

AUFGABE 4: Wie oft kommt es zu einer Wechselwirkung zwischen einem mit Lichtgeschwindigkeit fliegenden Sonnenneutrino und einem Elektron in ultrareinem Wasser (wie groß ist die mittlere Stoßrate z) und wie weit muss das Neutrino im Mittel darin fliegen, um auf ein Elektron zu stoßen?

Geg.: totaler Wirkungsquerschnitt Neutrino $\sigma_{\nu} = 10^{-49} \text{ m}^2$
 Dichte Wasser $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$
 relative Atommasse von Wasserstoff $M_{r,H} = 1,008$
 relative Atommasse von Sauerstoff $M_{r,O} = 15,999$
 atomare Masseneinheit $m_u = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
 Lichtgeschwindigkeit $c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Ges.: mittlere Stoßrate z , mittlere freie Weglänge l

Lös.:

Zuerst wird das „Wirkungsvolumen“, d. h. das vom Wirkungsquerschnitt in der betrachteten Zeitspanne $t=1\text{s}$ überstrichene zylinderförmige Wirkungsvolumen V berechnet.

$$V = \sigma_{\nu} \cdot c \cdot t,$$

$$V = 10^{-49} \text{ m}^2 \cdot 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1\text{s},$$

$$V \approx 3 \cdot 10^{-41} \text{ m}^3.$$

Im betrachteten Wirkungsvolumen befindet sich die Wassermasse von $V \cdot \rho = 3 \cdot 10^{-41} \text{ m}^3 \cdot 1000 \text{ kg/m}^3 = 3 \cdot 10^{-38} \text{ kg}$.

Die Masse eines Wassermoleküls berechnet sich zu

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = (2 \cdot M_{r,H} + M_{r,O}) m_u,$$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = (2 \cdot 1,008 + 15,999) \cdot 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg},$$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} \approx 3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}.$$

Nun kann die mittlere Anzahl N der im Wirkungsvolumen befindlichen Elektronen berechnet werden, wobei in Rechnung gestellt wird, dass pro Wassermolekül 10 Elektronen beigesteuert werden.

$$N = \frac{V \cdot \rho}{m_{\text{H}_2\text{O}}} \cdot 10,$$

$$N = \frac{3 \cdot 10^{-38} \text{ kg}}{3 \cdot 10^{-26} \text{ kg}} \cdot 10,$$

$$N = 10^{-11}.$$

Die mittlere Stoßrate ergibt sich nun aus

$$z = \frac{N}{t},$$

$$z = 10^{-11} / \text{s}.$$

Ein Neutrino müsste also etwa 3200 Jahre durch ultrareines Wasser fliegen, um einen Stoß zu erleiden.

Teilt man die Länge des Wirkungszyllinders $c \cdot t$ durch die Zahl der darin befindlichen Elektronen, so erhält man die mittlere freie Weglänge.

$$l = \frac{c \cdot t}{N}$$

$$l = \frac{2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \cdot 1\text{s}}{10^{-11}}$$

$$l \approx 3 \cdot 10^{19} \text{ m.}$$

Entsprechend dem vorherigen Ergebnis müsste das Neutrino eine Strecke von ca. 3200 Lichtjahren ($\approx 3 \cdot 10^{19}$ m) durch Wasser fliegen, bis es im Mittel zu einem Zusammenstoß mit einem Elektron kommt. Der Neutrinonachweis erfordert daher viel Wartezeit bzw. eine große Menge von „Zielscheibenteilchen“. Neutrinodetektoren nehmen daher naturgemäß riesige Ausmaße an.