

Die Welt verstehen mit Hilfe von Modellen

Monika Maintz

Schon zu den frühesten Zeiten entwickelten die Menschen Vorstellungen von ihrer Umwelt, um einzelne Phänomene oder die Welt als Ganzes besser zu verstehen oder erklären zu können. Dass sich diese Vorstellungen oder Modelle im Laufe der Zeit veränderten, lässt sich am Übergang vom geozentrischen Weltbild der Antike zum heliozentrischen Weltbild der Neuzeit sehr gut verdeutlichen (Abb. 1). Die treibenden Kräfte hinter solchen Veränderungen waren und sind stets neue wissenschaftliche Erkenntnisse, die sich nicht mehr im Rahmen der alten Modelle oder Theorien erklären lassen. Ein weiteres Beispiel dafür ist die Ablösung der Newtonschen Gravitationstheorie durch die Allgemeine Relativitätstheorie von Albert Einstein. Es zeigt deutlich, dass physikalische Theorien immer mit Modellvorstellungen verknüpft sind. Komplexe Naturbeobachtungen wie die Anziehung von Massen werden dabei als Ganzes oder in Teilen auf Modelle übertragen. Bei Newton erklären Kräfte die Massenanziehung, bei Einstein sind sie ein Resultat der gekrümmten Raumzeit. Das Ziel dieser Vorgehensweise ist die Vereinfachung komplexer Probleme. Einfache Modelle lassen sich mit Hilfe der Mathematik sehr genau beschreiben. Hat man eine mathematische Formulierung und damit einhergehend eine physikalische Theorie gefunden, kann man diese Theorie und damit die Modellvorstellung experimentell überprüfen. Mit den Ergebnissen lässt sich das zugrundeliegende Modell untermauern, verbessern oder gegebenenfalls durch ein besseres Modell ersetzen.

Diese grundlegende Vorgehensweise, also die Erforschung physikalischer Sachverhalte mit Hilfe von Modellen, wird durch den WIS-Beitrag veranschaulicht. Dabei wird gezeigt, dass Modelle die „reale Welt“ immer nur bis zu einem gewissen Grad abbilden können und daher unweigerlich an Grenzen stoßen. Diese Grenzen werden besonders gut sichtbar, wenn man versucht, Modelle für gekrümmte Räume zu finden. Nach einführenden Beispielen aus diesem Bereich sollen die Schüler die im SuW-Artikel verwendeten Modellvorstellungen untersuchen. Sie sollen sich klar machen, warum gerade diese Modelle den jeweiligen Aspekt der Kosmologie gut beschreiben. In einem Kurzvortrag sollen sie anhand einer Modellvorstellung und mittels eines 3D-Modells die zugrunde liegende Physik erklären.

Übersicht der Bezüge im WIS-Beitrag		
Astronomie	Kosmos	Modellbildung, Urknallmodell, Inflationsmodell, Homogenität, Flachheit, kosmologischer Horizont, Ausbreitung von Licht, Expansion des Universums
Physik	Relativitätstheorie	Mehrdimensionale, gekrümmte und nicht gekrümmte, offene und geschlossene Räume
Lehre allgemein	Kompetenzen (Wissen, Erkenntnis, Wertung, Kommunikation)	Entnehmen von Informationen aus komplexeren Texten (Lesekompetenz II), Textarbeit, Erstellen und Anwenden von Modellen, Aussagekraft von Modellen bewerten, Beschreiben, Erklären, Vortragen, Kurzvortrag, Modellbildung

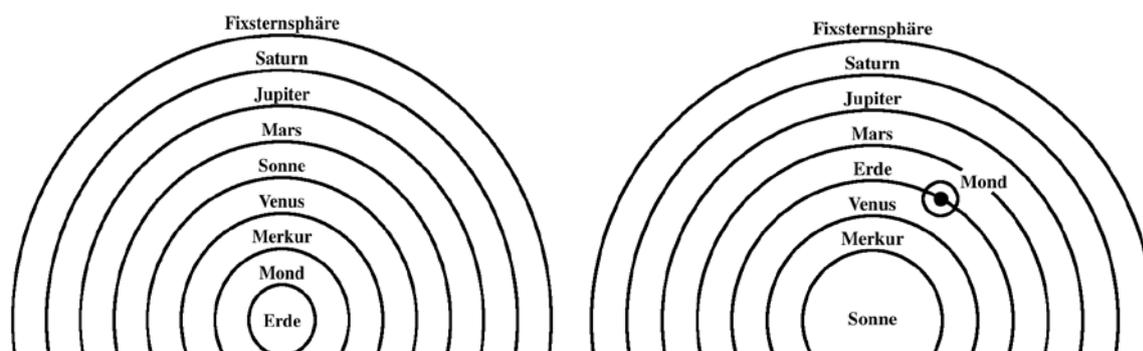


Abbildung 1: Modellvorstellungen im Wandel der Zeit am Beispiel von Weltbildern: Geozentrisches Weltbild nach Ptolemäus mit der Erde im Mittelpunkt (links) und heliozentrisches Weltbild nach Nikolaus Kopernikus mit der Sonne im Mittelpunkt (rechts). (Bilder: Monika Maintz)

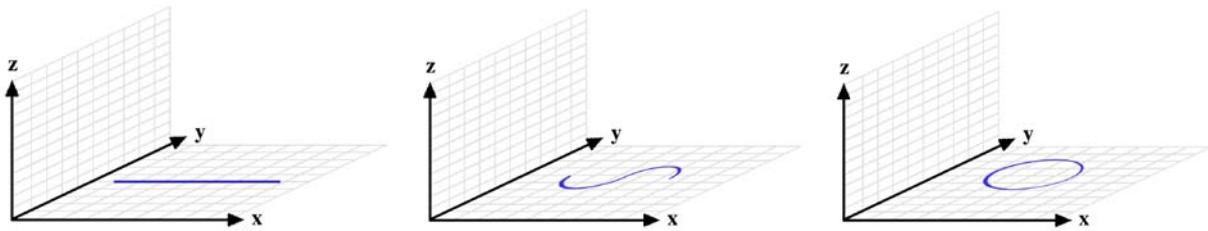


Abbildung 2: Einen eindimensionalen nicht gekrümmten Raum kann man durch eine unendlich dünne Linie darstellen, die nur eine Ausdehnung in x-Richtung hat (links). Einen eindimensionalen gekrümmten Raum, der „offen“ ist, kann man sich als Schlangenlinie vorstellen, die sich in eine weitere Raumdimension, hier die y-Richtung, hinein krümmt (Mitte). Ein eindimensionaler gekrümmter Raum, der „geschlossen“ ist, lässt sich als Ring oder Kreisumfang realisieren, der sich hier ebenfalls die y-Richtung hinein krümmt (rechts). (Bilder: Monika Maintz)

1. Modelle zur Veranschaulichung gekrümmter Räume

Gemäß unserer Alltagserfahrung ist ein „Raum“ immer dreidimensional und euklidisch. In der Mathematik und Physik wird der Begriff Raum jedoch verallgemeinert. D.h., man kann sich problemlos Räume vorstellen, die nur eine Raumdimension (z.B. eine Breite oder eine Länge oder eine Höhe) oder nur zwei Raumdimensionen (z.B. eine Breite und Länge oder eine Breite und Höhe oder eine Länge und Höhe) aufweisen. Man kann aber auch beliebig mehrdimensionale Räume, also Räume mit beliebig vielen Raumdimensionen, betrachten. Ob es in der Natur tatsächlich solche Räume gibt, spielt dabei zunächst nur eine untergeordnete Rolle.

Um eine Vorstellung zu bekommen, wie gekrümmte Räume in verschiedenen Dimensionen aussehen könnten, überlegen wir zunächst, wie ein eindimensionaler nicht gekrümmter Raum aussehen müsste. Dann überlegen wir, wie man diesen nicht gekrümmten Raum in einen gekrümmten Raum überführen kann und wie sich dieser mit einem 3D-Modell anschaulich realisieren lässt. Wir gehen dabei so vor, dass wir die wichtigsten Eigenschaften der betrachteten Räume auf einfache Modelle übertragen.

Diese Vorgehensweise wird in **Aufgabe 1.1 und 1.2** auf zwei- und dreidimensionale Räume angewandt. Dadurch soll verdeutlicht werden, wie Modellbildung funktioniert und dass man mit Modellen immer nur Teilaspekte eines Phänomens sinnvoll erklären kann.

1.1 Eindimensionale Räume

Als Modell für einen eindimensionalen nicht gekrümmten Raum kann man eine Linie verwenden, die sich in einem Koordinatensystem nur in x-Richtung erstreckt (Abb. 2, links). D.h., diese Linie hat keinerlei Ausdehnung in y- oder z-Richtung.

Um aus diesem nicht gekrümmten Raum einen gekrümmten Raum zu erzeugen, kann man aus der vorher geraden Linie eine Schlangenlinie machen (Abb. 2, Mitte). Diese Schlangenlinie hat zwar immer noch keine Ausdehnung in y- und z-Richtung, sie schlängelt sich aber in die y-Richtung hinein. Um mit diesem einfachen Modell eine Krümmung zu veranschaulichen, braucht man folglich eine weitere Dimension, in die sich die eindimensionale Linie „hinein krümmen“ kann.

Eine weitere Möglichkeit, um einen gekrümmten eindimensionalen Raum zu erzeugen, wäre, die Linienenden so zusammenzufügen, dass aus der Linie ein Ring wird (Abb. 2, rechts). Auch hier ist für die Erzeugung der Krümmung wieder die y-Richtung notwendig.

Im Falle der Schlangenlinie hat man einen „offenen“ gekrümmten Raum, im Falle der zum Ring zusammengeführten Linie ist der gekrümmte Raum „geschlossenen“. Ein Wesen, das auf dem Ring entlanglaufen würde, käme irgendwann wieder an die Stelle zurück, von der es losgelaufen ist, und könnte endlos auf der Linie herumlaufen. Im Falle der Schlangenlinie würde es irgendwann einmal an einen Rand stoßen und müsste dann umkehren, um wieder an seinen Ausgangspunkt zurückzukommen.

Als 3D-Modell für gekrümmte und nicht gekrümmte eindimensionale Räume kann man Gummibänder, Schnüre, gerade oder gebogene Drähte und dergleichen verwenden. Die Materialien sollten möglichst dünn sein, um der Prämisse, dass keine Ausdehnung in y- und z-Richtung bestehen darf, möglichst nahe zu kommen. Hier stoßen wir an die Grenze des Modells, da man in unserem dreidimensionalen Raum, in dem wir leben, eindimensionale Gebilde nur unzureichend realisieren kann. Dem eindimensionalen Raum entspräche in unserem Modell nur eine dünne Linie auf der Oberfläche des verwendeten Gummibandes, Drahtes etc.

Aufgabe 1.1:

Wende das unter Abschnitt 1.1 über eindimensionale Räume Gesagte auf zweidimensionale Räume an und beantworte folgende Fragen:

- a) Wie lässt sich ein zweidimensionaler nicht gekrümmter Raum darstellen?
- b) Wie lässt sich ein zweidimensionaler gekrümmter offener Raum darstellen?
- c) Wie lässt sich ein zweidimensionaler gekrümmter geschlossener Raum darstellen?
- d) Wie kann man diese Räume als 3D-Modell realisieren?
- e) Welcher Teil des 3D-Modells stellt den gekrümmten bzw. nicht gekrümmten Raum dar?

Aufgabe 1.2:

Wende das unter Abschnitt 1.1 über eindimensionale Räume Gesagte auf dreidimensionale Räume an und beantworte folgende Fragen:

- a) Wie lässt sich ein dreidimensionaler nicht gekrümmter Raum darstellen?
- b) Wie lässt sich ein dreidimensionaler gekrümmter Raum darstellen? Geht das überhaupt? Falls ja, wie? Falls nein, warum nicht?
- c) Wie kann man einen nicht gekrümmten dreidimensionalen Raum als 3D-Modell realisieren?

2. Modelle und Analogien zur Veranschaulichung kosmologischer Fragestellungen

Im Artikel „**Inflation – der Auftakt zum Urknall**“ in **Sterne und Weltraum (SuW)**, Ausgabe **Januar 2011, S. 46-57** beschreiben die Autoren Probleme der Urknalltheorie, und wie man diese mit Hilfe einer inflationären Phase, während der sich das frühe Universum in sehr kurzer Zeit sehr schnell ausdehnte, teilweise lösen kann. Zur Veranschaulichung verwenden sie unterschiedliche Modelle und Analogien, die bestimmte Aspekte der Kosmologie verdeutlichen.

Der Artikel demonstriert sehr anschaulich, wie Wissenschaft funktioniert: In der Forschung sind Modellvorstellungen als Hilfsmittel unabdingbar. Sie werden eingesetzt, um komplexe Sachverhalte zu „portionieren“ und damit nachvollziehbar und überprüfbar zu machen. Neue wissenschaftliche Erkenntnisse treiben die Modellbildung immer weiter an. Modelle, die der Überprüfung durch Beobachtungen und Experimente standhalten, können zumindest einen Teil der „realen Welt“ oder das, was wir dafür halten, erklären. Auf diese Weise ist es möglich, unsere Welt Stück für Stück immer besser zu verstehen.

Aufgabe 2.1:

Erarbeite dir den Inhalt des **SuW-Artikels** und die darin vorkommenden Begriffe aus der Physik bzw. Kosmologie anhand folgender Fragestellungen:

- a) Zähle die Modellvorstellungen und Analogien auf, mit denen die Autoren des **SuW-Artikels** unterschiedliche Aspekte der Kosmologie verständlich machen. Nenne und beschreibe kurz die physikalischen Sachverhalte, die den Modellen und Analogien zugrunde liegen.
- b) Welche Grenzen hatte das Urknallmodell, bevor es durch die Inflationstheorie modifiziert wurde? Mache dir die Bedeutung folgender Begriffe klar:
 - Homogenität
 - Flachheit
 - Kosmologischer Horizont
- c) Welche Modellvorstellungen oder Analogien lassen sich auf 3D-Modelle übertragen?

Aufgabe 2.2:

- a) Wähle eine der im Artikel vorkommenden Modellvorstellungen oder Analogien aus.
- b) Mache dir den zugrunde liegenden physikalischen Sachverhalt mit Hilfe der im Text gegebenen Erläuterungen klar.
- c) Wenn möglich, stelle ein 3D-Modell her, das die wichtigsten Eigenschaften des Modells bzw. der Analogie veranschaulicht.
- d) Erarbeite einen **Kurzvortrag**, um deinen Mitschülern die hinter dem Modell bzw. der Analogie stehende Physik verständlich zu erklären. Verwende dazu die Modellvorstellung bzw. Analogie und das 3D-Modell.

Lösungen

Bei Fragen, Anmerkungen, Berichtigungen, Anregungen etc.
wenden Sie sich bitte per E-Mail an:

Monika.Maintz@astronomieschule.org

Rückmeldungen sind immer willkommen!

Lösungen zu Aufgabe 1.1:

- Ein zweidimensionaler nicht gekrümmter Raum lässt sich als ebene Fläche darstellen, die sich in einem Koordinatensystem sowohl in x-Richtung als auch in y-Richtung erstreckt. In z-Richtung hat sie dagegen keine Ausdehnung.
- Ein zweidimensionaler gekrümmter offener Raum lässt sich mit Hilfe einer gebogenen Fläche darstellen, die sich in die z-Richtung hinein krümmt.
- Ein zweidimensionaler gekrümmter geschlossener Raum lässt sich als Oberfläche einer Kugel darstellen, die sich in die z-Richtung hinein krümmt.
- Als 3D-Modell für zweidimensionale nicht gekrümmte Räume sowie für zweidimensionale gekrümmte offene Räume kann man ein Blatt Papier verwenden. Ein zweidimensionaler gekrümmter geschlossener Raum lässt sich mit Hilfe einer Kugel darstellen.
- Im Falle eines Papierstücks, das als 3D-Modell für zweidimensionale nicht gekrümmte Räume sowie für zweidimensionale gekrümmte offene Räume verwendet werden kann, stellt nur die Oberfläche des Papiers den jeweiligen Raum dar. Bei einem zweidimensionalen gekrümmten geschlossenen Raum entspricht nur die Kugeloberfläche dem darzustellenden Raum.

Lösungen zu Aufgabe 1.2:

- Ein dreidimensionaler nicht gekrümmter Raum lässt sich als Kubus darstellen, der sich in einem Koordinatensystem in alle drei Raumrichtungen, also in x-, y- und z-Richtung erstreckt.
- Dreidimensionale gekrümmte Räume lassen sich in Analogie zu dem unter Abschnitt 1.1 über eindimensionale Räume Gesagten nicht darstellen. Unsere einfache Modellbildung stößt hier an ihre Grenzen, denn wir haben in unserem Alltag keine vierte Raumdimension zur Verfügung, um einen dreidimensionalen Raum in sie hinein zu krümmen.

Mathematisch ist der Umgang mit gekrümmten dreidimensionalen Räumen jedoch kein Problem. Es lässt sich zeigen, dass die „vierdimensionale Raumzeit“ (drei Raumdimensionen, eine Zeitdimension), mit der man das gesamte Universum beschreiben kann, in sich selbst gekrümmt ist. D.h., man braucht keine weitere Raumdimension, um die Raumzeit in diese hinein zu krümmen. Hier versagt leider die Anschaulichkeit, so dass wir kein greifbares Modell eines dreidimensionalen gekrümmten Raums machen können. Um diese zu verstehen, müssen wir auf die mathematisch-physikalische Beschreibung der Allgemeinen Relativitätstheorie zurückgreifen.

- Einen dreidimensionalen nicht gekrümmten Raum kann mit Hilfe eines Würfels darstellen.

Lösungen zu Aufgabe 2.1:

- a) Modellvorstellungen und Analogien, die Aspekte der Kosmologie verständlich machen sollen, und die ihnen zugrunde liegenden physikalischen Sachverhalte, die damit veranschaulicht oder erklärt werden sollen:

Modell / Modellvorstellung, Analogie	Physikalische Sachverhalte
Urknallmodell	Erklärt das heutige Erscheinungsbild des Universums
Nebelwand	Veranschaulicht (analog), dass wir nur Licht von Vorgängen beobachten können, die uns zeitlich gesehen näher liegen als ein bestimmter Zeitpunkt in der Vergangenheit; alles, was sich vor diesem Zeitpunkt ereignete, spielt sich sozusagen in oder hinter der Nebelwand ab
Allgemeine Relativitätstheorie	Beschreibt die geometrische Struktur von Raum und Zeit: Energie und Materie erzeugen eine gekrümmte Raumzeit; Raumkrümmung erklärt Phänomen der Massenanziehung und die beobachtete Expansion des Universums
Bleistift, der auf seiner Spitze balanciert und bei jeder winzigen Auslenkung seitlich umkippt	Demonstriert, dass die Raumkrümmung im sehr jungen Universum einen ganz bestimmten Wert haben musste, d.h. für ein Abweichen zu größeren oder kleineren Werten war der Spielraum extrem eng
Kosmologischer Horizont	Grenze des Raumgebiets, das man von einem beliebigen Punkt des Universums aus prinzipiell überblicken kann
Unterschiedlich weit entfernte Punkte im All, die in regelmäßigen Abständen Lichtpulse in unsere Richtung aussenden	Veranschaulicht, wie sich Licht in einem expandierenden Universum ausbreitet
Riesiges Orchester, das in einem riesigen expandierenden Konzertsaal sitzt und synchronisiert werden muss, um perfekt und gleichzeitig zusammenzuspielen	Veranschaulicht das Horizontproblem

Kosmologisches Inflationsmodell	Phase, in der sich das sehr frühe Universum extrem schnell ausdehnte; modifiziert das ursprüngliche Urknallmodell und löst einige seiner Probleme; erklärt die Verteilung der Materie im All (Galaxien und Galaxienhaufen neben großen Leerräumen)
Inflationsfeld	Postuliertes Kraftfeld bzw. Teilchen, das die beschleunigte Expansion des Universums während der Phase der Inflation verursacht hat
Verhalten einzelner Orchesterinstrumente	Veranschaulicht die im Vergleich zu theoretischen Vorhersagen zu kleinen Temperaturschwankungen der kosmischen Hintergrundstrahlung zwischen weit entfernten Punkten am Himmel
Striche mit bestimmter Länge und Lage auf einer Himmelskarte	Beschreiben die Polarisation der kosmischen Mikrowellenstrahlung (kosmische Hintergrundstrahlung)

b) Grenzen des Urknallmodells:

Das ursprüngliche Urknallmodell kann *nicht* erklären, ...

1. ... warum das junge Universum homogen, d.h. gleichförmig war (Homogenität)
2. ... warum die Raumkrümmung im jungen Universum gleich Null war (Flachheitsproblem)
3. ... warum das Universum so lange existieren kann und nicht infolge der Massenanziehung längst wieder in sich zusammengefallen ist („Altersproblem“)
4. ... dass verschiedene Regionen des Universums, die wegen ihrer großen Entfernung nicht miteinander in Kontakt stehen können (weil das Licht, das von einer Region ausgeht, die andere noch nicht erreicht haben kann und umgekehrt) trotzdem dieselben physikalischen Eigenschaften besitzen (Horizontproblem)

Begriffsdefinitionen:

- Homogenität: Gleichartigkeit, Gleichförmigkeit, gleichartige Beschaffenheit, ... hat zur Folge, dass z.B. physikalische Eigenschaften überall identisch sein müssen.
- Flachheit: Ein Raum weist keine Krümmung auf, d.h. der Raum ist euklidisch. Daher ist die Winkelsumme aller Dreiecke, die man in diesem Raum aufspannen kann, gleich 180°.
- Kosmologischer Horizont: Grenze des Raumgebiets, das man von einem beliebigen Ort im Universums aus prinzipiell sehen kann.

c) Modellvorstellungen oder Analogien, die sich auf 3D-Modelle übertragen lassen:

1. Urknallmodell: Luftballon, den man immer weiter aufbläst, um die kosmische Expansion infolge des Urknalls zu simulieren. Wenn man auf den Luftballon Punkte aufmalt, kann man gleichzeitig veranschaulichen, dass sich als Folge der Expansion Galaxien immer weiter voneinander entfernen und dass die Räume zwischen den Galaxien immer größer werden. Das Universum wird in diesem Modell nur zweidimensional, also durch die Oberfläche des Ballons dargestellt (vgl. zweidimensionaler gekrümmter geschlossener Raum), d.h., die dritte Raumdimension geht in diesem Modell zwangsläufig verloren.
2. Allgemeine Relativitätstheorie: Die Krümmung der Raumzeit durch die Anwesenheit von Massen kann man mit Hilfe eines gespannten Gummituchs und unterschiedlich schweren Kugeln verdeutlichen. Legt man die Kugeln auf das Tuch, so verformt es sich infolge des Gewichts der Kugeln. Kleine Trichter bilden sich nach unten aus. Die Tiefe der auf diese Weise erzeugten Dellen ist ein Maß für die Größe der Raumkrümmung durch die jeweilige Masse. Auch hier stellt nur die Oberfläche des Tuches das Universum dar. Die dritte Raumdimension ist auch in diesem Modell nicht realisierbar.
3. Bleistift, der auf seiner Spitze balanciert und bei jeder winzigen Auslenkung seitlich umkippt: Umsetzung erfolgt analog.
4. Kosmologischer Horizont: Lässt sich darstellen durch einen Kreis, den man auf ein Blatt Papier malt, durch einen rund ausgeschnittenen Pappkarton oder dergleichen oder einfach durch eine begrenzte Oberfläche wie die Oberfläche eines Tisches.
5. Unterschiedlich weit entfernte Punkte im All, die in regelmäßigen Abständen Lichtpulse in unsere Richtung aussenden: Mehrere Taschenlampen oder brennende Kerzen, die man an verschiedenen Stellen in einem Raum oder auf einem Tisch aufstellt und deren Position man durch Verschieben verändern kann, können die Licht aussendenden Objekte veranschaulichen.
6. Orchester in riesigem expandierenden Konzertsaal: Das Orchester kann man durch Spielsteine oder Männchen aus Pappkarton simulieren. Der expandierende Konzertsaal lässt sich durch Kartonstücke darstellen, die man hin- und herschieben kann.
7. Kosmologisches Inflationsmodell: Durch schnelles, ruckartiges Aufpusten eines Luftballons, das in ein gleichmäßiges Aufblasendes des Ballons übergeht, kann man die inflationäre Phase im frühen Universum kurz nach dem Urknall verdeutlichen.
8. Verhalten einzelner Orchesterinstrumente: Darstellung mit Hilfe echter Instrumente.
9. Striche mit bestimmter Länge und Lage auf einer Himmelskarte: Die Striche kann man durch verschieden lange Holzstäbchen wie Schaschlikspieße, Zahnstocher, Streichhölzer etc. veranschaulichen, die man beliebig auf einer Sternkarte oder einer anderen Unterlage verschieben kann. Dadurch lassen sich auch Polarisationsänderungen direkt beschreiben.