



S2 • Vier Häuser²

Vier Freunde bauen sich jeweils ein Haus. Da sie sich häufig besuchen wollen, hat jedes Haus den gleichen Abstand zu jedem der drei anderen Häuser. Wie sind die vier Gebäude angeordnet?

Lösungen:

S2 L • Vier Häuser

In der Ebene können höchstens drei Punkte oder Häuser alle den gleichen Abstand voneinander haben. Sie liegen auf den Ecken eines gleichseitigen Dreiecks. Der vierte Punkt muss oberhalb des Dreiecks liegen und bildet mit den anderen drei Punkten die Ecken eines regulären Tetraeders, eines Körpers, der von vier gleichen gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird. Wenn wir uns das Tetraeder, im Inneren der Erde liegend, so groß vorstellen, dass die Ecken gerade die Oberfläche der Erdoberfläche berühren, so erhalten wir vier Punkte, wo unsere Freunde ihre Häuser bauen können. Der Abstand zweier Bauplätze beträgt, entlang der Erdoberfläche gemessen, etwa 12 173 Kilometer.

So weit die Originallösung von Heinrich Hemme.

Sehr verehrte Besserwisser, die Erde hat eine Oberfläche von rund 510 Mill. km². Davon entfallen auf das Land 149 Mill. km² (= 29%), auf das Meer 361 Mill. km² (= 71 %). Wo könnten die vier Häuser z. B. stehen, ohne dass ein Freund oder mehrere ein Hausboot bauen müssen? Diese Frage könnte man wie folgt lösen: Man knüpft ein Netz mit vier Schnüren um einen Globus. Der Erdumfang misst in Nord-Süd-Richtung (Meridiane) 40 003,423 km, in Ost-West-Richtung am Äquator 40 076,592 km. Nehmen wir als Mittelwert 40 040 km. Jedes der vier Schnüre muss also (netto) – wenn Hemmes Rechnung korrekt ist – $12\,173 : 40\,040 \cdot \text{Globusumfang}$ lang sein. Dieses Netz gilt es so zu verschieben, dass alle 4 Knotenpunkte auf dem Land liegen.

Der eigentliche Grund für die Ehre, in die Reihe der Besserwisseraufgaben aufgenommen worden zu sein, liegt jedoch darin, dass dies nicht die einzig mögliche Lösung ist. Schlau wie du bist, fallen dir doch sicherlich noch andere Lösungen ein, oder?!



S2 B • Vier Häuser

Die Tetraederkonstellation muss nicht gleich irdische Dimensionen annehmen! Vielmehr kann das Tetraeder ruhig kleiner ausfallen. Unterscheiden wir zum besseren Verständnis einige grundsätzlich unterschiedliche Fälle:

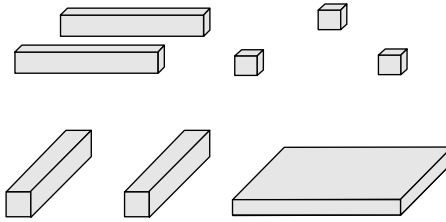
- 1.) Drei Häuser stehen in einer Ebene, das vierte Haus steht auf einem Berg in der Mitte.¹
- 2.) Drei Häuser stehen in einer Ebene, das vierte Haus steht in einem Loch in der Mitte (wie ungemütlich!).
- 3.) Zwei Häuser stehen in einer Ebene, zwei Häuser stehen auf einer Anhöhe zwischen ihnen.
- 4.) Zwei Häuser stehen in einer Ebene, zwei Häuser stehen in einem Canyon zwischen ihnen.
- 5.) Ein Haus steht in der Ebene, drei Häuser stehen auf Bergen um dieses Haus herum.
- 6.) Ein Haus steht in der Ebene, drei Häuser stehen in tiefen Tälern um dieses Haus herum.
- 7.) Das Tetraeder liegt irgendwie krumm und schief auf der Erdoberfläche.

Während in der Originallösung nur eine einzige Distanz möglich ist, gibt es bei diesen Lösungen jeweils viele mögliche Entfernungen. Natürlich dürfen die Entfernungen nicht zu groß werden, da die Berge und Täler auf der Erde bestimmte Dimensionen realistischerweise nicht überschreiten dürfen.

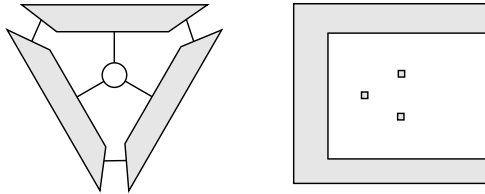
Du kennst sicherlich die Aufgabe, bei der man 9 Punkte durch vier Geraden miteinander verbinden soll. Diese Aufgabe ist nur lösbar, wenn man die Denkbarriere überspringt, dass die Geraden nicht über die quadratische Grundfläche hinausragen dürfen. Bei der Aufgabe mit den vier Häusern gilt es ebenfalls, Denkbarrieren zu überwinden, so dass man das *Ei des Kolumbus hinstellen* kann. In der Aufgabe steht nichts davon, dass man sich die Häuser punktförmig vorzustellen hat. Ein Haus kann mehrere Türen haben und die Entfernung von Haus zu Haus sollte von der dichtesten Tür gemessen werden! Denke mal in dieser Richtung weiter und finde weitere Lösungen!



S2 B2 • Vier Häuser



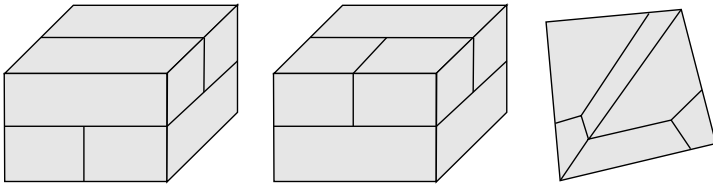
Diese Häuser könnten z. B. Teile einer großen Pueblo-Anlage sein oder in einer Konstruktion ähnlich dem Plutonium in Brüssel aufgehängt sein. Durch die Transzendierung der Denkbarriere sind jetzt auch Lösungen in einer Ebene möglich, wie die Schaubilder zeigen.



Wenn du bereit bist, noch eine zweite Denkbarriere zu überspringen, dann erschließt sich noch eine ganze Fülle weiterer Lösungen. In der Aufgabe steht nur, dass der Abstand gleich sein soll. Es ist aber nirgends gesagt, dass der Abstand nicht gleich Null sein darf! Bitte überlege dir auf dieser Basis neue Lösungen!

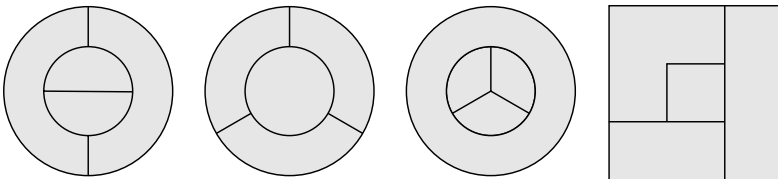


S2 B3 • Vier Häuser



Das dritte Bild soll ein Tetraeder darstellen, das aus vier formgleichen Teilen zusammengesetzt ist, die jeweils mit jedem anderen Teil eine Wand teilen (durch die man sich besuchen könnte).

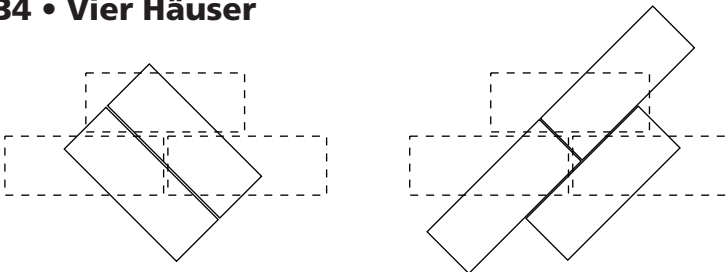
Es sind auch wieder Lösungen in einer Ebene möglich.



Da fällt mir eine verschärfte Weiterführung der Aufgabe ein:

- Der Präsident und seine 4 Bodyguards wollen ihre 5 Häuser so bauen, dass alle 5 gleich weit voneinander entfernt wohnen. Wie ist das möglich?
- 6 Besserwisser wollen gleich weit voneinander entfernt wohnen. Ist das möglich?

S2 B4 • Vier Häuser



Es gibt sicher mehr als diese beiden Lösungen (z.B. eine Vierer-Lösung und ein Haus um alle vier herum). Da hält sich der Verfasser jetzt aber mal raus!