufperiode in Tagen gegen die gemessene Planetenmasse in Erdmassen. Hier wurde angenommen, dass die Radialgeschwindigkeit der wahren Bahngeschwindigkeit entspricht. ©: exoplanet.eu.

¹ <https://de.wikipedia.org/wiki/Exoplanet#Radialgeschwindigkeitsmethode>

² <https://de.wikipedia.org/wiki/Transitmethode>

[zurück zum Anfang](#)

Die Radialgeschwindigkeitsmethode nutzt den optischen Dopplereffekt. Dabei verschiebt sich das Lichtspektrum eines Sterns abhängig von der Radialkomponente seiner Geschwindigkeit. Verringert sich der Abstand zwischen Stern und Detektor, erscheinen das Licht und somit die Spektrallinien im gemessenen Spektrum zu kürzeren Wellenlängen hin verschoben. Man spricht dann von einer Blauverschiebung. Diese Geschwindigkeit ist immer größer als Null. Vergrößert sich der Abstand, erfährt das Spektrum eine Verschiebung zu größeren Wellenlängen, und der Effekt wird als Rotverschiebung bezeichnet. In diesem Fall nimmt die Geschwindigkeit negative Werte an.

Wie bereits oben erwähnt, lassen sich Exoplaneten in den meisten Fällen nicht direkt beobachten, sondern verraten sich durch ihre Wirkung auf den Zentralstern. So bewirkt der Planet während seines Umlaufs eine gravitative Anziehung auf den Stern, wie auch der Stern auf den Planeten. Beide umlaufen den gemeinsamen Massenmittelpunkt, wobei die Halbachse der Sternbahn deutlich kleiner ist als die des Planeten. Auf seiner Bahn verändert sich die Radialkomponente der Bahngeschwindigkeit des Sterns periodisch. Das Ausmaß der daraus resultierenden Dopplerverschiebung des empfangenen Lichts hängt vom Massenverhältnis zwischen Stern und Planet, ihrem Abstand voneinander sowie der Bahnneigung ab. Im Allgemeinen ist die gemessene Radialgeschwindigkeit also stets kleiner als die Bahngeschwindigkeit. Mit zusätzlichen Parametern wie der Masse des Sterns kann auf diese Weise die Masse des Planeten abgeschätzt werden. Den genauen Wert erhält man nur dann, wenn die Bahnneigung bekannt ist. Der Planetenradius lässt sich mit dieser Methode nicht bestimmen.

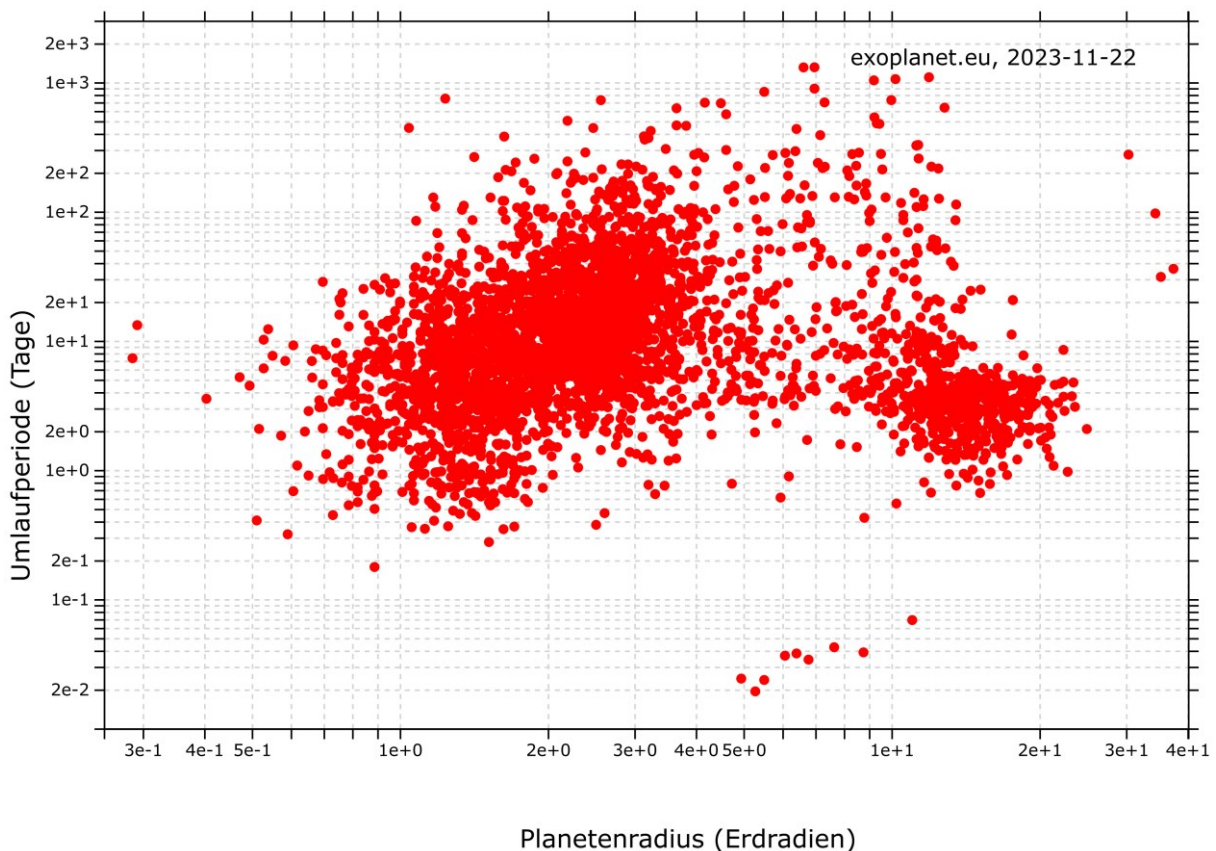


Abbildung 3: Darstellung aller bis zum 22.11.2023 mittels Transitmethode gefundenen Exoplaneten. Aufgetragen ist die Umlaufperiode in Tagen gegen den gemessenen Planetenradius in Erdradien. ©: exoplanet.eu.

[zurück zum Anfang](#)

Der Radius folgt aus der Messung mit der Transitmethode. Ist die Bahn eines zu vermessenden Exoplaneten um den Zentralstern gerade so geneigt, dass sie von uns aus den Stern kreuzt, verursacht der Planet eine periodische Verringerung der Sternhelligkeit. In erster Näherung ist die Reduktion des empfangenen Strahlungsflusses vom Verhältnis der Querschnittsflächen von Planet und Stern abhängig. Aus dem Verlauf der Lichtkurve können jedoch weitere Parameter wie die Neigung der Planetenebene, die Umlaufperiode und mit der Masse des Sterns die Bahnhalbachsen bestimmt werden.

Die Transitmethode ist bisher die erfolgreichste bei der Suche nach Exoplaneten, da sie sehr effizient und mit vergleichsweise geringem Aufwand ganze Himmelsfelder nach Transitsignalen absuchen kann. Besonders hat die Mission des Weltraumteleskops Kepler³ für einen enormen Zuwachs an Exoplaneten gesorgt [8], [9]. Erhöht man durch ausreichend viele Messungen die Signalstärke, lässt sich aus einer etwaigen Variation der Umlaufperiode auf weitere Planeten in dem untersuchten Planetensystem schließen, obwohl diese selbst kein Transitsignal produzieren (Transit Time Variation, TTV) [10]. Der Grund für dieses Phänomen ist die gravitative Wirkung der anderen Planeten auf die Bewegung des beobachteten Objekts.

2 Massen und Radien von Exoplaneten

Durch die Anwendung von Radialgeschwindigkeits- und Transitmessungen können bei geeigneter Geometrie der Planetenbahnen Massen und Radien von Exoplaneten ermittelt werden. Dieser Umstand öffnet eine Tür zur Charakterisierung von Exoplaneten. Obwohl der Aufbau dieser Himmelskörper zunächst unbestimmt ist, lassen sich einige allgemeine Aussagen über ihre Zusammensetzung ableiten. Denn die Masse M_{Kugel} und der Radius R_{Kugel} eines kugelförmigen Objekts stehen über dessen mittlere Dichte $\bar{\rho}$ im Zusammenhang.

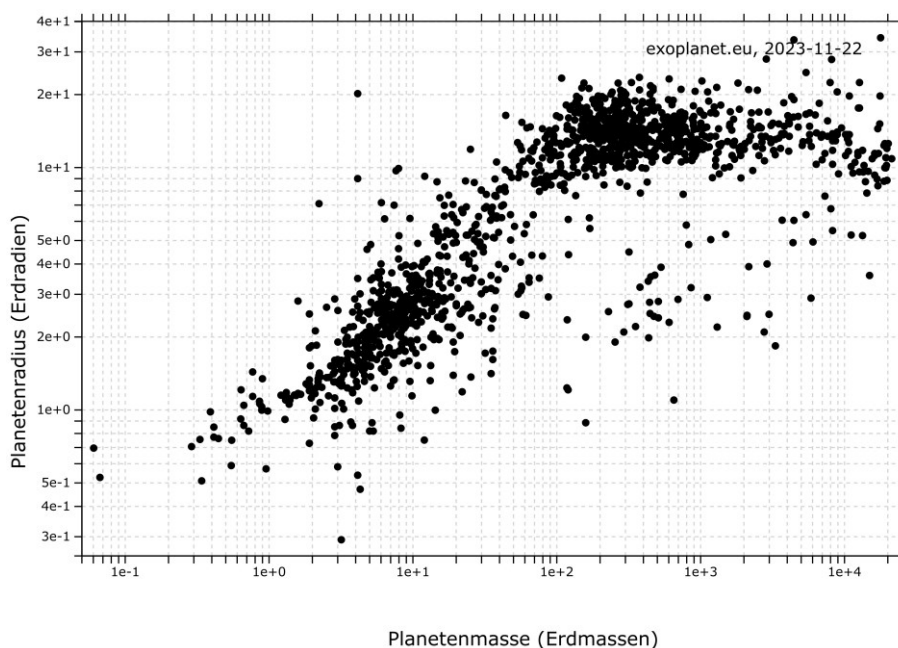


Abbildung 1: Darstellung aller bis zum 22.11.2023 gefundenen Exoplaneten, für die sowohl die Masse als auch der Radius bekannt sind. Aufgetragen ist der Planetenradius in Erdradien gegen die Planetenmasse in Erdmassen.
©: exoplanet.eu.

³ [https://de.wikipedia.org/wiki/Kepler_\(Weltraumteleskop\)](https://de.wikipedia.org/wiki/Kepler_(Weltraumteleskop))

[zurück zum Anfang](#)

Unter der Annahme, dass die Dichte eine Konstante ist, ist der Graph dieses Zusammenhangs eine Parabel 3. Grades (Graph einer kubischen Funktion).

$$M_{\text{Kugel}} = \bar{\rho} \cdot V_{\text{Kugel}} = \bar{\rho} \cdot \frac{4}{3} \pi \cdot R_{\text{Kugel}}^3$$

Der Wert der mittleren Dichte $\bar{\rho}$ parametrisiert damit verschiedene Klassen von Planeten. Er steigt von Gasplaneten über Wasserwelten bis zu Planeten, die durch Gestein oder Metalle dominiert sind, an.

3 Die Dichte von Exoplaneten

Im Folgenden betrachten wir vier verschiedene Arten von Exoplaneten.

- Wasserwelt
- Silikatplanet (Bridgmanit, MgSiO_3)
- Erdähnlicher Gesteinsplanet (32,5 % Fe + 67,5 % MgSiO_3)
- Eisenplanet

Für die Wasserwelt nehmen wir exemplarisch zwei Temperaturen von 300 Kelvin (ca. 27 Grad Celsius) und 1000 Kelvin (ca. 727 Grad Celsius) an. Die komplexe Thematik von Wasserwelten wird in einem weiteren WIS-Beitrag ausführlich erläutert [11].

Bridgmanit ist das häufigste Mineral der Erde (Hauptbestandteil des unteren Erdmantels) und beinhaltet die Elemente Magnesium, Silizium und Sauerstoff aus dem Periodensystem der Elemente.

Gasplaneten werden hier nicht berücksichtigt, da sie aufgrund ihrer realen Eigenschaften einen komplexen Aufbau mit Phasenübergängen ihrer Aggregatzustände haben können. Ihre Betrachtung würde den Umfang dieser Ausarbeitung übersteigen.

3.1 Naiver Ansatz

Zunächst sollen Dichtewerte betrachtet werden, die wir bei Normaldruck (1023 Millibar) und einer Temperatur von 300 Kelvin erhalten.

Material	Dichte in kg/m^3
Wasser	996,557⁴
Silikat	4107⁵ [12]
Erdähnliches Gestein	5513⁶
Eisen	7874⁷

Tabelle 1: Dichte der vier verwendeten Materialien in SI-Einheiten. Die Dichte des Wassers gilt für Normaldruck und eine Temperatur von 300 Kelvin (26,85 °C).

⁴ <https://www.internetchemie.info/chemie-lexikon/daten/w/wasser-dichtetabelle.php>

⁵ <https://www.steine-und-minerale.de/atlas.php?f=2&l=B&name=Bridgmanit>

⁶ <https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/earthfact.html>

⁷ <https://www.internetchemie.info/chemische-elemente/eisen.php>

[zurück zum Anfang](#)

Zusätzlich betrachten wir die Planeten als homogene Kugeln. Das bedeutet, dass sie inkompressibel sind und in ihrem Innern überall dieselbe Dichte besitzen. Auf diese Weise erhalten wir mit der obigen Gleichung für die vier Fälle folgende funktionale Zusammenhänge. Die Konvention für die Darstellung eines sogenannten Masse-Radius-Diagramms positioniert die Masse auf die horizontale Achse des Koordinatensystems, während der Radius entlang der vertikalen Achse aufgetragen wird. Das ist umgekehrt zur üblichen Darstellung im Schulbereich. Die bekannte Gestalt einer Parabel 3. Grades erhält man durch Spiegelung an der Diagonalen.

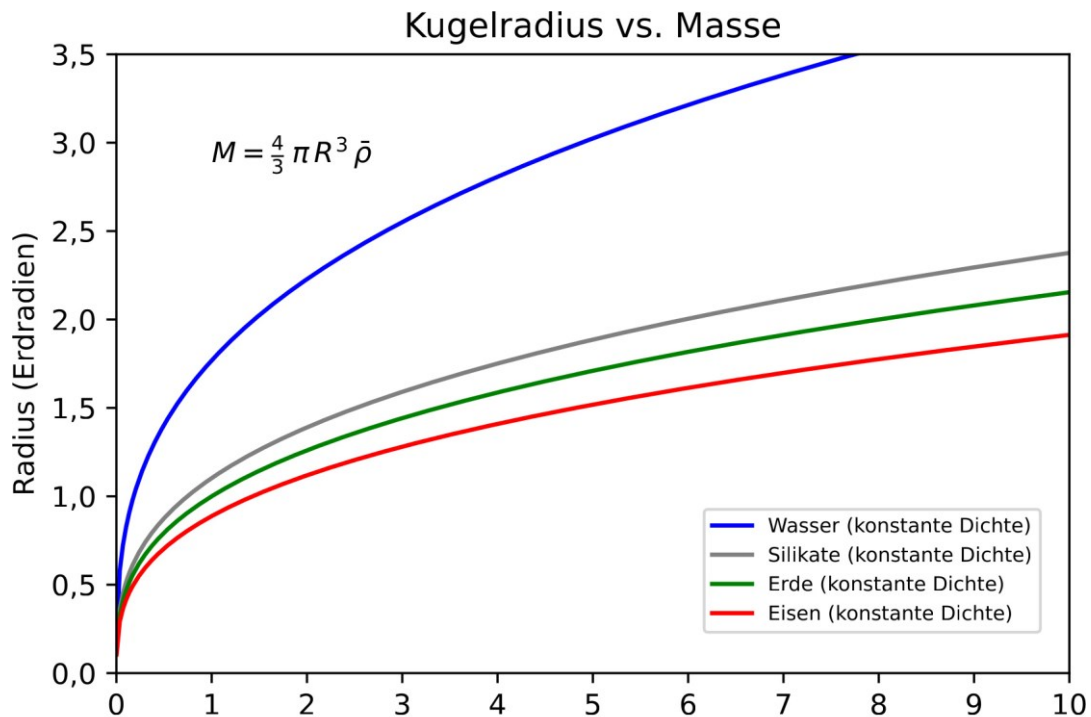


Abbildung 5: Funktionaler Zusammenhang zwischen der Masse und dem Radius von homogenen Kugeln, die als Modelle von Exoplaneten dienen. Die Dichten der vier Materialien entsprechen denen bei Normaldruck und einer Temperatur von 300 Kelvin (26.85 Grad Celsius). ©: ☺.

Die Abbildung zeigt einen deutlichen Unterschied zwischen Planeten mit vorwiegend fester Konsistenz zu den Welten, die von Wasser dominiert werden.

3.2 Realistischer Ansatz

Die Annahmen des naiven Ansatzes sind natürlich eine starke Vereinfachung der realen Bedingungen. Weder können wir die Dichtewerte zu den Normalbedingungen voraussetzen, noch sind die Planeten homogen. Aufgrund des Wechselspiels zwischen Gravitationskräften, die auf die Planeten drücken und den Materialeigenschaften, die einer Verdichtung entgegenwirken, stellt sich ein radialer Dichteverlauf ein. Durch die resultierende Kompression sollten die wahren Radien kleiner sein. Die exakten Werte lassen sich analytisch nicht exakt berechnen. Daher folgt der Zusammenhang zwischen der Gesamtmasse und dem Radius der Planeten aus numerischen Berechnungen, die auf physikalischen Modellen beruhen. Für diese Ausarbeitung nutzen wir die Modelle⁸ von Zeng u. a. [13].

⁸ <https://lweb.cfa.harvard.edu/~lzeng/planetmodels.html>

[zurück zum Anfang](#)

vergleicht die Beziehung zwischen der Masse und dem Radius von Exoplaneten für die Annahme von homogenen Kugeln (durchgezogene Linien, siehe **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.**) und für realistische physikalische Modelle von Planeten (gestrichelte Linien), die unter ihrem Eigengewicht zusammen-gedrückt werden und damit einen radiale Zunahme der Dichte zum Zentrum hin aufweisen.

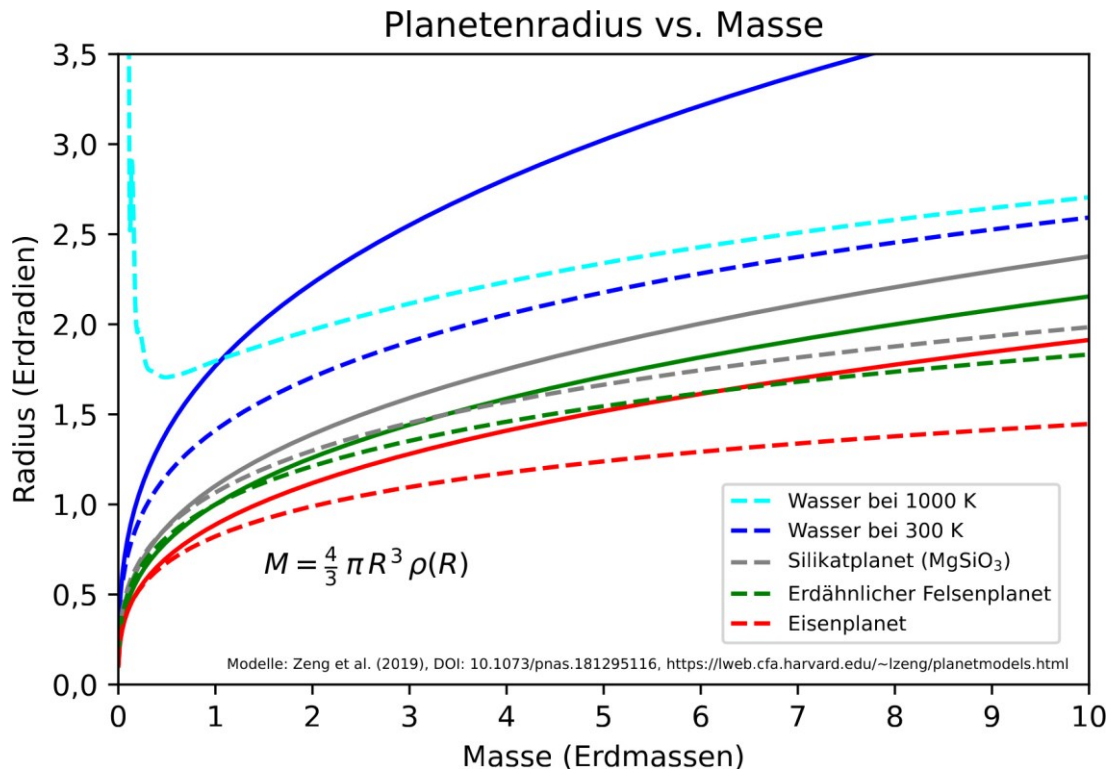


Abbildung 6: Funktionaler Zusammenhang zwischen der Masse und dem Radius von homogenen Kugeln (Linien) und Exoplaneten, basierend auf physikalischen Modellen (gestrichelt). Der Ansatz der homogenen Kugeln überschätzt den tatsächlichen Radius der Planeten. ©:©.

Für Wasser enthält das Diagramm neben der Kurve für eine Temperatur von 300 Kelvin noch eine für 1000 Kelvin. Deutlich ist eine abweichende Entwicklung der Planetenradien für geringe Massen erkennbar. Bei hohen Temperaturen und geringen Massen bildet sich eine gasförmige Hülle aus Wasserdampf aus, die diese Planeten besonders groß erscheinen lässt. Die Gravitation ist in diesen Fällen zu gering, um den Wasserdampf enger an sich zu binden oder gar in einen flüssigen Zustand zu überführen.

Generell liegen alle Kurven, die auf den physikalischen Modellen beruhen (gestrichelte Linien), unter denen, die unter der naiven Annahme von homogenen Kugeln berechnet wurden. Besonders deutlich wird der Unterschied für Wasser, da Gase und Flüssigkeiten stärker verdichtet werden können als Festkörper wie Felsen und Eisen.

Somit werden mit zunehmenden Planetenmassen die Größen der Planeten überschätzt, wenn wir den naiven Ansatz wählen. Letzterer bietet lediglich eine qualitative Einschätzung zur Masse-Radius-Beziehung von Exoplaneten mit unterschiedlicher Zusammensetzung.



W I S wissenschaft
in die schulen!



[zurück zum Anfang](#)

4 Charakterisierung von Exoplaneten

Vergleichen wir nun die Theorie mit den Messungen. Hierfür tragen wir Masse- und Radiuswerte von einer Auswahl an Exoplaneten, von den Gesteinsplaneten im Sonnensystem sowie vom Erdmond in das Diagramm der Planetenmodelle ein. Die Daten für die Exoplaneten sind der Datenbank *exoplanet.eu* entnommen [3]. Werte der Objekte des Sonnensystems entspringen dem NASA Fact Sheet⁹.

Objekt	Masse	Unsicherheit Masse	Radius	Unsicherheit Radius
	(Erdmassen)		(Erdradien)	
Merkur	0,0553	-	0,383	-
Venus	0,815	-	0,949	-
Erde	1	-	1	-
Mars	0,107	-	0,532	-
Mond	0,0123	-	0,2724	-
Trappist-1 b	1,38	0,06	1,12	0,01
Trappist-1 c	1,31	0,05	1,10	0,01
Trappist-1 d	0,39	0,01	0,79	0,01
Trappist-1 e	0,69	0,01	0,92	0,01
Trappist-1 f	1,04	0,02	1,05	0,01
Proxima Cen b	1,07	0,06	0,99	0,05
Kepler-11 b	1,907	1,271	1,800	0,044
Kepler-102 d	3,0	1,3	1,154	0,058
Kepler-102 e	4,7	1,8	2,17	0,11
Kepler-138 c	1,971	1,119	1,20	0,07
Kepler-138 d	0,639	0,340	1,21	0,08
GJ 367 b	0,546	0,070	0,59	0,02
TOI 431 b	3,07	0,35	1,28	0,04
TOI 1452 b	4,82	1,30	1,672	0,071

Tabelle 2: Massen und Radien von Objekten im Sonnensystem und von Exoplaneten.

⁹ https://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/factsheet/planet_table_ratio.html

[zurück zum Anfang](#)

Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden. zeigt die Position dieser Objekte im Masse-Radius-Diagramm bis zu fünf Erdmassen. Wie zu erwarten ist, liegen die Gesteinsplaneten des Sonnensystems sowie der Erdmond sehr genau auf der Modellkurve für erdähnliche Planeten. Die Abweichungen sind gering.

Eine Reihe von Exoplaneten liegen in einem ähnlichen Bereich (orange). Darunter sind insbesondere der uns nächste erdähnliche Exoplanet Proxima Centauri b¹⁰ sowie die hier aufgeführten Planeten des Trappist-1-Systems¹¹. Zwei Planeten weisen eine offenbar höhere Dichte als die Erde auf (rot), während drei Planeten in diesem Diagramm als Wasserwelten klassifiziert werden können (blau).

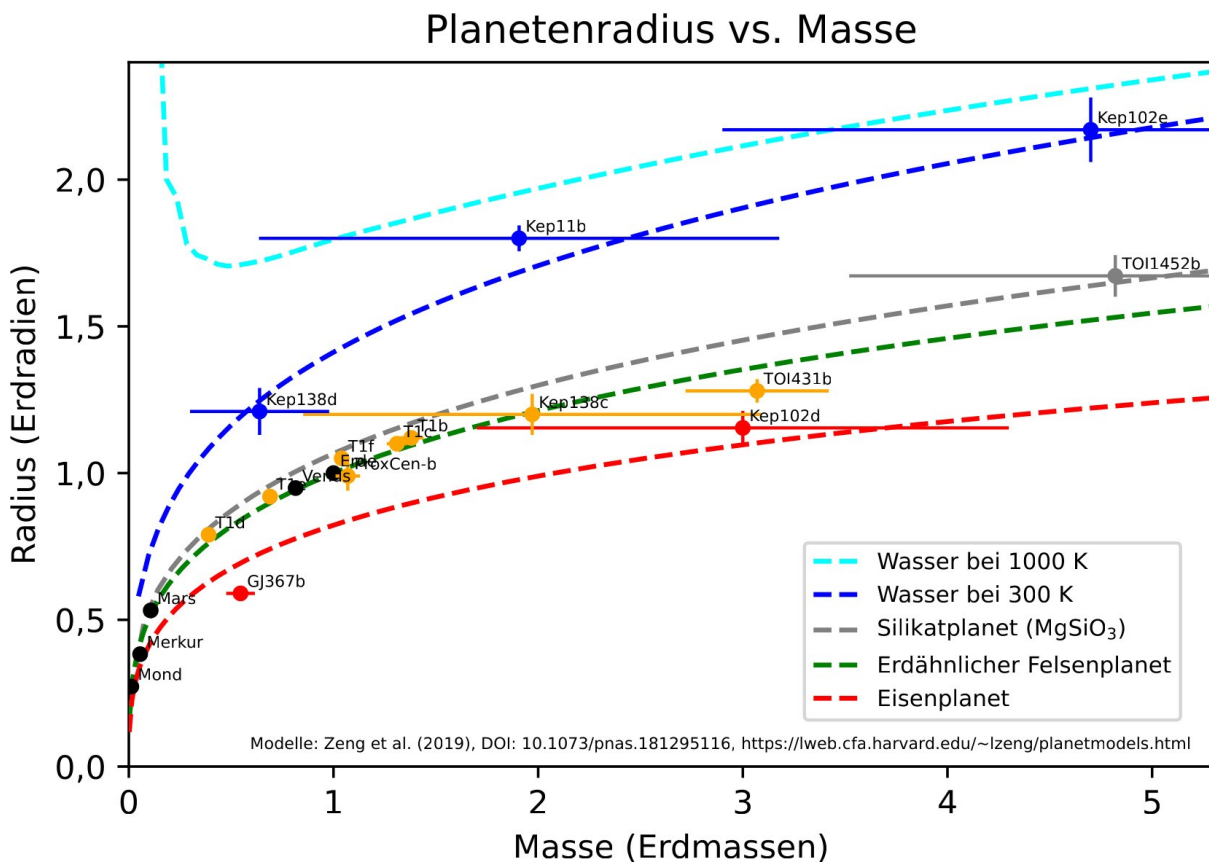


Abbildung 7: Darstellung des Masse-Radius-Diagramms für ausgewählte Exoplaneten (farbig) und Objekten des Sonnensystems (schwarz) mit Fehlerbalken. Die eingezeichneten Kurven entsprechen den zuvor diskutierten Modellen für die Zusammensetzung von Planeten. ©: ☾.

¹⁰ https://de.wikipedia.org/wiki/Proxima_Centauri_b

¹¹ <https://de.wikipedia.org/wiki/Trappist-1>

5 Vorbetrachtungen zu den Übungen

Als Konzept wird eine Mischung aus Eigenarbeit, angeleiteten Aufgaben, Interpretation und Kontrolle des Verständnisses über Fragen angestrebt und kann bei Bedarf an die benötigten methodischen sowie fachlichen Fähigkeiten angepasst werden. Daher werden in den Übungen an einigen Stellen verschiedene Optionen zur Bearbeitung vorgeschlagen. Im Einzelnen bestehen die Übungen aus:

- Recherche
- Eigenstudium
- Fragen und Antworten
- Kennenlernen von Diagrammen
- Eintragen von Daten in Diagrammen
- Vergleich mit (zum Teil) bekannten oder vertrauten Sachverhalten
- Ziehen von Schlussfolgerungen

Begriffe und Konzepte wie Kugel, Volumen und die Masse von festen Körpern werden als bekannt vorausgesetzt. Die Massendichte, zentral für diese Ausarbeitung, und ihr funktionaler Zusammenhang zur Masse und zum Radius wird eingeführt oder wiederholt. Durch die Erfahrung, dass Objekte unterschiedlicher Dichte bei gleicher Größe unterschiedlich schwer erscheinen, wird die Dichte erfahrbar gemacht. Falls es als sinnvoll erachtet wird, können zur Anschauung Kugeln aus unterschiedlichen Materialien vorbereitet und ausgehändigt werden.

Im nächsten Schritt benutzen die Lernenden ein Diagramm mit Kurven für konstante Dichten, um dort die Parameter von Gesteinsplaneten im Sonnensystem und vom Erdmond einzutragen. Dadurch wird offensichtlich, dass dieser einfache Ansatz zu falschen Ergebnissen und Schlüssen führt.

Daran anschließend wird über Plausibilitätsbeispiele der Ansatz der konstanten Dichte verworfen und die Notwendigkeit von komplexeren Berechnungen etabliert. So ließe sich durch eine Schichtung von Ebenen gleicher Höhe und Masse zeigen, dass die darauf wirkende Kraft nach oben zunehmend abnimmt und das Material mit der höchsten Last am stärksten verdichtet wird. Das kann als qualitative Analogie für die Dichteverteilung von realen Planeten genutzt werden.

Die daraus folgenden realistischeren Kurven in einem neuen Diagramm ermöglichen dann die Verifikation mit den Objekten aus dem Sonnensystem. Abschließend tragen die Lernenden Wertepaare von Exoplaneten ein und diskutieren ihre mögliche Zusammensetzung.

6 Übungen

Seit etwa 30 Jahren wissen wir, dass es Planeten um andere Sterne als die Sonne gibt. In dieser Übung möchten wir nachvollziehen, wie wir aus einfachen Messungen etwas über die Zusammensetzung dieser Planeten herausfinden können.

Nachweisen lassen sich die Planeten aber meistens nur indirekt, das heißt, man kann sie auf den Bildern nicht sehen, sondern sie verraten sich durch ihren Einfluss auf den Stern, den sie umkreisen.

Insbesondere sind es zwei Methoden, mit denen Astronominnen und Astronomen auf die Jagd nach Exoplaneten gehen.

Schau Dir hierzu die folgenden Videos an.

- [Exoplaneten nachweisen: Radialgeschwindigkeitsmethode](#) (Dauer: 8:32)
- [Exoplaneten nachweisen: Transitmethode](#) (Dauer: 11:18)

Option: Das Betrachten der Videos kann entfallen, wenn das Thema bereits vorab behandelt wurde.

Die beiden Methoden, also die Radialgeschwindigkeitsmethode und die Transitmethode, ermöglichen uns, die Masse und den Radius eines Exoplaneten zu bestimmen. Damit können wir weiterrechnen:

Frage: Wie kann das Volumen, also der Rauminhalt, eines Exoplaneten berechnet werden, wenn wir von einer Kugelform ausgehen und der Radius mit Transitmethode gemessen wurde?

Antwort: Das Volumen einer Kugel wird über folgende Gleichung berechnet:

$$V_{\text{Kugel}} = \frac{4}{3} \pi \cdot R_{\text{Kugel}}^3$$

Dabei sind V_{Kugel} das Volumen und R_{Kugel} der Radius der Kugel.

Stellen wir uns nun zwei Kugeln gleicher Größe, aber mit verschiedener Masse vor. Das Verhältnis zwischen der Masse und dem Volumen bezeichnet man in der Physik als die *Dichte*, genauer: Massenvolumendichte. Das Formelzeichen der Dichte ist meistens der griechische Buchstabe *Rho* (ρ oder ϱ).

$$\rho = \frac{M}{V}$$

[zurück zum Anfang](#)

Frage: Wodurch machen sich zwei gleich große Kugeln mit unterschiedlicher Dichte bemerkbar?

Antwort: Sie sind unterschiedlich schwer. *Alternativ:* Sie erfahren unterschiedlich starken Auftrieb im Wasser.

Frage: Nehmen wir an, die Kugeln sind innen nicht hohl. Was könnte der Grund für die unterschiedliche Dichte sein?

Antwort: Sie bestehen aus unterschiedlichen Materialien.

Beispiel: Kugeln aus Holz und Metall

Mit derselben Idee können wir auch etwas über die Zusammensetzung von Exoplaneten lernen, obwohl wir nicht vor Ort sind. Hierzu benötigen wir nur die Messungen, die uns die Masse und den Radius eines Planeten liefern.

In der Astronomie berechnen wir jedoch zur näheren Charakterisierung eines Exoplaneten meistens nicht seine Dichte, sondern betrachten das Verhältnis zwischen seiner Masse und seinem Radius direkt. Zur Vereinfachung betrachten wir die Planeten als perfekte, massive Kugeln.

Frage: Wenn Du die Gleichungen für das Volumen einer Kugel und für Dichte verknüpfst: Wie lautet die Gleichung, die die Masse einer Kugel mit ihrem Radius verbindet?

Antwort:

$$\rho = \frac{M}{V} \Leftrightarrow M = \rho \cdot V = \rho \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3$$

Das ist eine Funktion nach dem Schema: $y = a \cdot x^3$

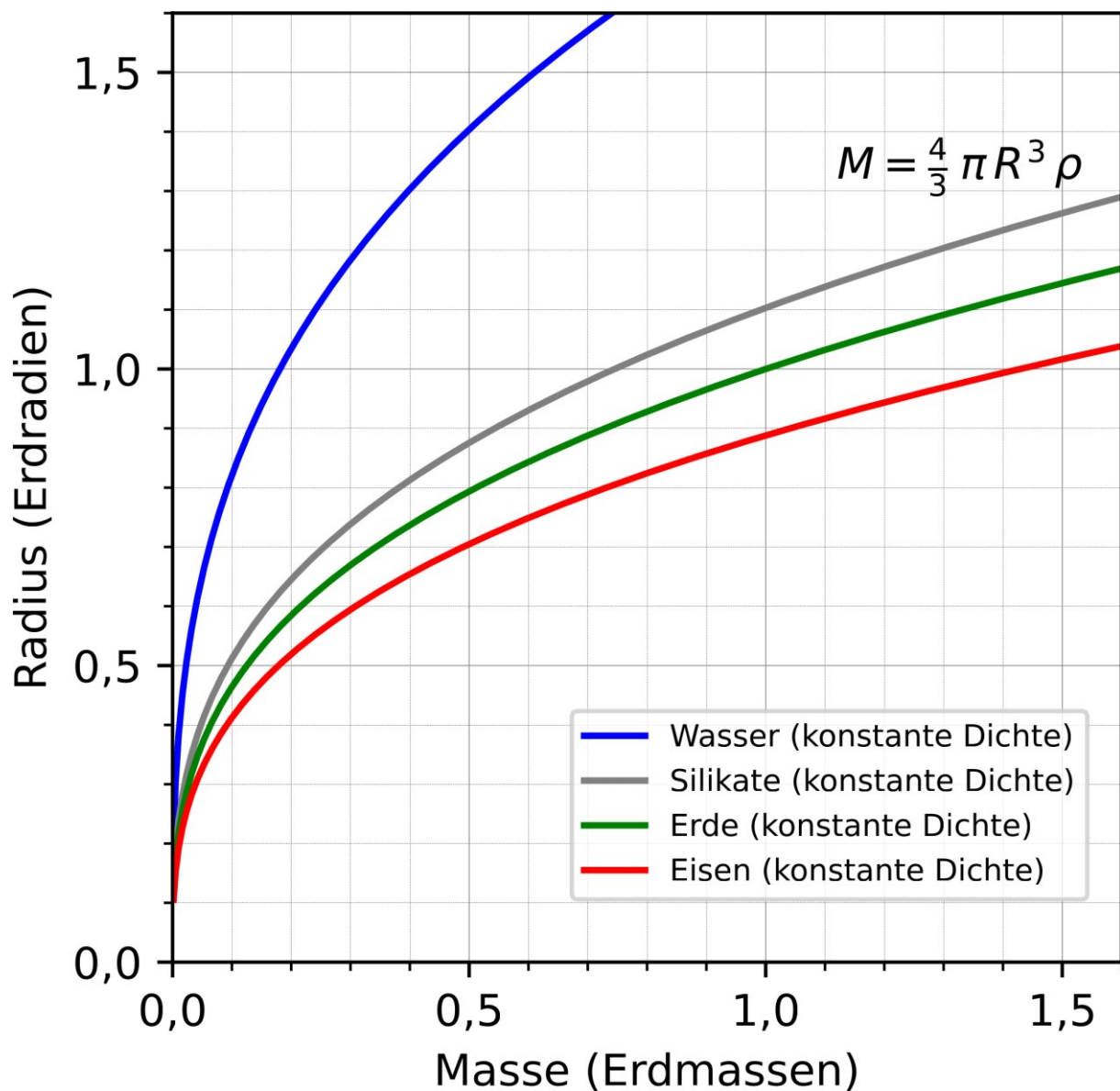
Es handelt sich dabei also um eine Parabel 3. Grades. Der Vorfaktor bestimmt die Form der Parabel. Sie kann je nach seinem Wert weiter oder enger geöffnet sein. Das bedeutet, dass es für jeden Dichtewert ρ einen Funktionsgraphen mit Wertepaaren der Masse und des Radius gibt. Für Kugeln mit gleicher Dichte müssen also alle diese Wertepaare auf demselben Funktionsgraphen liegen. Somit gibt uns der Funktionsgraph auch an, aus welchem Material eine Kugel mit einem bestimmten Wertepaar von Masse und Radius besteht.

ARBEITSBLATT

Schau dir hierzu das Diagramm unten an. Es enthält vier verschiedene Kurven (Graphen) für Wertepaare der Masse und des Radius. Jede dieser vier Kurven steht dann für eine Dichte, die einem bestimmten Material zugeordnet wird.

In diesem Fall sind es:

- Wasser
- Silikat, ein Mineral, das vielfach auf der Erde vorkommt
- Eine Mischung aus Mineralien, aus der sich die Erde zusammensetzt
- Eisen, das wir im Gestein, aber insbesondere im Erdkern finden



[zurück zum Anfang](#)

Option: Anstatt der nachfolgenden Aufgabe, die Wertepaare von Masse und Radius für die vier Gesteinsplaneten des Sonnensystems und den Erdmond zu recherchieren, kann den Lernenden zur Zeitersparnis eine Tabelle mit den Werten ausgehändigt werden. Das kann auch nötig sein, wenn das Rechnen mit Zehnerpotenzen noch Schwierigkeiten macht.

Aufgabe: Recherchiere die Massen der vier Gesteinsplaneten des Sonnensystems (Merkur, Venus, Erde, Mars) und des Erdmonds. Die Angaben müssen als Vielfache des jeweiligen Werts der Erde vorliegen.

Beispiel zum Vergleich: Tiere

Tier	Masse in kg	Masse in Hundmassen
Maus	0,03	0,0009
Katze	5	0,14
Hund	35	1
Elefant	4000	114
Blauwal	150000	4286

Um die Masse aller Tiere in Hundmassen umzurechnen, musst du alle Tiermassen in Kilogramm durch die Masse des Hundes in Kilogramm teilen. Gehe so auch mit den vier Himmelsobjekten vor und erstelle Dir eine Tabelle mit den Werten.

Hier das Ergebnis:

Objekt	Masse in Erdmassen	Radius in Erdradien
Merkur	0,0553	0,383
Venus	0,815	0,949
Erde	1	1
Mars	0,107	0,532
Mond	0,0123	0,2724

Aufgabe: Trage die Wertepaare in das Diagramm auf der vorigen Seite ein. Füge noch die Werte des Exoplaneten Kepler-138 d hinzu, von dem angenommen wird, dass er zu sehr großen Teilen aus Wasser besteht.

Objekt	Masse in Erdmassen	Radius in Erdradien
Kepler-138 d	0,639	1,21

[zurück zum Anfang](#)

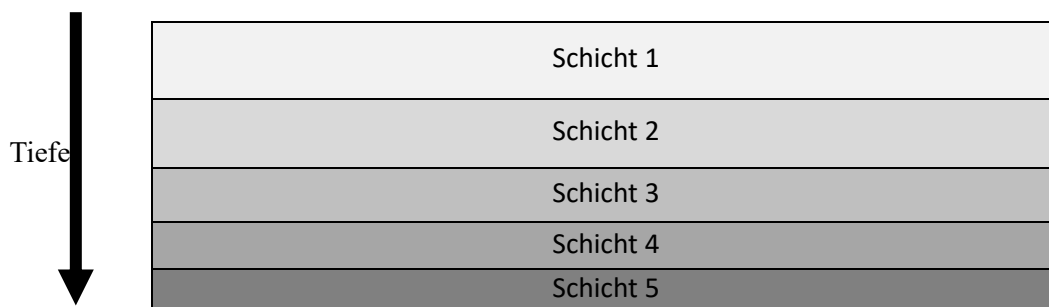
Da alle inneren Gesteinsplaneten des Sonnensystems aus nahezu demselben Ausgangsmaterial entstanden sind und somit eine ähnliche Dichte aufweisen, sollten sie alle recht genau auf derselben Kurve liegen. Der Exoplanet Kepler-138 d sollte in der Nähe der Kurve für Wasser liegen.

Aufgabe: Untersuche das Diagramm daraufhin, ob die Vermutungen stimmen. Beschreibe, was du siehst.

Option: An dieser Stelle könnte eine Diskussion über die Ursache eingestreut werden, warum die Datenpunkte die Kurven nicht treffen.

Das Hauptproblem mit dem bisherigen Ansatz liegt darin, dass die Planeten (und der Mond) als Kugeln mit einer einheitlichen Dichte betrachtet wurden.

Stelle dir einen Ausschnitt an der Oberfläche eines Planeten vor und teile ihn in Gedanken in mehreren Schichten auf, wie in der Abbildung unten angedeutet. Jede Schicht soll dieselbe Masse haben.



Frage: Wie verhalten sich die Gewichte der einzelnen Schichten, die auf ihnen lasten? Betrachte hierzu, wie viele Schichten über jeder einzelnen Schicht liegen.

Antwort: Das Gewicht nimmt für jede tiefere Schicht immer weiter zu. Das Gewicht setzt sich aus allen darüber liegenden Schichten zusammen.

Frage: Was bedeutet das für das Material? Stelle dir vor, zu Beginn besteht jede Schicht aus lockerem Sand. Was passiert mit den Schichten?

Antwort: Mit zunehmender Tiefe werden die Schichten immer stärker verdichtet.

Frage: Ist der tatsächliche Radius eines Planeten daher größer oder kleiner als bisher angenommen?

Antwort: kleiner

[zurück zum Anfang](#)

Die Dichte nimmt also mit zunehmender Tiefe zu. Man kann daher keine einheitliche Dichte für eine Zusammensetzung voraussetzen. Die Dichte ist daher in der Gleichung, die die Masse mit dem Radius verknüpft, keine Konstante, sondern selbst wieder eine Funktion des Radius.

Insgesamt es nicht möglich, eine einzelne Gleichung für die Masse-Radius-Beziehung von Planeten aufzustellen. Stattdessen rechnen Wissenschaftler die Werte für eine große Anzahl von Parametern aus, die den Zusammenhang beeinflussen können und produzieren für diese Fälle fertige Tabellen mit Zahlenwerten.

Das Ergebnis siehst du im Diagramm auf der nächsten Seite. Der Verlauf für Wasser ist sogar abhängig von der Temperatur, denn Wasser kann fest, flüssig und gasförmig sein. Deswegen gibt es dafür zwei Graphen.

*Option: Als Übung für den Umgang mit realen Messwerten kann an dieser Stelle alternativ **Fehler!** Verweisquelle konnte nicht gefunden werden. mit den Fehlerintervallen (Unsicherheiten) übernommen werden.*

Aufgabe: Wiederhole das Eintragen der Wertepaare von Masse und Radius für die Objekte im Sonnensystem und dem Exoplaneten Kepler-138 d. Füge weitere Exoplaneten aus der folgenden Tabelle hinzu.

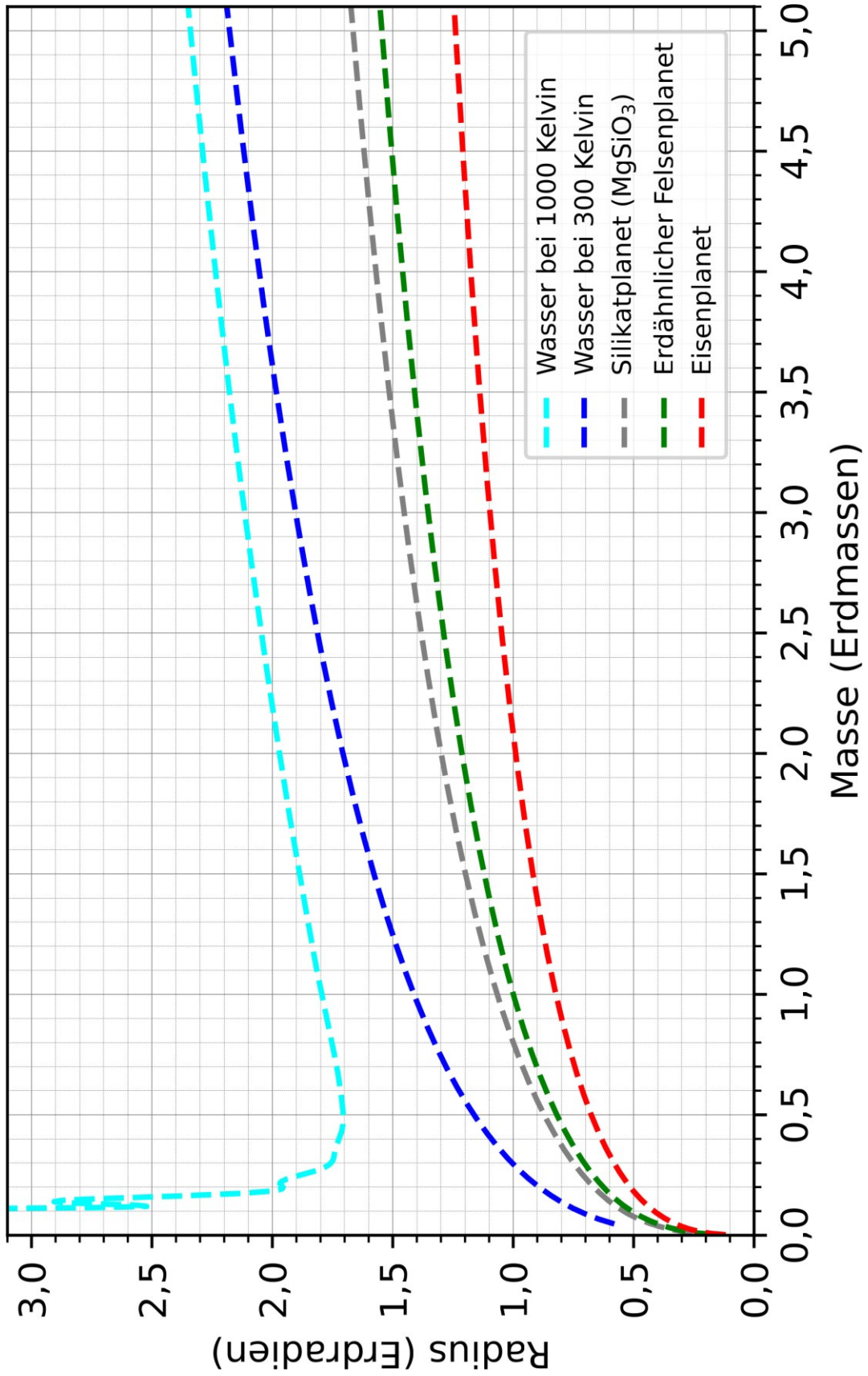
Objekt	Masse (Erdmassen)	Radius (Erdradien)
Trappist-1 b	1,38	1,12
Trappist-1 c	1,31	1,10
Trappist-1 d	0,39	0,79
Trappist-1 e	0,69	0,92
Trappist-1 f	1,04	1,05
Proxima Cen b	1,07	0,99
Kepler-11 b	1,907	1,800
Kepler-102 d	3,0	1,154
Kepler-102 e	4,7	2,17
Kepler-138 c	1,971	1,20
GJ 367 b	0,546	0,59
TOI 431 b	3,07	1,28
TOI 1452 b	4,82	1,672



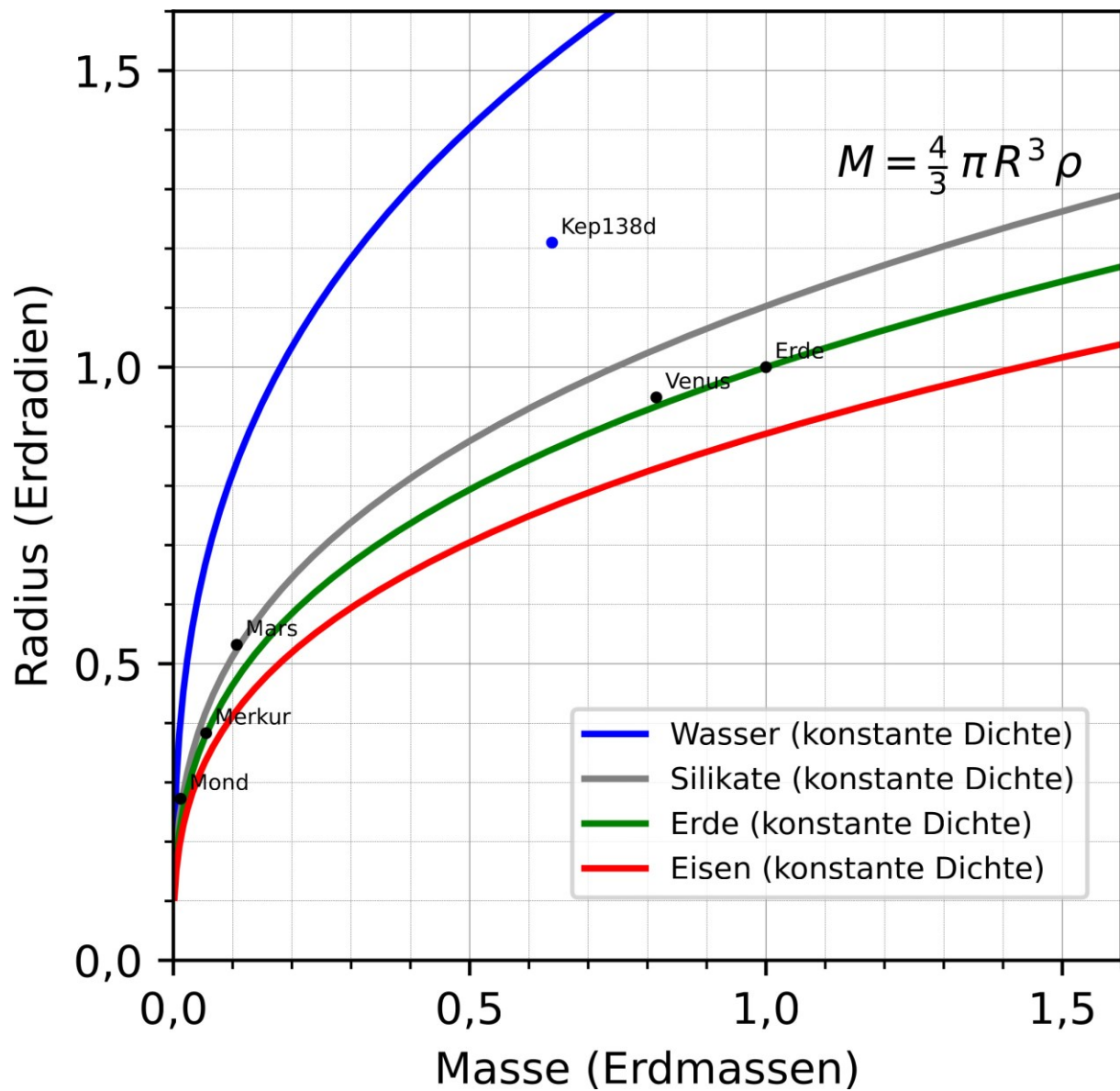
[zurück zum Anfang](#)

Entscheide nun, aus welchem Material diese Planeten bestehen könnten. Beachte, dass das Ergebnis nicht immer eindeutig ist, da Planeten meistens aus einem Gemisch von Materialien bestehen.

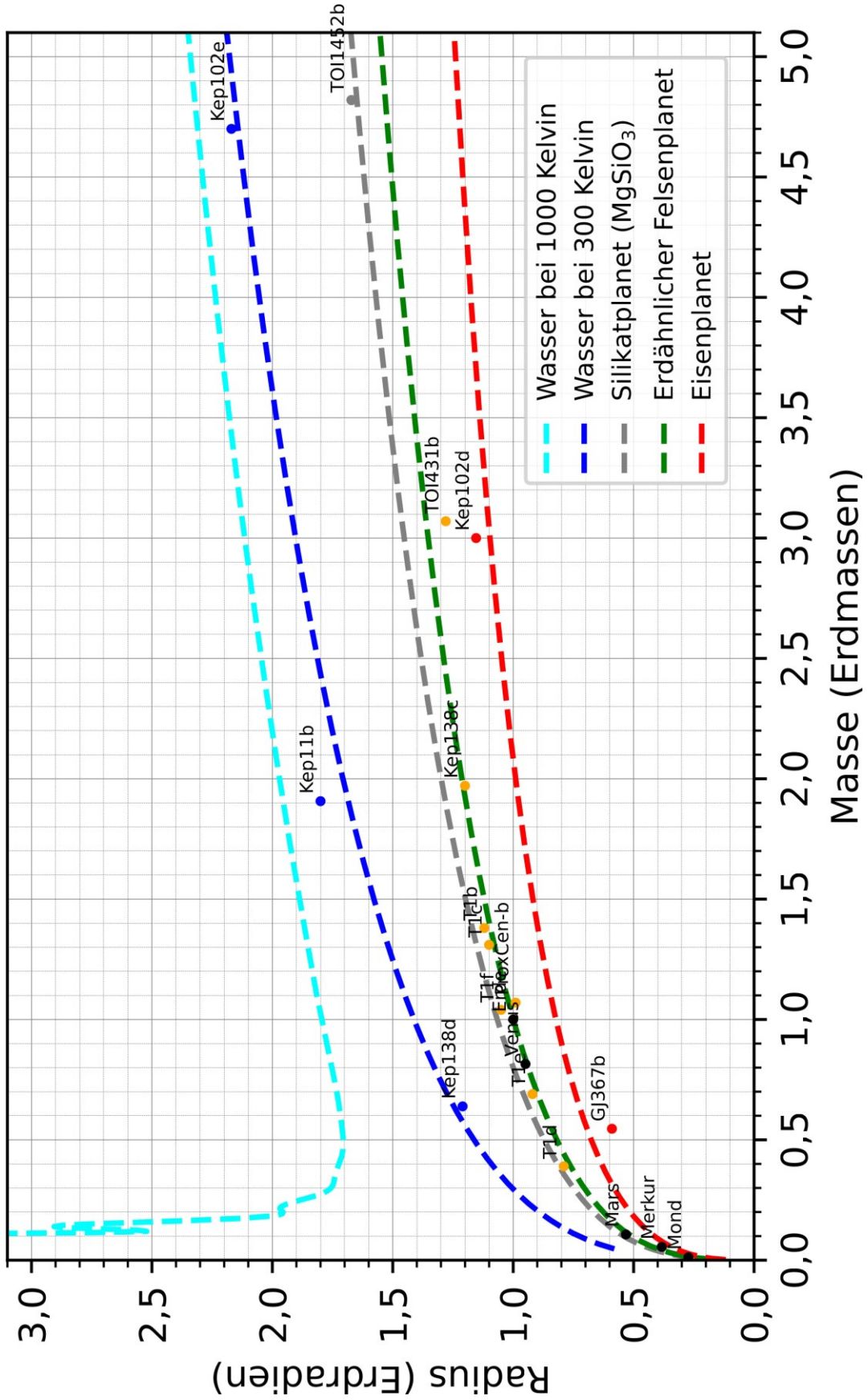
[zurück zum Anfang](#)



7 Lösungen der Diagramme



[zurück zum Anfang](#)



8 Literaturverzeichnis

- [1] A. Wolszczan und D. A. Frail, „A planetary system around the millisecond pulsar PSR1257 + 12“, *Nature*, Bd. 355, Nr. 6356, S. 145–147, Jan. 1992, doi: 10.1038/355145a0.
- [2] M. Mayor u. a., „51 Pegasi“, in *International Astronomical Union Circular*, Okt. 1995, S. 1. Zugegriffen: 23. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/1995IAUC.6251....1M>
- [3] C. Catala und F. Henry, „Die Enzyklopädie der extrasolaren Planeten“, [exoplanet.eu](http://www.exoplanet.eu). Zugegriffen: 22. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: [http://www.exoplanet.eu/](http://www.exoplanet.eu)
- [4] D. Brockmann-Behnsen, „Auf der Jagd nach Exoplaneten – Anwendung der Transitmethode mit Originaldaten des Spitzer-Weltraumteleskops“, *WIS - Wissenschaft in die Schulen*, Nr. 12/2022, 2022. Zugegriffen: 22. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.spektrum.de/alias/material/auf-der-jagd-nach-exoplaneten-anwendung-der-transitmethode-mit-originaldaten-des-spitzer-weltraumtel/1571204>
- [5] G. Herms, „Die Suche nach erdähnlichen Exoplaneten – wie geht das?“, Nr. 03/2020, 2020. Zugegriffen: 22. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.spektrum.de/alias/material/die-suche-nach-erdaehnlichen-exoplaneten-wie-geht-das/1421035>
- [6] O. Hofschulz, „Wie findet man erdähnliche Exoplaneten?“, *WIS - Wissenschaft in die Schulen*, Nr. 02/2014, 2014. Zugegriffen: 22. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.spektrum.de/alias/material/wie-findet-man-erdaehnliche-exoplaneten/1156166>
- [7] K. Supp, „Im Spektrum - Stationenarbeit zur Radialgeschwindigkeitsmethode“, *WIS - Wissenschaft in die Schulen*, Nr. 10/2023, 2023. Zugegriffen: 22. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.spektrum.de/alias/material/im-spektrum-stationenarbeit-zur-radialgeschwindigkeitsmethode/1571224>
- [8] W. Borucki u. a., „Finding Earth-size planets in the habitable zone: the *Kepler Mission*“, *Proc. Int. Astron. Union*, Bd. 3, Nr. S249, S. 17–24, 2008, doi: 10.1017/S174392130801630X.
- [9] D. G. Koch u. a., „KEPLER MISSION DESIGN, REALIZED PHOTOMETRIC PERFORMANCE, AND EARLY SCIENCE“, *Astrophys. J.*, Bd. 713, Nr. 2, S. L79–L86, Apr. 2010, doi: 10.1088/2041-8205/713/2/L79.
- [10] E. Agol und D. Fabrycky, „Transit Timing and Duration Variations for the Discovery and Characterization of Exoplanets“, 2017, doi: 10.48550/ARXIV.1706.09849.
- [11] O. Fischer, „Wasser im Umfeld der Sterne“, *WIS - Wissenschaft in die Schulen*, Nr. 06/2023, 2023. Zugegriffen: 22. November 2023. [Online]. Verfügbar unter: <https://www.spektrum.de/alias/material/wasser-im-umfeld-der-sterne/1571216>
- [12] J. R. Smyth und T. C. McCormick, „Crystallographic Data for Minerals“, in *AGU Reference Shelf*, T. J. Ahrens, Hrsg., Washington, D. C.: American Geophysical Union, 2013, S. 1–17. doi: 10.1029/RF002p0001.
- [13] L. Zeng u. a., „Growth model interpretation of planet size distribution“, *Proc. Natl. Acad. Sci.*, Bd. 116, Nr. 20, S. 9723–9728, Mai 2019, doi: 10.1073/pnas.1812905116.
- [14] M. Nielbock: Video "Woraus bestehen Exoplaneten? Was wir aus der Masse und dem Radius eines Planeten schließen können", <https://youtu.be/639dihlvK74?si=6uQ-dulB-Y85-d1S>

Weitere WIS-Materialien zur Astronomie und allen ihren Bezügen finden Sie unter der Adresse www.wissenschaft-schulen.de (Fachgebiet Astronomie).

Wir würden uns freuen, wenn Sie zum vorliegenden Beitrag Hinweise, Kritiken und Bewertungen an die Kontaktadresse des Autors senden könnten.